Concours d'accès en $1^{ère}$ année des ENSA Maroc

Juillet 2013

Epreuve de Mathématiques **Durée : 1H30 min**

Q1. Le comité du concours ENSA sait par expérience que la probabilité de réussir le concours est de 0,95 pour l'étudiant(e) ayant mention "Très bien" au BAC, de 0,5 pour celui ou celle qui a mention "Bien" au BAC et de 0,2 pour les autres. Il estime, de plus, que parmi les candidats au concours ENSA 2013, 35 % ont mention "Très bien" et 50% ont mention "Bien".
Si l'on considère un(e) candidat(e) 2013 au hasard, ayant réussit le concours ENSA, la probabilité pour qu'il (ou elle) n'ait ni mention "Très Bien" ni mention "Bien" est :

A) 0,0144	B) 0,0489	C) 0,1444	D) 0,0498

Q2. Dans le conseil de l'établissement d'une ENSA, il y'a 5 mathématiciens et 6 physiciens. On doit former un comité concours, issu du conseil, composé de 3 mathématiciens et de 3 physiciens. Le règlement impose que les 2 physiciens les plus âgés doivent absolument faire partie du comité. Le nombre de comités différents à former est:

A) 80	B) 60	C) 40	D) 20

Q3. Le reste de la division euclidienne de $1234^{4321} + 4321^{1234}$ par 7 est égale à :

A) 1	B) 2	C) 3	D) 4

Q4. Le nombre $2^{100} - 1$

A) est divisible par 31 et non par 3	B) est divisible par 3 et non par 31	C) est divisible par 3 et par 31	D) n'est divisible ni par 3 ni par 31

Q5. La valeur de la somme

$$S = \sum_{k=1}^{35} k^2$$

est :

A) 14512	B) 14510	C) 14910	D) 14215

Q6. La valeur de la somme

$$\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{k(k+1)}$$

est :

A) $\frac{12}{11}$	B) $\frac{11}{10}$	C) $\frac{11}{12}$	D) $\frac{10}{11}$

Q7. On note par $E(x)$ la partie entière du réel x

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^{n} E(7k)$$

A) 7	B) $\frac{7}{2}$	C) $\frac{7}{3}$	D) $\frac{7}{4}$

Q8.

$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{2+(-1)^n} =$$

A) 1	B) $\sqrt{2}$	C) $\sqrt{3}$	D) $+\infty$

Q9. Si z_1, z_2 sont les deux solutions de l'équation complexe

$$z^2 = 5 - 12\, i$$

Alors la quantité $Re(z_1)Im(z_2)$ vaut

A) 6	B) 3	C) -6	D) 0

Q10. La partie imaginaire du nombre complexe

$$z = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20}$$

est :

A) $\sqrt{3}^{20}$	B) $-512\sqrt{3}$	C) - $20\sqrt{3}$	D) $+512\sqrt{3}$

Q11.

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{x+x^2}-\sqrt{x}}{\sqrt{3x}\,ln(1+x)} =$$

A) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$	B) $\frac{1}{3\sqrt{3}}$	C) $+\infty$	D) 0

Q12.

$$\lim_{x\to 0} \frac{ln(cos(2x))}{ln(cos(3x))} =$$

A) $\frac{3}{2}$	B) $\frac{2}{3}$	C) $\frac{4}{9}$	D) $\frac{9}{4}$

Q13.

$$\lim_{x\to 0} \frac{ln(x)+x^2}{ln(x+x^2)} =$$

A) 1	B) 0	C) $-\infty$	D) $+\infty$

Q14.

$$\int_0^3 \frac{dx}{3+2^x} =$$

A) $-\frac{\ln(11)}{\ln(8)}$	B) $\frac{5}{3}$	C) $\frac{1}{5}-\frac{\ln(11)}{\ln(8)}$	D) $\frac{5}{3}-\frac{ln(11)}{ln(8)}$

Q15.

$$\int_0^1 \ln(1+x^2)\,dx =$$

A) $\ln(2)$	B) $\ln(2)-2$	C) $\frac{\pi}{2}$	D) $\ln(2)-2+\frac{\pi}{2}$

Q16.

$$\int_0^1 x^2\sqrt{1-x^2}\,dx =$$

A) $\frac{\pi}{8}$	B) π	C) 0	D) $\frac{\pi}{16}$

ENSA

Q17. Le plan $\mathcal{E}_2$ est rapporté à un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$. Soient les points $A(-4{,}5), B(5{,}2)$ *et* $C(-2{,}1)$. La distance du point C à la droite (AB) et égale à :

A) $\sqrt{5}$	B) $\sqrt{10}$	C) $2\sqrt{10}$	D) $10\sqrt{2}$

Q18. Soit ABC un triangle équilatéral du plan $\mathcal{E}_2$ rapporté à un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$ de coté $4\sqrt{3}$ cm. Si M est un point intérieur quelconque du triangle ABC alors la valeur de la somme des distances de M aux cotés de ABC est

A) $7\frac{\sqrt{3}}{2}$	B) $6\sqrt{3}$	C) 6	D) $\sqrt{3}$

Q19. Soit E un $\mathbb{R}$-espace vectoriel et H_1 et H_2 deux sous espaces vectoriels de E distincts.
Si $dim\ E = 4$ *et* $dim\ H_1 = dim\ H_2 = 3$, alors

$$dim(H_1 \cap H_2) =$$

A) 0	B) 1	C) 2	D) 3

dim X désigne la dimension de l'espace vectoriel X qui représente le nombre des vecteurs de l'une de ses bases

Q20. On considère la matrice

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La matrice B^{13} vaut

A) $\begin{pmatrix} 1 & 13 & 91 \\ 0 & 1 & 13 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	B) $\begin{pmatrix} 1 & 13 & 92 \\ 0 & 1 & 13 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	C) $\begin{pmatrix} 1 & 13 & 93 \\ 0 & 1 & 13 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	D) $\begin{pmatrix} 1 & 13 & 94 \\ 0 & 1 & 13 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Royaume du Maroc

Ministère de l'Enseignement Supérieur de la Recherche Scientifique et de la Formation des Cadres

Concours d'accès en 1ère année des ENSA Maroc
Août 2014

Epreuve de Mathématiques **Durée : 1H30 min**

Exercice 1 :

Soit u_n et v_n les suites réelles définies par :

$$u_0 = \alpha\ ,\ v_0 = \beta \quad avec\ \ 0 < \alpha < \beta \ \ et\ \ \forall\, n \in \mathbb{N} : \begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{{u_n}^2}{u_n + v_n} \\ v_{n+1} = \dfrac{{v_n}^2}{u_n + v_n} \end{cases}$$

On pose : $x_n = \dfrac{u_n}{v_n}$ et $y_n = u_n - v_n$

Q1. La suite (x_n) :

A) Converge vers $\frac{\alpha}{\beta}$	B) Converge vers 1	C) Converge vers 0	D) Diverge

Q2. La suite (y_n) :

A) Converge vers $\alpha - \beta$	B) Converge vers $\alpha + \beta$	C) Converge vers 0	D) Diverge

Q3. La suite (u_n):

A) Converge vers α	B) Converge vers β	C) Converge vers 0	D) Diverge

Q4. La suite (v_n):

A) Converge vers $\alpha - \beta$	B) Converge vers $\beta - \alpha$	C) Converge vers β	D) Diverge

Q5. Soit δ un élément de $]0,1[$.

$$\lim_{n \to +\infty} \prod_{k=0}^{n} (1 + \delta^{2^k}) =$$

A) 1	B) $+\infty$	C) $\frac{1}{1-\delta}$	D) $\frac{1}{1+\delta}$

Exercice 2 :			
Calculer les intégrales suivantes:			
Q6. $\int_0^{\pi} e^t \cos 2t \ dt =$			
A) $\frac{e^{\pi}}{5}$	B) $\frac{e^{\pi}+1}{5}$	C) $\frac{e^{\pi}-2}{5}$	D) $\frac{e^{\pi}-1}{5}$
Q7. $\int_0^{\pi} e^t \cos^2 t \ dt =$			
A) $\frac{e^{\pi}-1}{5}$	B) $\frac{4(e^{\pi}+1)}{5}$	C) $\frac{3(e^{\pi}-1)}{5}$	D) $\frac{e^{\pi}+2}{5}$

Exercice 3:			
Soit f une fonction continue sur $[a, b]$ et telle que : $\forall x \in [a,b], f(a+b-x) = f(x)$.			
Q8. L'intégrale $$\int_a^b t\, f(t)dt =$$			
A) $\frac{a+b}{2}\int_a^b f(t)dt$	B) $\frac{a-b}{2}\int_a^b f(t)dt$	C) $\frac{a}{2}\int_a^b f(t)dt$	D) $\frac{b}{2}\int_a^b f(t)dt$
Q9. L'intégrale $$\int_0^{\pi} \frac{\sin t}{3+\cos^2 t} dt =$$			
A) $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$	B) $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$	C) $\frac{\pi}{3}$	D) $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$
Q10. L'intégrale $$\int_0^{\pi} \frac{t \sin t}{3+\cos^2 t} dt =$$			
A) $\frac{\pi}{6\sqrt{3}}$	B) $\frac{\pi^2}{6\sqrt{3}}$	C) $\frac{\pi^3}{6\sqrt{3}}$	D) $\frac{\pi^2}{2\sqrt{3}}$

Exercice 4:

On note $a = \dfrac{\sqrt[3]{41\sqrt{5}+54\sqrt{3}}}{\sqrt{3}}$, $b = \dfrac{\sqrt[3]{54\sqrt{3}-41\sqrt{5}}}{\sqrt{3}}$ et $\lambda = a + b$.

Q11. Le produit ab vaut

A) $\frac{1}{3}$	B) $\frac{2}{3}$	C) $\frac{7}{3}$	D) 1

Q12. λ est solution de l'équation

A) $x^3 - 7x - 36 = 0$	B) $x^3 + 7x - 21 = 0$	C) $x^3 - 7x = 0$	D) $x^3 - 7x - 35 = 0$

Q13. La valeur de λ est alors

A) nulle	B) un réel pair	C) un réel impair	D) $\lambda > 4$

Exercice 5:

Un candidat se présentant à un concours, doit répondre d'une manière successive à une série de questions $(Q_n)_{n>0}$. L'épreuve est présentée en ligne et autre que Q_1, l'accès à Q_n n'est possible que si le candidat donne une réponse à Q_{n-1}. On admet que:

- la probabilité de donner une bonne réponse à Q_1 est 0,1.
- pour $n > 1$;
  - si le candidat donne une bonne réponse à Q_{n-1}, la probabilité de donner une bonne réponse à Q_n est 0,8.
  - si le candidat donne une mauvaise réponse à Q_{n-1}, la probabilité de donner une bonne réponse à Q_n est 0,6.

On note pour tout entier naturel n non nul, B_n l'évènement "L'étudiant donne une bonne réponse à la question Q_n" et P_n la probabilité de B_n

Q14. La valeur de P2 est :

A) 0,52	B) 0,59	C) 0,54	D) 0,62

Q15. L'étudiant a répondu correctement à la deuxième question, la probabilité qu'il ait donné une mauvaise réponse à la première vaut

A) $\frac{27}{37}$	B) $\frac{21}{37}$	C) $\frac{27}{31}$	D) $\frac{21}{31}$

Q16. La probabilité que le candidat ait au moins une bonne réponse aux trois premières questions est

A) 0,856	B) 0,865	C) 0,685	D) 0,585

Exercice 6:

Le plan complexe P est rapporté au repère orthonormal direct $(O,\vec{i},\vec{j})$; unité graphique 1cm.
Soit A le point d'affixe $3i$. On appelle f l'application qui, à tout point M d'affixe z, distinct de A, associe le point M' d'affixe z' définie par

$$z' = \frac{3iz-7}{z-3i}$$

On dit que M est invariant si M=M'.

Q17. f admet deux points invariants B et C et on note z_B et z_C les affixes respectives. Montrer que la somme des parties imaginaires de z_B et z_C vaut

A) -6	B) 6	C) 5	D) -5

On admet que B et C sont tels que $|im(z_B)| > |im(z_C)|$ et on appelle $\mathcal{E}$ le cercle de diamètre $[BC]$.
Soit M un point quelconque de $\mathcal{E}$ différent de B et de C et M' son image par f

Q18. Il existe un réel Θ tel que l'affixe z de M s'écrit

A) $3i-4e^{i\Theta}$	B) $-3i-4e^{i\Theta}$	C) $3i+4e^{-i\Theta}$	D) $3i+4e^{i\Theta}$

Q19. Il existe un réel Θ tel que l'affixe z' de M' s'écrit

A) $3i-4e^{-i\Theta}$	B) $-3i+4e^{i\Theta}$	C) $-3i-4e^{-i\Theta}$	D) $3i+4e^{-i\Theta}$

Q20. Le point M'

A) est à l'intérieur du cercle $\mathcal{E}$	B) est à l'extérieur du cercle $\mathcal{E}$	C) appartient au cercle $\mathcal{E}$	D) est le centre du cercle $\mathcal{E}$