الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
(الدورة العادية: 2005)

المادة: الرياضيات — مدة الإنجاز:2س و30د
الشعبة: العلوم الاقتصادية — المعامل : 4

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة العلمية الغير القابلة للبرمجة

الموضوع :

التمرين الأول (3 ن)

1- احسب التكامل I التالي : $I=\int_0^1 \frac{x}{\left(x^2+4\right)}dx$

2- باستعمال مكاملة بالأجزاء احسب التكامل J التالي: $J=\int_1^e \left(x^2+3\right)\ln x\,dx$ ($\ln$ يرمز للوغاريتم النبيري)

3- بوضع $t=\sqrt{e^x-2}$ احسب التكامل K التالي : $K=\int_{\ln 2}^{\ln 3} e^x\sqrt{e^x-2}\,dx$

التمرين الثاني (4,5 ن)

لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة ب: $u_0=2$ و $u_{n+1}=\frac{1}{4}u_n-\frac{1}{4}$ لكل n من $\mathbb{N}$

و لتكن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة ب: $v_n=3u_n+1$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1- أ- بين أن المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ هندسية محددا أساسها q وحدها الأول v_0 .

ب- اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج أن : $u_n=\frac{1}{3}\left(7\left(\frac{1}{4}\right)^n-1\right)$ لكل n من $\mathbb{N}$.

ج- احسب النهاية $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

2- نضع : $S_n=v_0+v_1+.....+v_{n-1}$ لكل n من $\mathbb{N}^*$.

أ- احسب S_n بدلالة n .

ب- استنتج حساب S'_n بدلالة n حيث $S'_n=u_0+u_1+.....+u_{n-1}$ لكل n من $\mathbb{N}^*$.

ج- احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S'_n$.

التمرين الثالث (8 ن)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=(x+1)-\ln\left(e^x+1\right)$

وليكن (C) المنحنى الممثل لها في معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1- أ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.

2- أ- بين أن لكل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=1-\ln\left(1+\frac{1}{e^x}\right)$.

ب- استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة .

3- احسب $f'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ واعط جدول تغيرات الدالة f .

4- بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $]-1,0[$ بحيث $f(\alpha)=0$ (نأخذ $\ln 2\approx 0,7$) .

5- أنشئ المنحنى (C) .

6- ليكن g قصور الدالة f على المجال $I=]0,+\infty[$.

أ- بين أن g تقابل من I نحو مجال J يتعين تحديده .

ب- ليكن g^{-1} التقابل العكسي للدالة g . أنشئ بلون مغاير، التمثيل المبياني للدالة g^{-1} في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

التمرين الرابع (4,5 ن)

يحتوي كيس على أربع كرات تحمل الرقم 1 وثلاث كرات تحمل الرقم 0

I) نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس ونفترض أن جميع الكرات لها نفس احتمال السحب.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بمجموع الأرقام التي تحملها الكرات المسحوبة من الكيس

1- اعط قانون احتمال المتغير العشوائي X .

2- احسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

II) نسحب بالتتابع وبدون إحلال ثلاث كرات من الكيس .

1- بين أن احتمال الحصول على كرة تحمل الرقم 1 في المرة الأولى هو $\frac{4}{7}$.

2- احسب احتمال سحب كرة واحدة على الأكثر تحمل الرقم0 علما أن الكرة المسحوبة في المرة الأولى تحمل الرقم 1 .