التمرين الأول : (2.5 ن)

نضع $I=\int_0^1 \frac{t^3}{1+t}dt$ و $J=\int_0^1 t^2\ln(1+t)dt$.

1) بين أن لكل t من $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, $\frac{t^3}{1+t}=t^2-t+1-\frac{1}{1+t}$ ثم احسب I.

2) باستعمال مكاملة بالأجزاء احسب J.

التمرين الثاني (4.5 ن)

لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها q $(q>0)$ وحدها الأول $u_0=2$ بحيث $u_0+u_1+u_2=\frac{7}{2}$

1) بين أن أساس المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ هو $q=\frac{1}{2}$.

2) لتكن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية المعرفة بما يلي : $v_n=\ln(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$.

أ- احسب v_0 ثم بين أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية محددا أساسها .

ب- نضع : $S_n=v_0+v_1+.....+v_{n-1}$ لكل من $\mathbb{N}^*$ بين أن $S_n=\frac{n}{2}(-n+3)\ln 2$.

ج- حدد أصغر عدد صحيح طبيعي n يحقق $S_n+9\ln 2\le 0$.

التمرين الثالث (9 ن)

I) نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x)=xe^{-x}-1$.

1- احسب النهايات $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to-\infty}\frac{g(x)}{x}$.

2- أ- احسب $g'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ و ادرس إشارتها ثم ضع جدول تغيرات g .

ب- استنتج أن لكل x من $\mathbb{R}$: $g(x)<0$.

II) يهدف هذا الجزء إلى دراسة الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$f(x)=\left[g(x)\right]^2$ وذلك باستعمال نتائج الجزء I .

ليكن (C) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) أ- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة .

ب- احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ وبين أن $\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=-\infty$ [لاحظ أن : $\frac{f(x)}{x}=x\left(\frac{g(x)}{x}\right)^2$]

ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة .

2) أ- اكتب $f'(x)$ بدلالة $g'(x)$ و $g(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$.

ب- اعط جدول تغيرات الدالة f.

3) أ- حدد معادلة المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي أفصولها 0 .

ب- أنشئ (C) . (نأخذ $\frac{1}{e}\approx 0{,}36$)

التمرين الرابع (4 ن)

يحتوي كيس على ثلاث كرات بيضاء و ثلاث كرات سوداء , كلها غير قابلة للتمييز باللمس .
نسحب تآنيا اربع كرات من الكيس .

1) احسب احتمال كل من الحدثين التاليين :
A : الكرتان المتبقيتان في الكيس لهما نفس اللون .
B : الكرتان المتبقيتان في الكيس مختلفتا اللون .
2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المتبقية بالكيس .
أ- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .
ب- احسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.