

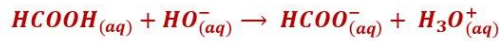
تصحیح الامتحان الوطني للباكالوريا الدورة العادية 2017
شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)

الكيمياء

الجزء الأول : دراسة محلول مائي لحمض الميثانويك

1- تحديد pK_A للمزدوجة $HCOOH_{(aq)}/HCOO^-_{(aq)}$

1-1- معادلة تفاعل المعايرة :



1-2- تحديد V_{BE} :

مبيانيا نجد $V_{BE} = 20 \text{ mL}$.

استنتاج التركيز C للمحلول (S) :

حسب علاقة التكافؤ : $C \cdot V_A = C_B \cdot V_{BE}$ أي :

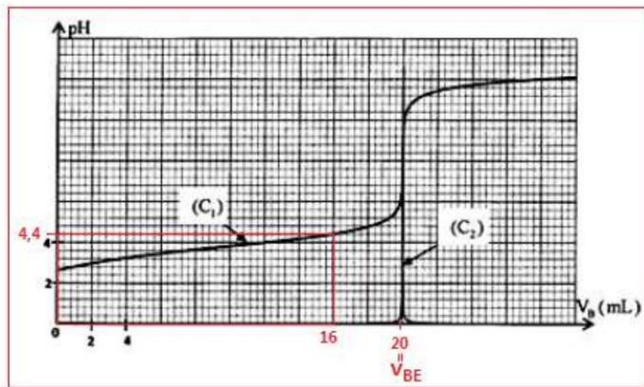
$$C = \frac{C_B \cdot V_{BE}}{V_A}$$

$$C = \frac{0,1 \times 20}{50} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1} \text{ ت.ع.}$$

1-3- التحقق من قيمة p :

علاقة التخفيف : $C_0 \cdot V_0 = C \cdot V_S$ أي :

$$\frac{C \cdot V_S}{V_0} = \frac{4 \cdot 10^{-2} \times 1}{2 \cdot 10^{-3}} = 20 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$



النسبة المئوية الكتلية : $p = \frac{m_A}{m_S}$ أي : $m_A = p \cdot m_S$ حيث m_A كتلة الحمض الموجودة في المحلول ذي الكتلة m_S و الحجم V_0 .

الكتلة الحجمية و الكثافة : $\rho_{sol} = \frac{m_S}{V_0}$ و $d = \frac{\rho_{sol}}{\rho_{eau}}$ أي $\rho_{sol} = d \cdot \rho_{eau} = \frac{m_S}{V_0}$

$m_S = p \cdot d \cdot \rho_{eau} \cdot V_0$ ومنه :

$$C_0 = \frac{n_0}{V_0} = \frac{m_A}{M \cdot V_0} = \frac{p \cdot m_S}{M \cdot V_0} = \frac{p \cdot d \cdot \rho_{eau} \cdot V_0}{M \cdot V_0} = \frac{p \cdot d \cdot \rho_{eau}}{M}$$

$$p = \frac{C_0 \cdot M}{d \cdot \rho_{eau}} \Rightarrow p = \frac{20 \times 46}{1,15 \times 10^3} = 0,8 \Rightarrow p = 80\%$$

4-1- النوع المهيمن عند إضافة الحجم $V_B = 16 \text{ mL}$:

الجدول الوصفي :

معادل التفاعل		$HCOOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة بالمول			
البدئية	0	$C \cdot V_A$	$C_B \cdot V_B$	0	0

الوسيطة	x	$C \cdot V_A - x$	$C_B \cdot V_B - x$	x	x
النهائية	x_f	$C \cdot V_A - x_f$	$C_B \cdot V_B - x_f$	x_f	x_f

حسب الجدول الوصفي :

$$[HCOOH] = \frac{C \cdot V_A - x}{V_A + V_B} ; [HCOO^-] = \frac{x}{V_A + V_B}$$

$$C_B \cdot V_B - x = [HO^-] \cdot (V_A + V_B) \Leftrightarrow [HO^-] = \frac{C_B \cdot V_B - x}{V_A + V_B}$$

$$x = C_B \cdot V_B - [HO^-] \cdot (V_A + V_B)$$

$$K_e = [HO^-] \cdot [H_3O^+] \Rightarrow [HO^-] = \frac{K_e}{[H_3O^+]} = \frac{K_e}{10^{-pH}} = K_e \cdot 10^{pH}$$

$$x = C_B \cdot V_B - K_e \cdot 10^{pH} \cdot (V_A + V_B)$$

مبيانيا عند الحجم $V_B = 16 \text{ mL}$ نجد : $pH = 4,4$ (أنظر المنحنى أعلاه)

$$x = 0,1 \times 50 \cdot 10^{-3} - 10^{-14} \times 10^{4,4} \times (50 + 16) \cdot 10^{-3} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

$$\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = \frac{x}{C \cdot V_A - x} = \frac{1,6 \cdot 10^{-3}}{4,1 \cdot 10^{-2} \times 50 \times 10 \cdot 10^{-3} - 1,6 \cdot 10^{-3}} = 4 > 1$$

بما ان $[HCOO^-] > [HCOOH]$ فإن النوع المهيمن هو القاعدة $HCOO^-$.

حسب تعريف pK_A :

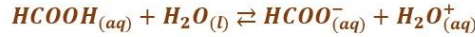
$$pK_A = pH + \log \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$$

$$pH = pK_A - \log \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$$

$$pK_A = 4,4 - \log 4 \Rightarrow pK_A \approx 3,8$$

-2 تحديد pK_A

-2-1 معادلة التفاعل بين حمض الميثانويك و الماء :



-2.2 تعبير التقدّم النهائي :

الجدول الوصفي :

معادل التفاعل		$HCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftharpoons HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة بالمول			
البدئية	0	$C \cdot V_1$	وفير	0	0
الوسيطة	x	$C \cdot V_1 - x$	وفير	x	x
النهائية	x_f	$C \cdot V_1 - x_f$	وفير	x_f	x_f

حسب تعريف الموصلية : $\sigma = \lambda_{H_3O^+} \cdot [H_3O^+] + \lambda_{HCOO^-} \cdot [HCOO^-]$

حسب الجدول الوصفي : $n_f(H_3O^+) = n_f(HCOO^-) = x_f$

$$[H_3O^+]_f = [HCOO^-]_f = \frac{x_f}{V_1}$$

$$\sigma = [H_3O^+]_f(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}) \quad \text{إذن :}$$

$$[H_3O^+]_f = \frac{\sigma}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}}$$

$$x_f = \frac{\sigma \cdot V_1}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}}$$

2-3- إثبات قيمة نسبة التقدم النهائي :

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$$

الماء مستعمل بوفرة إذن المتفاعل المحد هو الحمض $x_{max} = C \cdot V_1$ أي : $x_{max} = C \cdot V_1$

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{\frac{\sigma \cdot V_1}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}}}{C \cdot V_1} = \frac{\sigma}{C \cdot (\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-})}$$

$$\tau = \frac{0,1}{(3,5 \cdot 10^{-2} + 5,46 \cdot 10^{-3}) \times 4,10^{-2} \times 10^3} = 6,18 \cdot 10^{-2} \quad \text{ت.ع :}$$

تحويل التركيز المولي : $C = 4,2 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1} = 4,2 \cdot 10^{-2} \times 10^3 \text{ mol} \cdot m^{-3}$

$$\tau \approx 6,2\%$$

2-4- تعبير pK_A بدلالة C و τ :

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_f \cdot [HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f}$$

$$\begin{cases} [H_3O^+]_f = [HCOO^-]_f = \frac{x_f}{V_1} \\ [HCOOH]_f = \frac{C \cdot V_1 - x_f}{V_1} = C - \frac{x_f}{V_1} = C - [H_3O^+]_f \end{cases}$$

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]_f \cdot V_1}{C \cdot V_1} = \frac{[H_3O^+]_f}{C} \Rightarrow [H_3O^+]_f = C \cdot \tau$$

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_f \cdot [H_3O^+]_f}{C - [H_3O^+]_f} = \frac{[H_3O^+]_f^2}{C - [H_3O^+]_f} = \frac{(C \cdot \tau)^2}{C - C \cdot \tau} = \frac{C \cdot \tau^2}{1 - \tau}$$

$$pK_A = -\log \frac{C \cdot \tau^2}{1 - \tau}$$

$$pK_A = -\log \frac{4,10^{-2} \times (6,2 \cdot 10^{-2})^2}{1 - 6,18 \cdot 10^{-2}} = 3,78 \Rightarrow pK_A \approx 3,8$$

الجزء الثاني :

1- الإقتراح الصحيح :

ب- يتناقص زمن نصف التفاعل عند استعمال حفاز.

2- كتابة معادلة التفاعل باستعمال الصيغ نصف المنشورة :



اسم الناتج هو ميثانوات البروبيل .

3- تحديد مردود التفاعل عند اللحظة t_1 :

معادل التفاعل		$\text{HCOOH} + \text{C}_3\text{H}_7\text{OH} \rightleftharpoons \text{HCOC}_3\text{H}_7 + \text{H}_2\text{O}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة بالمول			
البدئية	0	0,2	0,2	0	0
عند اللحظة t_1	x	$0,2 - x$	$0,2 - x$	x	x
النهائية	x_f	$0,2 - x_f$	$0,2 - x_f$	x_f	x_f

$$r = \frac{n_{\text{exp}}(\text{ester})}{n_{\text{th}}(\text{ester})} = \frac{x}{x_{\text{max}}} \quad \text{لدينا :}$$

$$x_{\text{max}} = 0,2 \text{ mol} \quad \text{أي} \quad 0,2 - x_{\text{max}} = 0 \quad \text{الخليط متساوي المولات :}$$

كمية ماد الحمض المتبقي عند اللحظة t_1 :

$$\begin{cases} n_A = 0,2 - x \\ n_A = \frac{m}{M} \end{cases} \Rightarrow \frac{m}{M} = 0,2 - x \Rightarrow x = 0,2 - \frac{m}{M}$$

$$x = 0,2 - \frac{6,9}{46}$$

$$x = 0,05 \text{ mol}$$

$$r' = \frac{x}{x_{\text{max}}} = \frac{0,05}{0,2} = 0,25 \Rightarrow r' = 25\% \quad \text{مردود التفاعل عند هذه اللحظة :}$$

نلاحظ ان : $r' < r = 67\%$ إذن التوازن الكيميائي للمجموعة المتفاعلة لم يتحقق بعد عند هذه اللحظة.

الموجات

1- حيود الضوء الأحادي اللون

1-1- الإقتراح الصحيح هو :

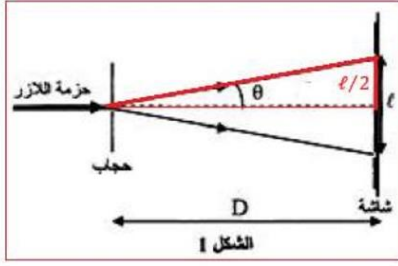
$$\text{ج- تردد الضوء المنبعث من جهاز الليزر He - Ne هو } \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{633 \cdot 10^{-9}} = 4,394 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

1-2- إثبات العلاقة بين a بدلالة D و ℓ و λ :

$$\theta = \frac{\lambda}{a} \quad \text{لدينا :}$$

حسب الشكل :

$$\tan \theta = \frac{\frac{\lambda}{2}}{D} = \frac{\ell}{2D}$$



بما ان θ صغيرة فإن : $\tan\theta \approx \theta$

$$\begin{cases} \theta = \frac{\lambda}{a} \\ \theta = \frac{\ell}{2D} \end{cases} \Rightarrow \frac{\ell}{2D} = \frac{\lambda}{a} \Rightarrow a = \frac{2\lambda D}{\ell}$$

حساب a :

$$a = \frac{2 \times 633.10^{-9} \times 1,5}{3,4.10^{-2}} = 5,58.10^{-5} \text{ m}$$

$$a = 55,8 \mu\text{m}$$

3-1- حساب الفرق الزاوي :

$$\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{633.10^{-9}}{55,8.10^{-6}} \Rightarrow \theta = 1,13.10^{-2} \text{ rad}$$

حساب عرض البقعة المركزية :

$$\theta = \frac{\ell'}{2D'} \Rightarrow \ell' = 2D'.\theta$$

$$\ell' = 2 \times 3 \times 1,13.10^{-2} = 6,78.10^{-2} \text{ m}$$

$$\ell' \approx 6,8 \text{ cm}$$

يمكن استعمال العلاقة :

$$\begin{cases} \theta = \frac{\ell}{2D} \\ \theta = \frac{\ell'}{2D'} \end{cases} \Rightarrow \frac{\ell'}{2D'} = \frac{\ell}{2D} \Rightarrow \ell' = \frac{2D.\ell}{D} = 2\ell \Rightarrow \ell' = 6,8 \text{ cm}$$

2- دراسة الإشعاع الضوئي المنبعث من جهاز الليزر He - Ne

1-2- طاقة الفوتون :

$$E = h. \nu \Rightarrow E = 6,63.10^{-34} \times 4,74.10^{14} = 3,143.10^{-19} \text{ J}$$

$$E = \frac{3,143.10^{-19}}{1,6022.10^{-19}} \Rightarrow E = 1,96 \text{ eV}$$

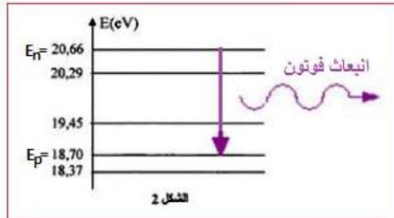
2.2- تحديد E_n و E_p :

$$E = E_n - E_p \quad \text{لدينا :}$$

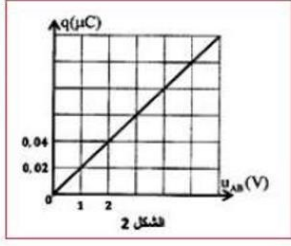
$$E = 1,96 \text{ eV}$$

$$20,66 - 18,70 = 1,96 \text{ eV}$$

$$\begin{cases} E_n = 20,66 \text{ eV} \\ E_p = 18,70 \text{ eV} \end{cases}$$



الكهرباء



1- شحن المكثف

1-1- التحقق من سعة المكثف :

معادلة المنحنى $q = f(u_{AB})$ الخطي تكتب : $q = C \cdot u_{AB}$ مع C المعامل الموجه :

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta u_{AB}} = \frac{0,04 \cdot 10^{-6} - 0}{2 - 0} = 20 \cdot 10^{-9} F$$

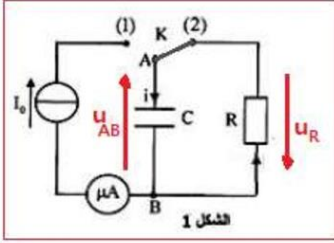
$$C = 20 \text{ nF}$$

2-1- المدة التي يأخذ فيها التوتر القيمة $u_{AB} = 6V$:

لدينا :

$$\begin{cases} q = I_0 \cdot \Delta t \\ q = C \cdot u_{AB} \end{cases} \Rightarrow C \cdot u_{AB} = I_0 \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{C \cdot u_{AB}}{I_0} \Rightarrow \Delta t = \frac{20 \cdot 10^{-9} \times 6}{0,1 \times 10^{-6}} \Rightarrow \Delta t = 1,2 \text{ s}$$

1-3-1- المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_{AB}(t)$:



حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_{AB} + u_R = 0$$

حسب قانون أوم :

$$i = \frac{dq}{dt} = \text{مع } u_R = R \cdot i$$

$$\frac{d(C \cdot u_{AB})}{dt} = C \cdot \frac{du_{AB}}{dt}$$

المعادلة التفاضلية تكتب :

$$\frac{du_{AB}}{dt} + R \cdot C \cdot \frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = 0$$

$$\frac{1}{R \cdot C} \cdot u_{AB} = 0$$

3-3-2- قيمة R و U_0 :

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $u_{AB}(t) = U_0 \cdot e^{-\alpha t}$ أي : $\frac{du_{AB}}{dt} = -\alpha \cdot U_0 \cdot e^{-\alpha t}$ نعوض في الحل :

$$-\alpha \cdot U_0 \cdot e^{-\alpha t} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot U_0 \cdot e^{-\alpha t} = 0$$

$$U_0 \cdot e^{-\alpha t} \left(-\alpha + \frac{1}{R \cdot C} \right) = 0$$

لكي تتحقق هذه المعادلة مهما كانت قيمة t يجب ان يكون : $-\alpha + \frac{1}{R \cdot C} = 0$

$$\alpha = \frac{1}{R \cdot C}$$

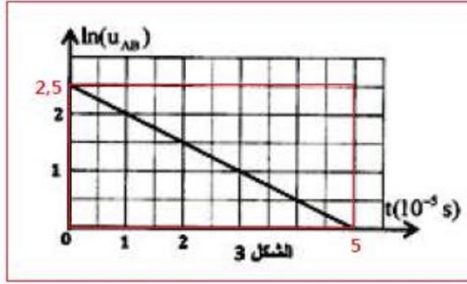
$$u_{AB}(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

نستنتج تعبير u_{AB} :

$$\ln(u_{AB}) = \ln\left(U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}\right) = \ln U_0 - \frac{t}{R \cdot C}$$

عند اللحظة $t = 0$ مبيانيا نجد : $\ln(u_{AB}) = 2,5$

$$U_0 = e^{2,5} = 12,18 \text{ V} \Rightarrow U_0 \approx 12,2 \text{ V} \quad \text{أي } U_0 = e^{\ln(u_{AB})} \quad \text{أي } \ln(u_{AB}) = \ln U_0$$



نحدد المعامل الموجب للمنحنى

$$\frac{-1}{R.C} = \frac{\Delta \ln(u_{AB})}{\Delta t} = \frac{2,5 - 0}{0 - 5.10^{-5}} = -5.10^4 \text{ s}^{-1}$$

$$\frac{-1}{R.C} = -5.10^4 \Rightarrow R = \frac{1}{5.10^4 . C}$$

$$R = \frac{1}{5.10^4 \times 20.0^{-9}} = 1000\Omega \Rightarrow R = 1k\Omega$$

3-3-1- تحديد t_1

لدينا :

$$E_e = \frac{1}{2} C . u_{AB}^2 = \frac{1}{2} C . (U_0 . e^{-\frac{t}{RC}})^2 = \frac{1}{2} C . U_0^2 . e^{-\frac{2t}{RC}}$$

الطاقة القصوى تكون عند $t = 0$:

$$E_{e \max} = \frac{1}{2} C . U_0^2 \Rightarrow E_e = \frac{1}{2} C . U_0^2 . e^{-\frac{2t}{RC}} = E_{e \max} . e^{-\frac{2t}{RC}}$$

عند اللحظة t_1 يكون :

$$E_e(t_1) = 37\% E_{e \max} = 0,37 E_{e \max}$$

$$E_{e \max} . e^{-\frac{2t_1}{RC}} = 0,37 E_{e \max}$$

$$-\frac{2t_1}{RC} = \ln(0,37)$$

$$t_1 = -\frac{1}{2} R . C . \ln(0,37) = -\frac{1}{2} \times 1.10^3 \times 20.10^{-9} \times \ln(0,37) = 9,94.10^{-6} \text{ s}$$

$$t_1 \approx 10 \mu\text{s}$$

2-تفريغ المكثف

2-1- إثبات العلاقة التي يحققها التوتر $u_{R_0}(t)$:

حسب قانون إضافية التوترات:

$$u_C + u_L + u_{R_0} = 0$$

حسب قانون أوم : $u_L = L . \frac{di}{dt} + r . i$ و $u_{R_0} = R_0 . i$

$$L . \frac{di}{dt} + r . i + R_0 . i + u_C = 0 \Rightarrow L . \frac{di}{dt} + (R_0 + r) . i + \frac{q}{C} = 0$$

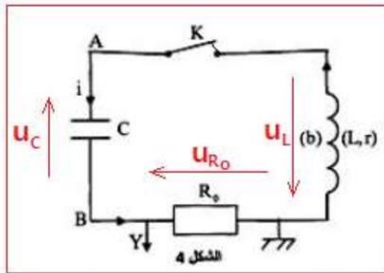
الاشتقاق يعطي :

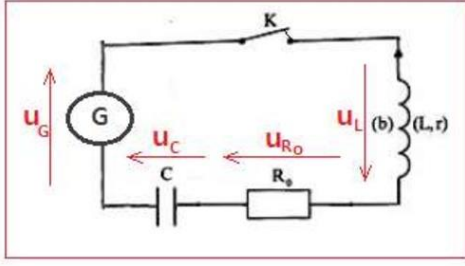
$$L . \frac{d^2i}{dt^2} + (R_0 + r) . \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} . \frac{dq}{dt} = 0$$

نضرب المتساوية في i ونعوض $R_0 . i$ ب U_{R_0}

$$L . \frac{d^2U_{R_0}}{dt^2} + (R_0 + r) . \frac{dU_{R_0}}{dt} + \frac{1}{C} . U_{R_0} = 0$$

$$\frac{d^2U_{R_0}}{dt^2} + \frac{(R_0 + r)}{L} . \frac{dU_{R_0}}{dt} + \frac{1}{L . C} . U_{R_0} = 0$$





2-2-1- تحديد قيمة r :

قانون إضافية التوترات : $u_G = u_C + u_L + u_{R_0}$

$$L \cdot \frac{di}{dt} + (R_0 + r) \cdot i + u_C = k \cdot i$$

$$L \cdot C \cdot \frac{d^2 u_C}{dt^2} + (R_0 + r - k) \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

للحصول على تذبذبات كهريائية جيبة يجب ان يكون :

$$R_0 + r - k = 0 \Rightarrow r = k - R_0 = 20 - 12$$

$$r = 8 \Omega$$

2-2-2- معامل التحيض L :

تعبير الدور الخاص : $T_0 = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$

الطاقة المغناطيسية E_m دورية دورها T حيث : $T_0 = 2T$

$$2T = 2\pi\sqrt{L \cdot C} \Rightarrow T^2 = \pi^2 L \cdot C$$

مبيانيا قيمة الدور هي :

$$t = 0,25 \text{ ms} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

$$L = \frac{T^2}{\pi^2 \cdot C} \Rightarrow L = \frac{(2,5 \cdot 10^{-4})^2}{10 \times 20 \cdot 10^{-9}} = 0,3125 \text{ H}$$

$$L = 312,5 \text{ mH}$$

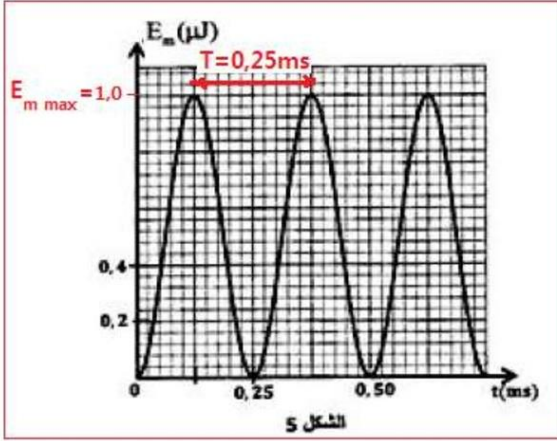
حساب $U_{C \max}$:

بما ان الطاقة الكلية للدارة تنحفض نكتب :

$$E_T = E_{e \max} = E_{m \max}$$

$$E_{m \max} = \frac{1}{2} C \cdot U_{C \max}^2$$

$$E_{m \max} = 2 \mu\text{J} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ J} \quad \text{مبيانيا نجد :}$$



$$U_{C \max} = \sqrt{\frac{2E_{m \max}}{C}}$$

$$U_{C \max} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \cdot 10^{-6}}{20 \cdot 10^{-9}}} \Rightarrow U_{C \max} = 10 \text{ V}$$

3- استقبال موجة كهرمغناطيسية

3-1- الجواب الصحيح هو د

الموجة الكهرمغناطيسية التي يلتقطها هوائي مستقبل لها نفس التردد الموجة الناتجة عنها.

3-2- هل يمكن لدارة التوافق أن تلتقط موجة ذات تردد $N_0 = 40 \text{ kHz}$ ؟

للجواب نحدد التردد الخاص للدارة L_0, C_0 :

$$N = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0 C_0}} \text{ أي } T_0 = \frac{1}{N} = 2\pi\sqrt{L_0 C_0}$$

$$N = \frac{1}{2\sqrt{10} \times \sqrt{0,781 \cdot 10^{-3} \times 20 \times 10^{-9}}} = 40006 \text{ Hz} \Rightarrow N_0 = N = 40 \text{ kHz}$$

ت.ع : إذن يمكن لدارة التوافق التقاط الموجة ذات التردد $N_0 = 40 \text{ kHz}$.

3-3- مجال قيم C_x ليكون كشف الغلاف جيد :

$$T_0 \ll R \cdot C_E < T_i$$

حيث C_E المقاومة المكافئة للمكثفان المركبان على التوازي نعبر عنها ب : $C_E = C + C_x$

$$\frac{1}{N_0} \ll R \cdot (C + C_x) < \frac{1}{N_i} \Rightarrow \frac{1}{R \cdot N_0} \ll C + C_x < \frac{1}{R \cdot N_i}$$

$$\frac{1}{R \cdot N_0} - C \ll C_x < \frac{1}{R \cdot N_i} - C \Rightarrow \frac{1}{40 \cdot 10^3 \times 10^3} - 20 \cdot 10^{-9} \ll C_x < \frac{1}{4 \cdot 10^3 \times 10^3} - 20 \cdot 10^{-9}$$

$$5 \cdot 10^{-9} \ll C_x < 2,3 \cdot 10^{-7} \text{ F}$$

$$5 \text{ nF} \ll C_x < 230 \text{ nF}$$

الميكانيك

الجزء الأول : دراسة حركة سقوط جسمين

1- دراسة سقوط جسم باحتكاك

1-1- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها v_{Ay} :

المجموعة المدروسة {الجسم (A)}

جهد القوى (بعد إهمال دافعة أرخميدس) :

$$\vec{P} = m_A \cdot \vec{g} \text{ (A) وزن الجسم}$$

$$\vec{f} = -k \vec{v}_A \text{ قوة احتكاك المائع}$$

باعتبار المعلم $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ غاليليا نطبق القانون الثاني لنيوتن :

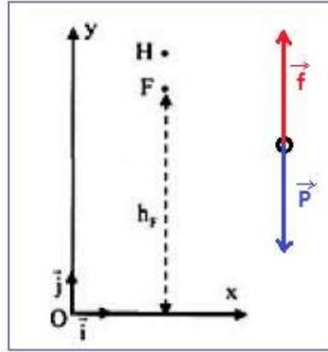
$$\sum \vec{F}_{ext} = m_A \cdot \vec{a}_A$$

$$\vec{P} + \vec{f} = m_A \cdot \frac{d\vec{v}_A}{dt}$$

$$m_A \cdot \vec{g} - k \vec{v}_A = m_A \cdot \frac{d\vec{v}_A}{dt}$$

الإسقاط على المحور (O, y) :

$$-m_A \cdot g - k v_{Ay} = m_A \cdot \frac{d v_{Ay}}{dt} \Rightarrow m_A \cdot \frac{d v_{Ay}}{dt} + k v_{Ay} + m_A \cdot g = 0$$



$$\frac{dV_{Ay}}{dt} + \frac{k}{m_A} \cdot V_{Ay} + g = 0$$

$$\frac{dV_{Ay}}{dt} + \frac{V_{Ay}}{\tau} + g = 0 \quad (1) \quad \text{نضع: } \tau = \frac{m_A}{k}$$

1-2- تحديد τ :

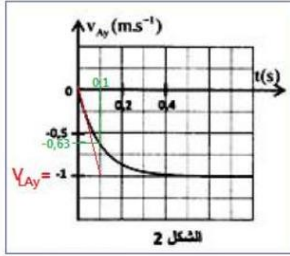
في النظام الدائم تكون السرعة ثابتة $V_{LAy} = cte$ ومنه $\frac{dV_{LAy}}{dt} = 0$ المعادلة التفاضلية (1) تكتب :

$$\frac{V_{LAy}}{\tau} + g = 0 \Rightarrow \frac{V_{LAy}}{\tau} = -g \Rightarrow \tau = -\frac{V_{LAy}}{g}$$

باستعمال مبيان الشكل 2 يساوي مقارب المنحنى السرعة الحدية $V_{LAy} = -1m \cdot s^{-1}$ ومنه :

$$\tau = -\frac{(-1)}{10} \Rightarrow \tau = 0,1 \text{ s}$$

ملحوظة يمكن تحديد τ مبيانيا وهو أفصول السرعة $-0,63 m \cdot s^{-1}$ نجد $\tau = 0,1 \text{ s}$.



استنتاج k :

$$k = \frac{m_A}{\tau} \quad \text{لدينا: } \tau = \frac{m_A}{k} \quad \text{أي:}$$

$$k = \frac{0,5}{0,1} \Rightarrow k = 5 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} \quad \text{ت.ع.}$$

1-3- تحديد السرعة $V_{Ay}(t_i)$ باستعمال طريقة أولير :

$$\frac{dV_{Ay}}{dt} + \frac{V_{Ay}}{\tau} + g = 0 \Rightarrow a_{Ay} = -\frac{V_{Ay}}{\tau} - g$$

$$a_{i-1} = -\frac{V_{i-1}}{\tau} - g$$

$$\begin{cases} a_{i-1} = -\frac{V_{i-1}}{\tau} - g \Rightarrow \frac{V_{i-1}}{\tau} = -a_{i-1} - g \Rightarrow V_{i-1} = -\tau \cdot (a_{i-1} + g) \\ V_i = a_{i-1} \cdot \Delta t + V_{i-1} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} V_i &= a_{i-1} \cdot \Delta t - \tau \cdot (a_{i-1} + g) \Rightarrow \\ V_i &= -4,089 \times 0,01 - 0,1 \times (-4,089 + 10) \end{aligned}$$

$$V_i = 0,632 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

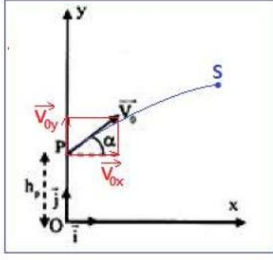
2- دراسة حركة قذيفة في مجال الثقالة

2-1- إثبات المعادلتان الزميتان $x_B(t)$ و $y_B(t)$ بدلالة α و t :

المجموعة المدروسة {الجسم (B)}

جهد القوى: \vec{P} : وزن الجسم (B) : $\vec{P} = m_B \cdot \vec{g}$

تطبيق القانون الثاني لنيوتن :



$$\sum \vec{F}_{ext} = m_B \cdot \vec{a}_B$$

$$m_B \cdot \vec{g} = m_B \cdot \vec{a}_B$$

$$\vec{g} = \vec{a}_B \quad (2)$$

الشروط البدئية :

$$\vec{OG} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h_p \end{cases} \quad \text{و} \quad \vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cdot \cos\alpha \\ V_{0y} = V_0 \cdot \sin\alpha \end{cases}$$

اسقاط العلاقة المتجهية (2) على المحورين Ox و Oy :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{dV_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dV_y}{dt} = -g \end{cases} \xrightarrow{\text{تكامل}} \vec{V} \begin{cases} V_x = V_{0x} \\ V_y = -g \cdot t + V_{0y} \end{cases}$$

$$\vec{V} \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = V_0 \cdot \cos\alpha \\ v_y = \frac{dy}{dt} = -g \cdot t + V_0 \cdot \sin\alpha \end{cases} \xrightarrow{\text{تكامل}} \begin{cases} x_B(t) = V_0 \cdot \cos\alpha \cdot t + x_0 \\ y_B(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 + V_0 \cdot \sin\alpha \cdot t + y_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B(t) = 20 \cos\alpha \cdot t \\ y_B(t) = -5 \cdot t^2 + 20 \sin\alpha \cdot t + 1,8 \end{cases}$$

2-2- إيجاد قيم المسار x_S و y_S :

عند قمة المسار S تكون السرعة أفقية أي : $V_y(S) = 0$ ومنه : $-g \cdot t_S + V_0 \cdot \sin\alpha = 0$

$$t_S = \frac{V_0 \cdot \sin\alpha}{g}$$

نعوض في المعادلتان الزمنيتان نحصل على :

$$x_S(t_S) = V_0 \cdot \cos\alpha \cdot t_S = V_0 \cdot \cos\alpha \cdot \frac{V_0 \cdot \sin\alpha}{g} = \frac{V_0^2 2 \cos\alpha \cdot \sin\alpha}{2g} = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{2g} = \frac{20^2}{2 \times 10} \cdot \sin 2\alpha$$

$$x_S = 20 \sin 2\alpha$$

$$y_S(t_S) = -\frac{1}{2}g \cdot t_S^2 + V_0 \cdot \sin\alpha \cdot t_S + h_p = -\frac{1}{2}g \cdot \left(\frac{V_0 \cdot \sin\alpha}{g}\right)^2 + V_0 \cdot \sin\alpha \cdot \frac{V_0 \cdot \sin\alpha}{g} + h_p$$

$$y_S(t_S) = -\frac{V_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g} + \frac{V_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{g} + h_p = \frac{V_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g} + h_p = \frac{20^2}{2 \times 10} \cdot \sin^2\alpha + 1,8$$

$$y_S = 20 \sin^2\alpha + 1,8$$

3- تحديد الزاوية α لكي يلتقي الجسمان في النقطة S :

يلتقي الجسمان (A) و (B) عندما يكون لهما نفس الأرتوب $y_A = y_B = y_S$

انطلاقاً من النقطة F تبقى حركة الجسم (A) مستقيمة منتظمة سرعته تساوي السرعة الحدية $v_L = -1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. خلال

المدة $t_S = \frac{V_0 \cdot \sin\alpha}{g}$ يقطع الجسم (A) المسافة $d = h_F - y_S$ مع : $d = v_L \cdot t_S$

$$-v_L \cdot t_S = h_F - y_S$$

$$v_L \cdot \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} = h_F - 20 \sin^2 \alpha - 1,8$$

$$20 \sin^2 \alpha - (-1) \times \frac{20}{10} \sin \alpha + 1,8 + 18,5 = 0$$

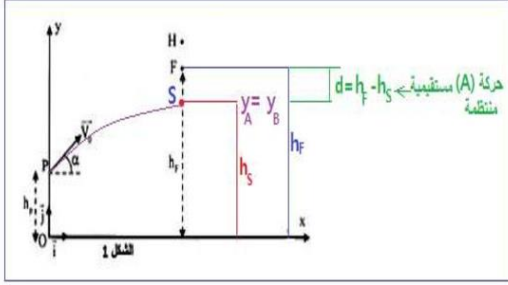
$$20 \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha - 16,7 = 0$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \times 20 \times (-16,7) = 1340$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{-2 - \sqrt{1340}}{2 \times 20} = -0,965 \rightarrow \alpha_1 < 0$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{-2 + \sqrt{1340}}{2 \times 20} = 0,865 \rightarrow \alpha_2 = 59,88^\circ \Rightarrow \alpha_2 \approx 60^\circ$$

بما ان $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ إذن الحل المقبول هو $\alpha_2 = 60^\circ$



الجزء الثاني : دراسة حركة نواس وازن

1- تعبير طاقة الوضع الثقالية للنواس :

$$E_{pp} = mgz + cte$$

بما ان الحالة المرجعية $E_{pp} = 0$ تطابق المستوى الأفقي المار من $z = 0$ ، فإن $cte = 0$ ومنه :

$$E_{pp} = mgz$$

$$z = OG_0 - OH = \frac{L}{2} - \frac{L}{2} \cos \alpha = \frac{L}{2} (1 - \cos \alpha) \text{ مع}$$

$$E_{pp} = \frac{1}{2} mgL (1 - \cos \alpha)$$

باعتبار الزوايا الصغيرة لدينا : $\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$

$$E_{pp} = \frac{1}{2} mgL \left[1 - \left(1 - \frac{\theta^2}{2} \right) \right] \Rightarrow E_{pp} = \frac{1}{4} mgL \cdot \theta^2$$

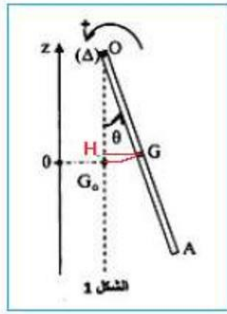
2- إثبات المعادلة التفاضلية :

$$E_m = E_c + E_{pp}$$

تعبير الطاقة الميكانيكية :

$$E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{4} mgL \cdot \theta^2$$

بما ان الإحتكاكات مهملة فإن الطاقة الميكانيكية تنحفظ أي $E_m = cte$ أي : $\frac{dE_m}{dt} = 0$



$$\frac{dE_m}{dt} = J_{\Delta} \dot{\theta} \ddot{\theta} + \frac{1}{2} mgL \cdot \theta \dot{\theta} = 0$$

$$J_{\Delta} \ddot{\theta} + \frac{1}{2} mgL \cdot \theta = 0$$

$$\frac{1}{3} m \cdot L^2 \ddot{\theta} + \frac{1}{2} mgL \cdot \theta = 0$$

$$L \ddot{\theta} + \frac{3}{2} g \cdot \theta = 0$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{3g}{2L} \theta = 0$$

3-1- تحديد g :

تعبير الدور الخاص للمتذبذب : $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{2L}{3g}}$ نعلم ان الدور الخاص يساوي ضعف الدور الطاقوي : $T_0 = 2T$ أي :

$$g = \frac{2\pi^2 L}{3T^2} \quad \text{وبالتالي} \quad T^2 = \pi^2 \frac{2L}{3g} \quad \text{ومنه} \quad 2T = 2\pi \sqrt{\frac{2L}{3g}}$$

مبيانيا دور الطاقة الحركية هو $T = 0,6 \text{ s}$

$$g = \frac{2 \times 10 \times 0,53}{3 \times (0,6)^2} \Rightarrow g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

3-2- قيمة الوسع θ_m :

$$E_m = E_{c \max} = E_{pp \max}$$

$$E_{c \max} = \frac{1}{4} mgL \cdot \theta_m^2$$

$$\theta_m = \sqrt{\frac{4E_{c \max}}{mgL}} \Rightarrow \theta_m = \sqrt{\frac{4 \times 9,10^{-3}}{0,1 \times 9,81 \times 0,53}} \Rightarrow \theta_m = 0,62 \text{ rad} = 15^\circ$$

3-3- تحديد φ :

$$\frac{d\theta}{dt} = \text{لدينا} : \theta = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) \quad \text{الاشتقاق يعطي} :$$

$$-\frac{2\pi}{T_0} \theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$$

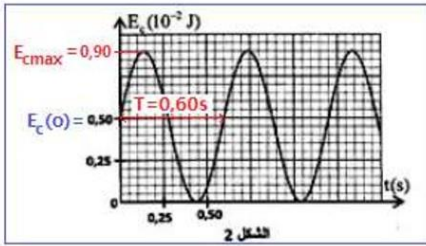
نعوض في الطاقة الحركية

$$E_c = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 = \frac{1}{6} m \cdot L^2 \left[-\frac{2\pi}{T_0} \theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) \right]^2 = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \frac{m \cdot L^2 \cdot \theta_m^2}{6} \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) =$$

$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{3g}{2L}$$

$$E_c = \frac{3g}{2L} \cdot \frac{m \cdot L^2 \cdot \theta_m^2}{6} \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) = \frac{1}{4} m \cdot g \cdot L \cdot \theta_m^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$$

$$E_c(0) = \frac{1}{4} m \cdot g \cdot L \cdot \theta_m^2 \sin^2 \varphi$$



$$\sin\varphi = \pm \sqrt{\frac{4 \cdot E_C(0)}{m \cdot g \cdot L \cdot \theta_m^2}} = \pm \frac{2}{\theta_m} \sqrt{\frac{E_C(0)}{m \cdot g \cdot L}}$$

تتم الحركة في المنحى السالب إذن :

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{2\pi}{T_0} \theta_m \sin\varphi < 0 \Rightarrow \sin\varphi > 0 \Rightarrow \varphi > 0$$

$$\sin\varphi = \frac{2}{\theta_m} \sqrt{\frac{E_C(0)}{m \cdot g \cdot L}} \Rightarrow \sin\varphi = \frac{2}{0,26} \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-3}}{0,1 \times 9,81 \times 0,53}} = 0,75$$

$$\varphi \simeq 0,848\text{rad} \simeq 48,6^\circ$$