

Exercice (1)

1) calcules les limites : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - \sqrt[3]{6+x}\sqrt{6-x}}{\sqrt[3]{6+x} - \sqrt{6-x}}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - x} - x + 1$

2) calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{E(ax)}{x}$ puis déduire la limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{E(2x) + E(-3x) + E(6x)}{E(x) + E(5x) + E(6x)}$

3) a) montrer que $(\forall (a, b) \in \mathbb{R}^{+2}) \quad \arctan a - \arctan b = \arctan \frac{a-b}{1+ab}$

b) calculer la limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^3} (\arctan \sqrt{2+x} - \arctan \sqrt{x})$

4) montrer que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^n(ax)}{x^2} = \frac{p a^2}{2}$ et déduire $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3(7x) \cos^5(6x) \cos^7(23x)}{x^2}$

Exercice (2)

Soit f la fonction telle que : $f(x) = \frac{1 + \cos(\pi\sqrt{x+1})}{x^2}$

Montrer que f admet un prolongement h par continuité en $a = 0$

(poser $t = \sqrt{x+1} - 1$) puis définir h

Exercice (3)

Soit a un réel .

On considère la fonction f définie par :
$$\begin{cases} f(x) = x^2 - a + 1 & ; \quad x \leq a \\ f(x) = \frac{3x-1}{x+1} & ; \quad x > a \end{cases}$$

1) déterminer suivant a l'ensemble de définition D_f

2) déterminer a pour que f soit continue sur \mathbb{R}

(on donne $(t-1)^2(t+2) = t^3 - 3t + 2$)

Exercice (4)

Soit f la fonction définie sur $D = \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$ par : $f(x) = \tan^2 x - \tan x$

1) calculer les limites de f au bornes de D

2) étudier les variation de f et dresser sa table de variation

3) Soit g la restriction de f sur l'intervalle $I = \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right[$

a) montrer que g est une bijection de I vers $J = [0, +\infty[$

b) montrer que $(\forall x \in [0, +\infty[) \quad g^{-1}(x) = \arctan \left(\sqrt{x + \frac{1}{4}} + \frac{1}{2} \right)$