ln : 14 (π) (·)

→ ln est la primitive de la fonction $x \to \frac{1}{x}$ qui s'annule en 1 sur $]0,+\infty[$

c.à.d $(\forall x>0)$ $(Ln(x))' = \frac{1}{x}$ et $Ln(1)=0$

→ Les propriétés

- ln est continue et strictement ↗ sur $]0,+\infty[$
- $ln(a.b) = Ln(a) + Ln(b)$
- $Ln(1/a) = -Ln(a)$
- $Ln(a/b) = ln(a) - ln(b)$
- $Ln(a^r) = r\,ln(a)$ $\quad r \in \mathbb{Q}^*$
- $Ln \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} Ln(a)$

→ Le signe de Ln

sur $]0,1] \Rightarrow 0 < x \leq 1$

$\Rightarrow Ln(x) \leq Ln(1)$

$Ln(x) \leq 0$

sur $]1,+\infty[\Rightarrow x>1$ et ln ↗

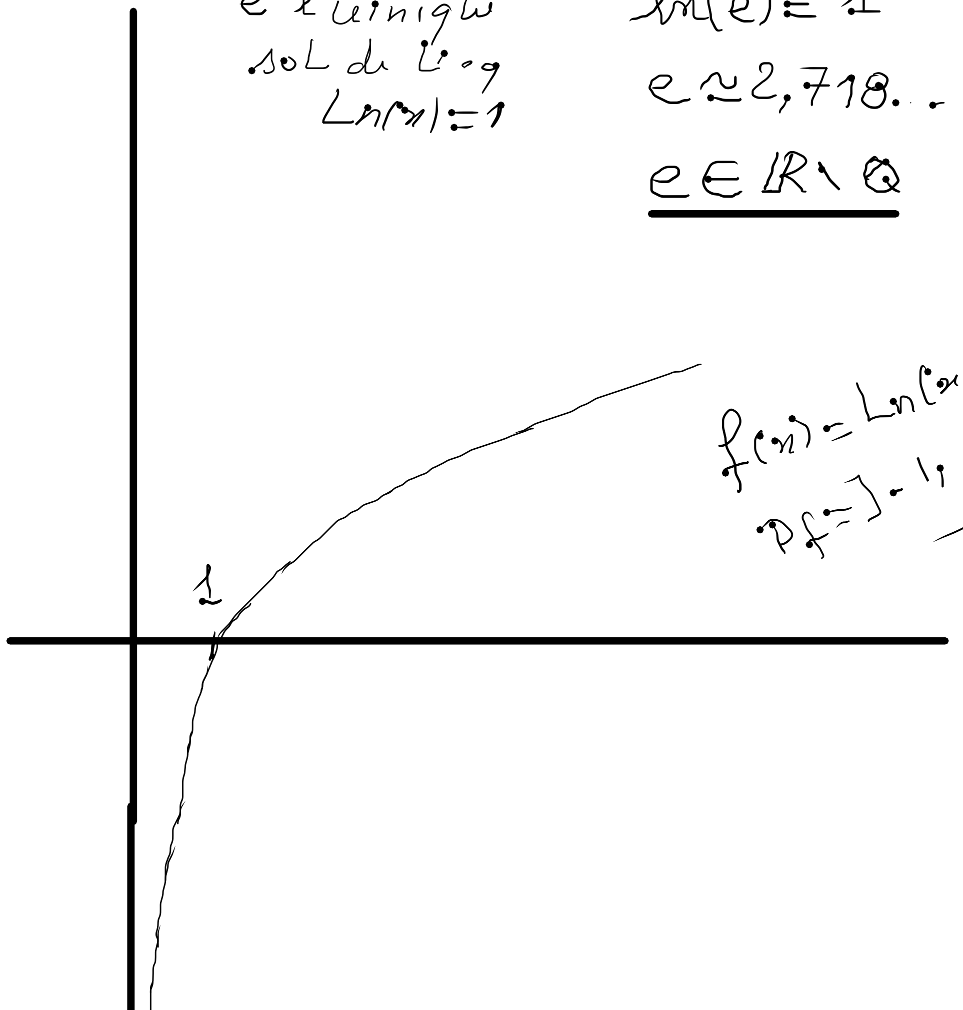
$Ln(x) > 0$ $\quad Ln(x)=1$

e l'unique sol de l'eq $Ln(x)=1$

$ln(e) = 1$

$e \simeq 2,718...$

$e \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$



$f(x) = Ln(x+1)$

$D_f =]-1,+\infty[$

$$\boxed{\text{une primitive de } \frac{u'}{u} \text{ est } Ln|u|}$$

→ Limites de Ln

- $\lim_{0^+} Ln(x) = -\infty$, $\lim_{+\infty} Ln(x) = +\infty$
- Forme indéterminée $\frac{0}{0}$, $0 \times \infty$, $\frac{\infty}{\infty}$, $(+\infty)+(-\infty)$

→ $\lim_{0^+} x^n Ln(x) = 0$ (0^-), $n \in \mathbb{N}^*$

→ $\lim_{+\infty} \frac{Ln(x)}{x^n} = 0$ $\quad (n \in \mathbb{N}^*)$

→ $\lim_{x \to 1} \frac{Ln(x)}{x-1} = 1$ (le nombre dérivé)

On pose $X = x-1$ qd $x \to 1$, $X \to 0$

donc $x = 1+X$

- $\lim_{X \to 0} \frac{Ln(1+X)}{X} = 1$

→ La dérivée

$(Ln\,u)' = \frac{u'}{u}$

u strictement >0 et dérivable.

Exp

- La fonction réciproque de Ln.

$$\exp : \mathbb{R} \to]0,+\infty[$$
$$x \mapsto e^x$$

Propriété

$e^x . e^y = e^{x+y}$, $e^0 = 1$

$e^{-x} = 1/e^x$. $e^1 = e$

$\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$

$(e^x)^r = e^{rx}$

$e^{Ln(x)} = x$, $Ln(e^x) = x$

$y = e^x \Leftrightarrow x = Ln y$

$\boxed{f(f^{-1}(x)) = x \quad f^{-1}(f(x)) = x}$

$f(x) = y$

$\Rightarrow f^{-1}(f(x)) = f^{-1}$

→ $(\forall x \in \mathbb{R})\ e^x > 0$

→ exp : continue et str croissante sur $\mathbb{R}$

$\lim_{-\infty} e^x = 0$ (c'est un un 0^+)

$\lim_{x \to a} f(x) = b$

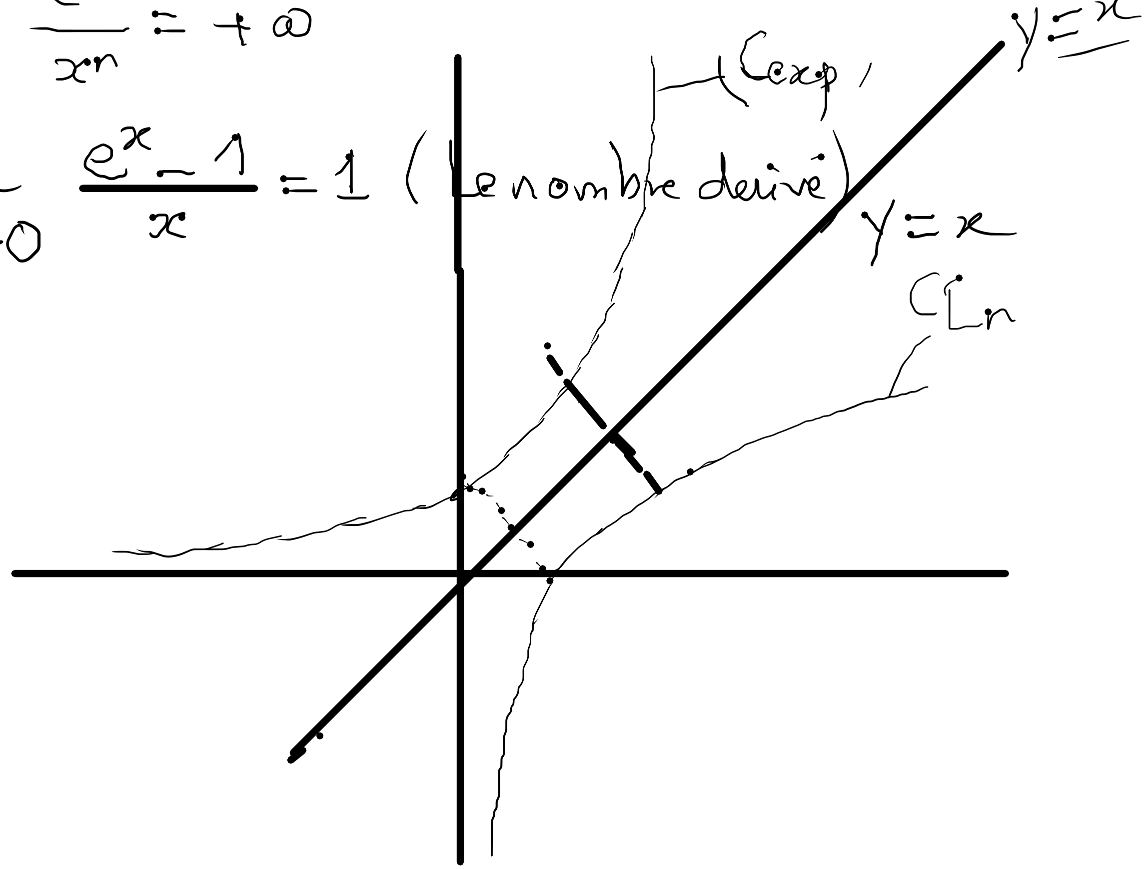
$\lim_{+\infty} e^x = +\infty$

$\lim_{b} f^{-1}(x) = a$

$\lim_{-\infty} x^n . e^x = 0$ (ça dépend de la parité de n)

$\lim_{+\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$

$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ (Le nombre dérivé)



→ $(e^U)' = U' e^U$

U dérivable

$(e^{\sqrt{x}})' = (\sqrt{x})' (e^{\sqrt{x}})$ $(x > 0)$

$= \frac{1}{2\sqrt{x}} e^{\sqrt{x}}$

2,718...

$e^x = 3$

$x = Ln 3$

Physique chimie

$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

$\frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t}$

$\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = -\lambda t$

$\ln\left(\frac{N_0}{N(t)}\right) = \lambda t$

$t = \frac{1}{\lambda} Ln\left(\frac{N_0}{N}\right)$

Limites Ln

$\rightarrow \lim_{0^+} x(\ln(x))^2 = \lim_{0^+} \left(\sqrt{x}\ln(x)\right)^2$

on pose $t = \sqrt{x} \Leftrightarrow x = t^2$

$= \lim_{0} \left(t\ln(t^2)\right)^2$

$\lim_{0^+} x^2(\ln(x))^3$

$= \lim\left(x^{2/3}\ln(x)\right)^3$

$= \lim_{t\to 0^+} (2t\ln t)^2 = 0$

car $\lim_{0^+}(t\ln t) = 0$

$\rightarrow \lim_{+\infty} \frac{\ln^3(x)}{x^2} = \lim_{+\infty}\left(\frac{\ln(x)}{x^{2/3}}\right)^3$

on pose $t = x^{2/3} \Leftrightarrow x = t^{3/2}$

$= \lim_{+\infty}\left(\frac{\ln(t^{3/2})}{t}\right)^3$

$= \lim_{+\infty}\left(\frac{3}{2}\frac{\ln(t)}{t}\right)^3 = 0$

$\rightarrow \lim_{+\infty} \frac{\ln(x+1)}{x^2+2} = \lim_{+\infty} \frac{\ln(x+1)}{(x+1)} \cdot \frac{(x+1)}{x^2+2}$

$0 \times 0 = 0$

car $\begin{cases} \lim_{+\infty} \frac{\ln(x+1)}{x+1} = 0 \\ \lim \end{cases}$

$\rightarrow \lim_{+\infty} \frac{\ln(x^2+2)}{x+1} = \lim_{+\infty} \frac{\ln(x^2+2)}{\sqrt{x^2+2}} \cdot \frac{\sqrt{x^2+2}}{x+1}$

$= \lim_{+\infty} \frac{\ln\left(\sqrt{x^2+2}\right)^2}{\sqrt{x^2+2}} \cdot \frac{\sqrt{x^2+2}}{x+1}$

$= \lim_{+\infty} \frac{2\ln\sqrt{x^2+2}}{\sqrt{x^2+2}} \cdot \sqrt{\frac{x^2+2}{(x+1)^2}}$

$0 \times 1 = 0$

Limite de l'exp

$$\lim_{-\infty} (x^2+1)e^{x^3+\sqrt{3}x} = \lim_{-\infty} \underbrace{(x^3+\sqrt{3}x)}_{x} \underbrace{e^{x^3+\sqrt{3}x}}_{x} \cdot \frac{x^2+1}{x^3+\sqrt{3}x}$$

$= 0$ car $\begin{cases} - \\ - \end{cases}$

$$\lim_{-\infty} \frac{e^{x^2+1}}{x^3+\sqrt{3}x} = \lim_{-\infty} \left(\frac{e^{x^2+1}}{(x^2+1)^2}\right) \times \frac{(x^2+1)^2}{x^3+\sqrt{3}x}$$

$+\infty \times -\infty$

car

$= -\infty$

$$\lim_{+\infty} \frac{\ln(x)}{x^r} = 0 \quad r \in \mathbb{Q}$$

→ $\lim_{-\infty} x^n e^x = 0$

→ $\lim_{+\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$

→ $f(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(x)+1}$

$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0 \text{ et } \ln(x)+1 \neq 0\}$

$= \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0 \text{ et } \ln x \neq -1\}$

$= \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0 \text{ et } x \neq e^{-1}\}$

$D_f =]0, 1/e[\cup]1/e, +\infty[$

$f(x) = \ln|x-1|$

$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x-1 \neq 0\}$

$= \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 1\} = \mathbb{R} - \{1\}$

Exercice10: Considérons la fonction f définie par : $f(x)=\sqrt{e^{-x}-e^{-2x}}$

1)déterminer D_f et calculer les limites aux bornes de D_f

2) Etudier la continuité et la dérivabilité de la fonction f à droite de 0 et interpréter géométriquement le résultat obtenu

3)Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

4) construire la courbe C_f.

Exercice13 :

Partie 1 : Considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}+$ par : $f(x)=(x+2)e^{\frac{-2}{x}}$ si $x>0$ et $f(0)=0$

1) Etudier la continuité et la dérivabilité de la fonction f à droite de 0.
2) Interpréter géométriquement le résultat obtenu.
3) Déterminer la limite en $+\infty$
4) Déterminer la fonction dérivée de la fonction f puis dresser le tableau de variation de f.

5) a) Montrer que $(\forall t>0)\ 0<e^{-t}+t-1<\frac{t^2}{2}$

on pose $g(t)=e^{-t}+t-1$ $(\forall t>0)$

$g'(t)=(e^{-t})'+(t-1)'$

$=(-t)'e^{-t}+1$

$=-e^{-t}+1$

$=1-e^{-t}$

$(e^u)'=u'e^u$

$\ln t<t-1$

Le signe de $g'(t)$

on a $t>0$

$\Leftrightarrow -t<0$

$\Leftrightarrow e^{-t}<e^0$

$\Leftrightarrow e^{-t}<1$

$\Leftrightarrow -e^{-t}>-1$

$\Leftrightarrow 1-e^{-t}>0$

$g'(t)>0$

donc g est croissante

on a $t>0$ et g est str croissante

$g(t)>g(0)$

$g(t)>0$

$\Rightarrow e^{-t}+t-1>0$

Mq $e^{-t}+t-1<\frac{t^2}{2}$

$h(t)=e^{-t}+t-1-\frac{t^2}{2}$

$h'(t)=(-t)'e^{-t}+1-\frac{2t}{2}$

$=-e^{-t}+1-t$

$h''(t)=e^{-t}-1$

Exercice13 :

Partie 1 : Considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}+$

par : $f(x)=(x+2)e^{\frac{-2}{x}}$ si $x>0$ et $f(0)=0$

1) Etudier la continuité et la dérivabilité de la fonction f à droite de 0.
2) Interpréter géométriquement le résultat obtenu.
3) Déterminer la limite en $+\infty$
4) Déterminer la fonction dérivée de la fonction f puis dresser le tableau de variation de f.

5) a) Montrer que $(\forall t>0)$ $0 \prec e^{-t}+t-1 \prec \frac{t^2}{2}$

$h''(t) = e^{-t} - 1$

$t>0$ donc $-t<0$

$\Rightarrow e^{-t} < e^0$

$\Rightarrow e^{-t} < 1$

$\Rightarrow e^{-t} - 1 < 0$

donc $h''(t) < 0$

donc h' est décroissante sur $]0, +\infty[$

$t>0$ et h' est decroissante

$\Rightarrow h'(t) < h'(0)$

donc $\underline{\underline{h'(t) < 0}}$

donc h est décroissante

$t>0$ et h est decroissante

$h(t) < h(0)$

$h(t) < 0$

$e^{-t} + t - 1 - \frac{t^2}{2} < 0$

$\boxed{e^{-t} + t - 1 < \frac{t^2}{2}}$

Rappel

$f'' < 0 \Rightarrow f'$ est decroissante

$f'' > 0 \Rightarrow f'$ est $\nearrow$

Exercice13 :

Partie 1 : Considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}+$

par : $f(x)=(x+2)e^{\frac{-2}{x}}$ si $x>0$ et $f(0)=0$

1) Etudier la continuité et la dérivabilité de la fonction f à droite de 0.

2) Interpréter géométriquement le résultat obtenu.

3) Déterminer la limite en $+\infty$

4) Déterminer la fonction dérivée de la fonction f puis dresser le tableau de variation de f.

5) a) Montrer que $(\forall t>0)$ $0 \prec e^{-t}+t-1 \prec \frac{t^2}{2}$

5) a) Montrer que $(\forall t > 0)$ $\boxed{0 \prec e^{-t} + t - 1 \prec \frac{t^2}{2}}$

b) En déduire que : $(\forall x > 0)$

$$\frac{-4}{x} \prec f(x) - x \prec \frac{4}{x^2} - \frac{2}{x}$$

c) Déterminer la nature de la branche infinie de la courbe Cf au voisinage de $+\infty$

6) Construire la courbe C_f.

$\cdot\ f(x) = (x+2)e^{-2/x}$

$f(x) - x = (x+2)e^{-2/x} - x$

On pose $t = \frac{2}{x}$

$0 < e^{-2/x} + 2/x - 1 < \frac{\frac{4}{x^2}}{2}$

$\Leftrightarrow 0 < e^{-2/x} + 2/x - 1 < \frac{2}{x^2}$

$\Leftrightarrow 0 < \underbrace{(x+2)e^{-2/x}} + (x+2)\left(\frac{2}{x} - 1\right) < \frac{2(x+2)}{x^2}$

$\Leftrightarrow 0 < f(x) + \cancel{2} - x + \frac{4}{x} - \cancel{2} < \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2}$

$\Leftrightarrow \frac{-4}{x} < f(x) - x < \frac{4}{x^2} - 2/x$

on a $\lim_{+\infty} -4/x = 0$ et $\lim_{+\infty} 2/x + \frac{4}{x^2} = 0$

donc $\lim f(x) - x = 0$

d'ou (Cf) admet une asymptote oblique d'eq $y = x$ Au voisinage de $+\infty$

S.M

5) a) Montrer que $(\forall t > 0)$ $0 \prec e^{-t} + t - 1 \prec \dfrac{t^2}{2}$

b) En déduire que : $(\forall x > 0)$

$$\frac{-4}{x} \prec f(x) - x \prec \frac{4}{x^2} - \frac{2}{x}$$

c) Déterminer la nature de la branche infinie de la courbe Cf au voisinage de $+\infty$

6) Construire la courbe C_f.

f''

$+$ (Cf) convexe

$-$ (Cf) concave

$+$ f' est $\nearrow$

$-$ f' est $\searrow$

$t > 0 \Rightarrow f'(t) > f'(0)$

$f'(t) > 0$

$\Downarrow$

Problème (*8 points*) :

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} f(x) = (x-1)^2 e^{x(2-x)} & ; \quad x \leq 2 \\ f(x) = 1 + (x-2)^2 \ln(x-2) & ; \quad x > 2 \end{cases}$

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité : 1cm)

0.5	1) Montrer que la fonction f est continue au point 2
0.25	2) a) Vérifier que pour tout $x < 2$ et $x \neq 0$, $\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2} = xe^{x(2-x)} - x.\dfrac{e^{x(2-x)}-1}{x(2-x)}$
0.5	b) Montrer que f est dérivable à gauche en 2.
0.75	c) Montrer que f est dérivable en 2 et que $f'(2) = 0$ puis interpréter géométriquement le résultat.
0.25	3) a) Vérifier que pour tout $x \leq 2$, $f(x) = x(x-2)e^{x(2-x)} + e^{x(2-x)}$
0.5	b) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et interpréter géométriquement le résultat.
0.75	c) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ puis interpréter géométriquement le résultat.
0.5	4) a) Montrer que pour tout $x < 2$, $f'(x) = 2x(x-1)(2-x)e^{x(2-x)}$
0.5	b) Montrer que pour tout $x > 2$, $f'(x) = (x-2)(1+2\ln(x-2))$

1°/ continuité à droite de 2

$\lim\limits_{x \to a}$ $\qquad x \to -\infty$ $\qquad X = x - a.$

$$\lim_{x \to 2^+} f(x) = \lim_{2^+} 1 + (x-2)^2 \ln(x-2)$$

on pose $X = x - 2$

q^d $x \to 2^+ \iff X \to 0^+$

$$= \lim_{X \to 0^+} 1 + \underbrace{X^2 \ln X}$$

$= 1$ car $\lim X^2 \ln X = 0$

$= f(2)$

$$\lim_{2^-} f(x) = \lim_{2^-} (x-1)^2 e^{x(2-x)} = 1 = f(2)$$

donc $\boxed{\lim\limits_{2^+} f(x) = \lim\limits_{2^-} f(x) = f(2)}$

f est continue à droite de 2.

Problème (*8 points*) :

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} f(x)=(x-1)^2e^{x(2-x)} & ; x\leq 2 \\ f(x)=1+(x-2)^2\ln(x-2) & ; x>2 \end{cases}$

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité : 1cm)

0.5 1) Montrer que la fonction f est continue au point 2

0.25 2) a) Vérifier que pour tout $x<2$ et $x\neq 0$ $\boxed{\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}}=xe^{x(2-x)}-x.\dfrac{e^{x(2-x)}-1}{x(2-x)}$

0.5 b) Montrer que f est dérivable à gauche en 2.

0.75 c) Montrer que f est dérivable en 2 et que $f'(2)=0$ puis interpréter géométriquement le résultat.

0.25 3) a) Vérifier que pour tout $x\leq 2, f(x)=x(x-2)e^{x(2-x)}+e^{x(2-x)}$

0.5 b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et interpréter géométriquement le résultat.

0.75 c) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ puis interpréter géométriquement le résultat.

0.5 4) a) Montrer que pour tout $x<2$, $f'(x)=2x(x-1)(2-x)e^{x(2-x)}$

0.5 b) Montrer que pour tout $x>2$, $f'(x)=(x-2)(1+2\ln(x-2))$

$f(2)=(2-1)^2e^0=1.$

2) a) $\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=\dfrac{(x-1)^2e^{x(2-x)}-1}{x-2}$

$=\dfrac{(x^2-2x+1)e^{x(2-x)}-1}{x-2}$ (1)

d'autre part :

$xe^{x(2-x)}-x\dfrac{e^{x(2-x)}-1}{x(2-x)}$

$=xe^{x(2-x)}-\dfrac{e^{x(2-x)}-1}{2-x}$

$=xe^{x(2-x)}+\dfrac{e^{x(2-x)}-1}{x-2}$

$=\dfrac{x(x-2)e^{x(2-x)}+e^{x(2-x)}-1}{x-2}$

$=\dfrac{(x(x-2)+1)e^{x(2-x)}-1}{x-2}$ (2)

de (1) et (2) on conclu

$\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=xe^{x(2-x)}-x e^{x(}$

Problème (*8 points*) :

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} f(x)=(x-1)^2 e^{x(2-x)} & ; \ x\leq 2 \\ f(x)=1+(x-2)^2\ln(x-2) & ; \ x>2 \end{cases}$

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité : 1cm)

0.5 1) Montrer que la fonction f est continue au point 2

0.25 2) a) Vérifier que pour tout $x<2$ et $x\neq 0$, $\frac{f(x)-f(2)}{x-2} = xe^{x(2-x)} - x.\frac{e^{x(2-x)}-1}{x(2-x)}$

0.5 b) Montrer que f est dérivable à gauche en 2.

0.75 c) Montrer que f est dérivable en 2 et que $f'(2)=0$ puis interpréter géométriquement le résultat.

0.25 3) a) Vérifier que pour tout $x\leq 2, f(x)=x(x-2)e^{x(2-x)}+e^{x(2-x)}$

0.5 b) Calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et interpréter géométriquement le résultat.

0.75 c) Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interpréter géométriquement le résultat.

0.5 4) a) Montrer que pour tout $x<2$, $f'(x)=2x(x-1)(2-x)e^{x(2-x)}$

0.5 b) Montrer que pour tout $x>2$, $f'(x)=(x-2)(1+2\ln(x-2))$

b) $\lim_{2^-} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{2^-} xe^{x(2-x)} - x \frac{e^{x(2-x)}-1}{x(2-x)}$

$(f^{-1})'(c) = \frac{1}{f'(f^{-1}(a))}$

$= 2e^0 - 2\times 1 = 0$

$X = x(2-x)$

car $\lim_{X\to 0} \frac{e^X-1}{X} = 1$

donc f est derivable à gauch de 2

c) $\lim_{2^+} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{2^+} \frac{1+(x-2)^2\ln(x-2)-1}{x-2}$

$= \lim_{2^+} (x-2)\ln(x-2)$

on pose $X = x-2$

$= \lim_{X\to 0^+} X\ln X = 0$

donc f est derivable en 2 car $f'_d(2) = f'_g(2) = 0$

- $(\Delta)\ x = a$ axe de symétrie de C_f

$$\boxed{f(2a - x) = f(x)}$$

- $I(a, b)$ centre de symétrie

$$f(2a - x) = 2b - f(x)$$

Problème (*8 points*) :

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} f(x)=(x-1)^2e^{x(2-x)} & ; \quad x\leq 2 \\ f(x)=1+(x-2)^2\ln(x-2) & ; \quad x>2 \end{cases}$

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (unité : 1cm)

0.5 1) Montrer que la fonction f est continue au point 2

0.25 2) a) Vérifier que pour tout $x<2$ et $x\neq 0$, $\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=xe^{x(2-x)}-x.\dfrac{e^{x(2-x)}-1}{x(2-x)}$

0.5 b) Montrer que f est dérivable à gauche en 2.

0.75 c) Montrer que f est dérivable en 2 et que $f'(2)=0$ puis interpréter géométriquement le résultat.

0.25 3) a) Vérifier que pour tout $x\leq 2, f(x)=x(x-2)e^{x(2-x)}+e^{x(2-x)}$

0.5 b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et interpréter géométriquement le résultat.

0.75 c) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ puis interpréter géométriquement le résultat.

0.5 4) a) Montrer que pour tout $x<2$, $f'(x)=2x(x-1)(2-x)e^{x(2-x)}$

0.5 b) Montrer que pour tout $x>2$, $f'(x)=(x-2)\left(1+2\ln(x-2)\right)$

Problème (*8 points*) :

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} f(x)=(x-1)^2e^{x(2-x)} & ; \quad x\leq 2 \\ f(x)=1+(x-2)^2\ln(x-2) & ; \quad x>2 \end{cases}$

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité : 1cm)

0.5 1) Montrer que la fonction f est continue au point 2

0.25 2) a) Vérifier que pour tout $x<2$ et $x\neq 0$, $\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=xe^{x(2-x)}-x.\dfrac{e^{x(2-x)}-1}{x(2-x)}$

0.5 b) Montrer que f est dérivable à gauche en 2.

0.75 c) Montrer que f est dérivable en 2 et que $f'(2)=0$ puis interpréter géométriquement le résultat.

0.25 3) a) Vérifier que pour tout $x\leq 2, f(x)=x(x-2)e^{x(2-x)}+e^{x(2-x)}$

0.5 b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et interpréter géométriquement le résultat.

0.75 c) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ puis interpréter géométriquement le résultat.

0.5 4) a) Montrer que pour tout $x<2$, $f'(x)=2x(x-1)(2-x)e^{x(2-x)}$

0.5 b) Montrer que pour tout $x>2$, $f'(x)=(x-2)(1+2\ln(x-2))$

0.5	4) a) Montrer que pour tout $x<2$, $f'(x)=2x(x-1)(2-x)e^{x(2-x)}$
0.5	b) Montrer que pour tout $x>2$, $f'(x)=(x-2)\left(1+2\ln(x-2)\right)$
0.5	c) Résoudre dans l'intervalle $]2,+\infty[$, l'inéquation $1+2\ln(x-2)\leq 0$
0.75	d) Etudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ puis dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$
1	5) Construire la courbe (C) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$
	(On donne : $f(3)=1$; $2+\frac{1}{\sqrt{e}}\approx 2.6$ et $f\left(2+\frac{1}{\sqrt{e}}\right)\approx 0.8$)

0.5	4) a) Montrer que pour tout $x<2$, $f'(x)=2x(x-1)(2-x)e^{x(2-x)}$
0.5	b) Montrer que pour tout $x>2$, $f'(x)=(x-2)(1+2\ln(x-2))$
0.5	c) Résoudre dans l'intervalle $]2,+\infty[$, l'inéquation $1+2\ln(x-2)\leq 0$
0.75	d) Etudier le signe de $f'(x)$ sur □ puis dresser le tableau de variations de f sur □
1	5) Construire la courbe (C) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$
	(On donne : $f(3)=1$; $2+\frac{1}{\sqrt{e}}\approx 2.6$ et $f\left(2+\frac{1}{\sqrt{e}}\right)\approx 0.8$)

0.5	4) a) Montrer que pour tout $x<2$, $f'(x)=2x(x-1)(2-x)e^{x(2-x)}$
0.5	b) Montrer que pour tout $x>2$, $f'(x)=(x-2)(1+2\ln(x-2))$
0.5	c) Résoudre dans l'intervalle $]2,+\infty[$, l'inéquation $1+2\ln(x-2)\leq 0$
0.75	d) Etudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ puis dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$
1	5) Construire la courbe (C) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$
	(On donne : $f(3)=1$; $2+\frac{1}{\sqrt{e}}\approx 2.6$ et $f\left(2+\frac{1}{\sqrt{e}}\right)\approx 0.8$)

Exercice 3 (3points)

1) On considère le nombre complexe $\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$

0.25 a) Montrer que $\alpha = \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

0.25 b) Déduire que α^{2022} est un nombre réel.

0.5 2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectives α et $\overline{\alpha}$

Déterminer une mesure de l'angle de la rotation R de centre O et qui transforme B en A

3) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E_a) : z^2 - \sqrt{3}z + a = 0$ où a est un nombre réel non nul.

On suppose que l'équation (E_a) admet deux racines complexes conjuguées non réelles z et $\overline{z}$

Soient les points $M(z)$; $N(\overline{z})$ et $P(\sqrt{3})$ du plan complexe.

Sans résoudre l'équation (E_a) :

0.5 a) Justifier que $a > \frac{3}{4}$ et que $a = z\overline{z}$

0.5 b) Montrer que $|z| = |z - \sqrt{3}|$

0.5 c) En déduire que les points M et N appartiennent à la médiatrice (Δ) du segment $[OP]$

0.5 d) Déterminer la valeur de a pour laquelle $|z - \sqrt{3}| = \sqrt{3}$ et déduire dans ce cas, les points d'intersection de la droite (Δ) et le cercle de centre P et de rayon $\sqrt{3}$

Exercice 3 (*3points*)

1) On considère le nombre complexe $a = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$

0.25 a) Montrer que $a = \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

0.25 b) Déduire que a^{2022} est un nombre réel.

0.5 2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$, on considère les points A et B d'affixes respectives a et $\overline{a}$

Déterminer une mesure de l'angle de la rotation R de centre O et qui transforme B en A

3) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $\left(E_\alpha\right): z^2 - \sqrt{3}z + \alpha = 0$ où α est un nombre réel non nul.

On suppose que l'équation $\left(E_\alpha\right)$ admet deux racines complexes conjuguées non réelles z et $\overline{z}$

Soient les points $M(z)$; $N(\overline{z})$ et $P\left(\sqrt{3}\right)$ du plan complexe.

Sans résoudre l'équation $\left(E_\alpha\right)$:

0.5 a) Justifier que $\alpha > \frac{3}{4}$ et que $\alpha = z\overline{z}$

0.5 b) Montrer que $|z| = \left|z - \sqrt{3}\right|$

0.5 c) En déduire que les points M et N appartiennent à la médiatrice (Δ) du segment $[OP]$

0.5 d) Déterminer la valeur de α pour laquelle $\left|z - \sqrt{3}\right| = \sqrt{3}$ et déduire dans ce cas, les points d'intersection de la droite (Δ) et le cercle de centre P et de rayon $\sqrt{3}$

Exercice 3 (3points)

1) On considère le nombre complexe $\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$

0.25 a) Montrer que $\alpha = \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

0.25 b) Déduire que α^{2022} est un nombre réel.

0.5 2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectives a et $\overline{a}$

Déterminer une mesure de l'angle de la rotation R de centre O et qui transforme B en A

3) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E_\alpha) : z^2 - \sqrt{3}z + \alpha = 0$ où α est un nombre réel non nul.

On suppose que l'équation (E_α) admet deux racines complexes conjuguées non réelles z et $\overline{z}$

Soient les points $M(z)$; $N(\overline{z})$ et $P(\sqrt{3})$ du plan complexe.

Sans résoudre l'équation (E_α) :

0.5 a) Justifier que $\alpha > \frac{3}{4}$ et que $\alpha = z\overline{z}$

0.5 b) Montrer que $|z| = |z - \sqrt{3}|$

0.5 c) En déduire que les points M et N appartiennent à la médiatrice (Δ) du segment $[OP]$

0.5 d) Déterminer la valeur de α pour laquelle $|z - \sqrt{3}| = \sqrt{3}$ et déduire dans ce cas, les points d'intersection de la droite (Δ) et le cercle de centre P et de rayon $\sqrt{3}$

Exercice 3 (3points)

1) On considère le nombre complexe $\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$

0.25 a) Montrer que $\alpha = \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

0.25 b) Déduire que α^{2022} est un nombre réel.

0.5 2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectives α et $\overline{\alpha}$

Déterminer une mesure de l'angle de la rotation R de centre O et qui transforme B en A

3) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E_\alpha): z^2 - \sqrt{3}z + \alpha = 0$ où α est un nombre réel non nul.

On suppose que l'équation (E_α) admet deux racines complexes conjuguées non réelles z et $\overline{z}$

Soient les points $M(z)$; $N(\overline{z})$ et $P(\sqrt{3})$ du plan complexe.

Sans résoudre l'équation (E_α) :

0.5 a) Justifier que $\alpha > \frac{3}{4}$ et que $\alpha = z\overline{z}$

0.5 b) Montrer que $|z| = |z - \sqrt{3}|$

0.5 c) En déduire que les points M et N appartiennent à la médiatrice (Δ) du segment $[OP]$

0.5 d) Déterminer la valeur de α pour laquelle $|z - \sqrt{3}| = \sqrt{3}$ et déduire dans ce cas, les points d'intersection de la droite (Δ) et le cercle de centre P et de rayon $\sqrt{3}$

Exercice 3 (3points)

1) On considère le nombre complexe $\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i$

0.25 a) Montrer que $\alpha=\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

0.25 b) Déduire que α^{2022} est un nombre réel.

0.5 2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$, on considère les points A et B d'affixes respectives a et $\overline{a}$

Déterminer une mesure de l'angle de la rotation R de centre O et qui transforme B en A

3) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $\left(E_\alpha\right): z^2-\sqrt{3}z+\alpha=0$ où α est un nombre réel non nul.

On suppose que l'équation $\left(E_\alpha\right)$ admet deux racines complexes conjuguées non réelles z et $\overline{z}$

Soient les points $M\left(z\right)$; $N\left(\overline{z}\right)$ et $P\left(\sqrt{3}\right)$ du plan complexe.

Sans résoudre l'équation $\left(E_\alpha\right)$:

0.5 a) Justifier que $\alpha>\frac{3}{4}$ et que $\alpha=z\overline{z}$

0.5 b) Montrer que $|z|=\left|z-\sqrt{3}\right|$

0.5 c) En déduire que les points M et N appartiennent à la médiatrice $\left(\Delta\right)$ du segment $\left[OP\right]$

0.5 d) Déterminer la valeur de α pour laquelle $\left|z-\sqrt{3}\right|=\sqrt{3}$ et déduire dans ce cas, les points d'intersection de la droite $\left(\Delta\right)$ et le cercle de centre P et de rayon $\sqrt{3}$