Exercice 2 : (3 pts)

Soit p un nombre premier tel que : $p = 3 + 4k$ ($k \in \mathbb{N}^*$).

0.5pt **1 -** Montrer que pour tout entier relatif x , si $x^2 \equiv 1[p]$ alors $x^{p-5} \equiv 1[p]$.

2 - Soit x un entier relatif vérifiant $x^{p-5} \equiv 1[p]$.

0,5 pt **a)** Montrer que x et p sont premiers entre eux.

0.5 pt **b)** Montrer que : $x^{p-1} \equiv 1\ [p]$

0.5 pt **c)** Vérifier que $2 + (k-1)(p-1) = k(p-5)$.

0,5 pt **d)** En déduire que : $x^2 \equiv 1\ [p]$

0.5 pt **3 -** Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation $x^{62} \equiv [67]$.

Exercice 2 : (3 pts)

Soit p un nombre premier tel que : $p = 3 + 4k$ ($k \in \mathbb{N}^*$).

0.5pt **1 -** Montrer que pour tout entier relatif x , si $x^2 \equiv 1[p]$ alors $x^{p-5} \equiv 1[p]$.

2 - Soit x un entier relatif vérifiant $x^{p-5} \equiv 1[p]$.

0,5 pt **a)** Montrer que x et p sont premiers entre eux.

0.5 pt **b)** Montrer que : $x^{p-1} \equiv 1 \ [p]$

0.5 pt **c)** Vérifier que $2 + (k-1)(p-1) = k(p-5)$.

0,5 pt **d)** En déduire que : $x^2 \equiv 1 \ [p]$

0.5 pt **3 -** Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation $x^{62} \equiv [67]$.

Exercice 2 : (3 pts)

Soit p un nombre premier tel que : $p = 3 + 4k$ $(k \in \mathbb{N}^*)$.

0.5pt **1 -** Montrer que pour tout entier relatif x , si $x^2 \equiv 1[p]$ alors $x^{p-5} \equiv 1[p]$.

2 - Soit x un entier relatif vérifiant $x^{p-5} \equiv 1[p]$.

0,5 pt **a)** Montrer que x et p sont premiers entre eux.

0.5 pt **b)** Montrer que : $x^{p-1} \equiv 1\ [p]$

0.5 pt **c)** Vérifier que $2 + (k-1)(p-1) = k(p-5)$.

0,5 pt **d)** En déduire que : $x^2 \equiv 1\ [p]$

0.5 pt **3 -** Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation $x^{62} \equiv [67]$.

0,75 pt cocycliques.(remarquer que : $\frac{\cdots}{z_2 - \omega} = i$)

Exercice 3 : (3 pts)

On admet que le nombre 2017 est premier et que $2016 = 2^5 3^2 7$

Soit p un nombre premier supérieur ou égale à 5 .

1 - Soit le couple $(x, y) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ tel que : $px + y^{p-1} = 2017$

0,25 pt **a)** Vérifier que : $p < 2017$.

0,5 pt **b)** Montrer que p ne divise pas y

0,75 pt **c)** Montrer que : $y^{p-1} \equiv 1\ [P]$ puis déduire que p divise 2016.

0,5 pt **d)** Montrer que : $p = 7$

1 pt **2 -** Déterminer ,suivant les valeurs de p, les couples (x, y) de $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ vérifiant : $px + y^{p-1} = 2017$.

0,75 pt cocycliques.(remarquer que : $\dfrac{\quad}{z_2 - \omega} = i$)

Exercice 3 : (3 pts)

On admet que le nombre 2017 est premier et que $2016 = 2^5 3^2 7$
Soit p un nombre premier supérieur ou égale à 5 .

1 - Soit le couple $(x, y) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ tel que : $px + y^{p-1} = 2017$

0,25 pt **a)** Vérifier que : $p < 2017$.

0,5 pt **b)** Montrer que p ne divise pas y

0,75 pt **c)** Montrer que : $y^{p-1} \equiv 1\ [P]$ puis déduire que p divise 2016.

0,5 pt **d)** Montrer que : $p = 7$

1 pt **2 -** Déterminer ,suivant les valeurs de p, les couples (x, y) de $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ vérifiant : $px + y^{p-1} = 2017$.

0,75 pt cocycliques.(remarquer que : $\frac{\ldots}{z_2 - \omega} = i$)

Exercice 3 : (3 pts)

On admet que le nombre 2017 est premier et que $2016 = 2^5 3^2 7$

Soit p un nombre premier supérieur ou égale à 5 .

1 - Soit le couple $(x, y) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ tel que : $px + y^{p-1} = 2017$

0,25 pt **a)** Vérifier que : $p < 2017$.

0,5 pt **b)** Montrer que p ne divise pas y

0,75 pt **c)** Montrer que : $y^{p-1} \equiv 1 \ [P]$ puis déduire que p divise 2016.

0,5 pt **d)** Montrer que : $p = 7$

1 pt **2 -** Déterminer ,suivant les valeurs de p, les couples (x, y) de $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ vérifiant : $px + y^{p-1} = 2017$.

0,75 pt cocycliques.(remarquer que : $\frac{\ }{z_2 - \omega} = i$)

Exercice 3 : (3 pts)

On admet que le nombre 2017 est premier et que $2016 = 2^5 3^2 7$

Soit p un nombre premier supérieur ou égale à 5 .

1 - Soit le couple $(x, y) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ tel que : $px + y^{p-1} = 2017$

0,25 pt **a)** Vérifier que : $p < 2017$.

0,5 pt **b)** Montrer que p ne divise pas y

0,75 pt **c)** Montrer que : $y^{p-1} \equiv 1\ [P]$ puis déduire que p divise 2016.

0,5 pt **d)** Montrer que : $p = 7$

1 pt **2 -** Déterminer ,suivant les valeurs de p, les couples (x, y) de $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ vérifiant : $px + y^{p-1} = 2017$.

$c - a$

Exercice 2 : (3 pts)

Soit x un nombre entier relatif tel que : $x^{1439} \equiv 1436[2015]$

0,25 pt **1 -** Sachant que : $1436 \times 1051 - 2015 \times 749 = 1$, montrer que 1436 et 2015 sont premiers entre eux.

2 - Soit d un diviseur commun de x et de 2015

0,5 pt **a)** Montrer que d divise 1436.

0,5 pt **b)** Déduire que x et 2015 sont premiers entre eux.

0,75 pt **3 - a)** En utilisant le théorème de FERMAT, montrer que :
$x^{1440} \equiv 1[5]$ et $x^{1440} \equiv 1[13]$ et $x^{1440} \equiv 1[31]$ (remarquer que : $2015 = 5 \times 13 \times 31$).

0,5 pt **b)** Montrer que : $x^{1440} \equiv 1[65]$ puis déduire que : $x^{1440} \equiv 1[2015]$.

0,5 pt **4 -** Montrer que : $x \equiv 1051[2015]$

$c - a$

Exercice 2 : (3 pts)

Soit x un nombre entier relatif tel que : $x^{1439} \equiv 1436[2015]$

0,25 pt **1 -** Sachant que : $1436 \times 1051 - 2015 \times 749 = 1$, montrer que 1436 et 2015 sont premiers entre eux.

2 - Soit d un diviseur commun de x et de 2015

0,5 pt **a)** Montrer que d divise 1436.

0,5 pt **b)** Déduire que x et 2015 sont premiers entre eux.

0,75 pt **3 - a)** En utilisant le théorème de FERMAT, montrer que :
$x^{1440} \equiv 1[5]$ et $x^{1440} \equiv 1[13]$ et $x^{1440} \equiv 1[31]$ (remarquer que : $2015 = 5 \times 13 \times 31$).

0,5 pt **b)** Montrer que : $x^{1440} \equiv 1[65]$ puis déduire que : $x^{1440} \equiv 1[2015]$.

0,5 pt **4 -** Montrer que : $x \equiv 1051[2015]$

$c - a$

Exercice 2 : (3 pts)

Soit x un nombre entier relatif tel que : $x^{1439} \equiv 1436[2015]$

0,25 pt **1 -** Sachant que : $1436 \times 1051 - 2015 \times 749 = 1$, montrer que 1436 et 2015 sont premiers entre eux.

2 - Soit d un diviseur commun de x et de 2015

0,5 pt **a)** Montrer que d divise 1436.

0,5 pt **b)** Déduire que x et 2015 sont premiers entre eux.

0,75 pt **3 - a)** En utilisant le théorème de FERMAT, montrer que :
$x^{1440} \equiv 1[5]$ et $x^{1440} \equiv 1[13]$ et $x^{1440} \equiv 1[31]$ (remarquer que : $2015 = 5 \times 13 \times 31$).

0,5 pt **b)** Montrer que : $x^{1440} \equiv 1[65]$ puis déduire que : $x^{1440} \equiv 1[2015]$.

0,5 pt **4 -** Montrer que : $x \equiv 1051[2015]$

$c - a$

Exercice 2 : (3 pts)

Soit x un nombre entier relatif tel que : $x^{1439} \equiv 1436[2015]$

0,25 pt **1 -** Sachant que : $1436 \times 1051 - 2015 \times 749 = 1$, montrer que 1436 et 2015 sont premiers entre eux.

2 - Soit d un diviseur commun de x et de 2015

0,5 pt **a)** Montrer que d divise 1436.

0,5 pt **b)** Déduire que x et 2015 sont premiers entre eux.

0,75 pt **3 - a)** En utilisant le théorème de FERMAT, montrer que :
$x^{1440} \equiv 1[5]$ et $x^{1440} \equiv 1[13]$ et $x^{1440} \equiv 1[31]$ (remarquer que : $2015 = 5 \times 13 \times 31$).

0,5 pt **b)** Montrer que : $x^{1440} \equiv 1[65]$ puis déduire que : $x^{1440} \equiv 1[2015]$.

0,5 pt **4 -** Montrer que : $x \equiv 1051[2015]$

Exercice 3 : (3 points)

On admet que 2969 (l'année amazighe actuelle) est un nombre premier.

Soient n et m deux entiers naturels vérifiant : $n^8 + m^8 \equiv 0 \ [2969]$

1 - On suppose dans cette question que 2969 que ne divise pas n.

0,5 pt **a)** En utilisant le théorème de BEZOUT, montrer que : $(\exists u \in \mathbb{Z}) \ : u \times n \equiv \ [2969]$.

0,5 pt **b)** En déduire que : $(u \times m)^8 \equiv -1 \ [2969]$ et que $(u \times m)^{2968} \equiv -1 \ [2969]$

(On remarque que : $2968 = 8 \times 371$)

0,5 pt **c)** Montrer que 2969 ne divise pas $u \times m$

0,5 pt **d)** En déduire qu'on a aussi $(u \times m)^{2968} \equiv 1 \ [2969]$.

0,5 pt **2 - a)** En utilisant les résultats précédents, montrer que 2969 divise n.

0,5 pt **b)** Montrer que : $n^8 + m^8 \equiv 0 \ [2969] \Longleftrightarrow n \equiv 0 \ [2969]$ et $m \equiv \ [2969]$.

Exercice 3 : (3 points)

On admet que 2969 (l'année amazighe actuelle) est un nombre premier.

Soient n et m deux entiers naturels vérifiant : $n^8 + m^8 \equiv 0\ [2969]$

1 - On suppose dans cette question que 2969 que ne divise pas n.

0,5 pt **a)** En utilisant le théorème de BEZOUT, montrer que : $(\exists u \in \mathbb{Z})\ : u \times n \equiv\ [2969]$.

0,5 pt **b)** En déduire que : $(u \times m)^8 \equiv -1\ [2969]$ et que $(u \times m)^{2968} \equiv -1\ [2969]$

(On remarque que : $2968 = 8 \times 371$)

0,5 pt **c)** Montrer que 2969 ne divise pas $u \times m$

0,5 pt **d)** En déduire qu'on a aussi $(u \times m)^{2968} \equiv 1\ [2969]$.

0,5 pt **2 - a)** En utilisant les résultats précédents, montrer que 2969 divise n.

0,5 pt **b)** Montrer que : $n^8 + m^8 \equiv 0\ [2969] \Longleftrightarrow n \equiv 0\ [2969]$ et $m \equiv\ [2969]$.

Exercice 3 : (3 points)

On admet que 2969 (l'année amazighe actuelle) est un nombre premier.

Soient n et m deux entiers naturels vérifiant : $n^8 + m^8 \equiv 0\ [2969]$

1 - On suppose dans cette question que 2969 que ne divise pas n.

0,5 pt **a)** En utilisant le théorème de Bezout, montrer que : $(\exists u \in \mathbb{Z})\ : u \times n \equiv\ [2969]$.

0,5 pt **b)** En déduire que : $(u \times m)^8 \equiv -1\ [2969]$ et que $(u \times m)^{2968} \equiv -1\ [2969]$

(On remarque que : $2968 = 8 \times 371$)

0,5 pt **c)** Montrer que 2969 ne divise pas $u \times m$

0,5 pt **d)** En déduire qu'on a aussi $(u \times m)^{2968} \equiv 1\ [2969]$.

0,5 pt **2 - a)** En utilisant les résultats précédents, montrer que 2969 divise n.

0,5 pt **b)** Montrer que : $n^8 + m^8 \equiv 0\ [2969] \Longleftrightarrow n \equiv 0\ [2969]$ et $m \equiv [2969]$.

Exercice 3 : (3 points)

On admet que 2969 (l'année amazighe actuelle) est un nombre premier.

Soient n et m deux entiers naturels vérifiant : $n^8 + m^8 \equiv 0\ [2969]$

1 - On suppose dans cette question que 2969 que ne divise pas n.

0,5 pt **a)** En utilisant le théorème de Bezout, montrer que : $(\exists u \in \mathbb{Z})\ : u \times n \equiv\ [2969]$.

0,5 pt **b)** En déduire que : $(u \times m)^8 \equiv -1\ [2969]$ et que $(u \times m)^{2968} \equiv -1\ [2969]$

(On remarque que : $2968 = 8 \times 371$)

0,5 pt **c)** Montrer que 2969 ne divise pas $u \times m$

0,5 pt **d)** En déduire qu'on a aussi $(u \times m)^{2968} \equiv 1\ [2969]$.

0,5 pt **2 - a)** En utilisant les résultats précédents, montrer que 2969 divise n.

0,5 pt **b)** Montrer que : $n^8 + m^8 \equiv 0\ [2969] \Longleftrightarrow n \equiv 0\ [2969]$ et $m \equiv\ [2969]$.

Exercice 3 : (3 points)

On admet que 2969 (l'année amazighe actuelle) est un nombre premier.

Soient n et m deux entiers naturels vérifiant : $n^8 + m^8 \equiv 0\ [2969]$

1 - On suppose dans cette question que 2969 que ne divise pas n.

0,5 pt **a)** En utilisant le théorème de Bezout, montrer que : $(\exists u \in \mathbb{Z})\ : u \times n \equiv\ [2969]$.

0,5 pt **b)** En déduire que : $(u \times m)^8 \equiv -1\ [2969]$ et que $(u \times m)^{2968} \equiv -1\ [2969]$

(On remarque que : $2968 = 8 \times 371$)

0,5 pt **c)** Montrer que 2969 ne divise pas $u \times m$

0,5 pt **d)** En déduire qu'on a aussi $(u \times m)^{2968} \equiv 1\ [2969]$.

0,5 pt **2 - a)** En utilisant les résultats précédents, montrer que 2969 divise n.

0,5 pt **b)** Montrer que : $n^8 + m^8 \equiv 0\ [2969] \Longleftrightarrow n \equiv 0\ [2969]$ et $m \equiv [2969]$.

EXERCICE3 : (4 points)

Partie I : On considère dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ l'équation (E) : $47x-43y=1$

0.25 1- Vérifier que le couple $(11,12)$ est une solution particulière de l'équation (E)

0.75 2- Résoudre dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ l'équation (E)

Partie II : On considère dans $\mathbb{Z}$ l'équation (F) : $x^{41}\equiv 4\ [43]$

1- Soit $x\in\mathbb{Z}$ une solution de l'équation (F)

0.5 a) Montrer que x et 43 sont premiers entre eux, en déduire que : $x^{42}\equiv 1\ [43]$

0.5 b) Montrer que : $4x\equiv 1\ [43]$, en déduire que : $x\equiv 11\ [43]$

0.5 2- Donner l'ensemble des solutions dans $\mathbb{Z}$ de l'équation (F)

Partie III : On considère dans $\mathbb{Z}$ le système à deux équations suivant (S) : $\begin{cases} x^{41}\equiv 4\ [43] \\ x^{47}\equiv 10\ [47] \end{cases}$

1- Soit x une solution du système (S)

0.5 a) Montrer que x est solution du système (S') : $\begin{cases} x\equiv 11\ [43] \\ x\equiv 10\ [47] \end{cases}$

EXERCICE3 : (4 points)

Partie I : On considère dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ l'équation (E) : $47x-43y=1$

0.25 1- Vérifier que le couple $(11,12)$ est une solution particulière de l'équation (E)

0.75 2- Résoudre dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ l'équation (E)

Partie II : On considère dans $\mathbb{Z}$ l'équation (F) : $x^{41}\equiv 4\ [43]$

1- Soit $x\in\mathbb{Z}$ une solution de l'équation (F)

0.5 a) Montrer que x et 43 sont premiers entre eux, en déduire que : $x^{42}\equiv 1\ [43]$

0.5 b) Montrer que : $4x\equiv 1\ [43]$, en déduire que : $x\equiv 11\ [43]$

0.5 2- Donner l'ensemble des solutions dans $\mathbb{Z}$ de l'équation (F)

Partie III : On considère dans $\mathbb{Z}$ le système à deux équations suivant (S) : $\begin{cases} x^{41}\equiv 4\ [43] \\ x^{47}\equiv 10\ [47] \end{cases}$

1- Soit x une solution du système (S)

0.5 a) Montrer que x est solution du système (S') : $\begin{cases} x\equiv 11\ [43] \\ x\equiv 10\ [47] \end{cases}$

EXERCICE3 : (4 points)

Partie I : On considère dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ l'équation (E) : $47x-43y=1$

0.25 1- Vérifier que le couple $(11,12)$ est une solution particulière de l'équation (E)

0.75 2- Résoudre dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ l'équation (E)

Partie II : On considère dans $\mathbb{Z}$ l'équation (F) : $x^{41}\equiv 4\ [43]$

1- Soit $x\in\mathbb{Z}$ une solution de l'équation (F)

0.5 a) Montrer que x et 43 sont premiers entre eux, en déduire que : $x^{42}\equiv 1\ [43]$

0.5 b) Montrer que : $4x\equiv 1\ [43]$, en déduire que : $x\equiv 11\ [43]$

0.5 2- Donner l'ensemble des solutions dans $\mathbb{Z}$ de l'équation (F)

Partie III : On considère dans $\mathbb{Z}$ le système à deux équations suivant (S) : $\begin{cases} x^{41}\equiv 4\ [43] \\ x^{47}\equiv 10\ [47] \end{cases}$

1- Soit x une solution du système (S)

0.5 a) Montrer que x est solution du système (S') : $\begin{cases} x\equiv 11\ [43] \\ x\equiv 10\ [47] \end{cases}$

EXERCICE3 : (4 points)

Partie I : On considère dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ l'équation (E) : $47x-43y=1$

0.25 1- Vérifier que le couple $(11,12)$ est une solution particulière de l'équation (E)

0.75 2- Résoudre dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ l'équation (E)

Partie II : On considère dans $\mathbb{Z}$ l'équation (F) : $x^{41}\equiv 4\ [43]$

1- Soit $x\in\mathbb{Z}$ une solution de l'équation (F)

0.5 a) Montrer que x et 43 sont premiers entre eux, en déduire que : $x^{42}\equiv 1\ [43]$

0.5 b) Montrer que : $4x\equiv 1\ [43]$, en déduire que : $x\equiv 11\ [43]$

0.5 2- Donner l'ensemble des solutions dans $\mathbb{Z}$ de l'équation (F)

Partie III : On considère dans $\mathbb{Z}$ le système à deux équations suivant (S) : $\begin{cases} x^{41}\equiv 4\ [43] \\ x^{47}\equiv 10\ [47] \end{cases}$

1- Soit x une solution du système (S)

0.5 a) Montrer que x est solution du système (S') : $\begin{cases} x\equiv 11\ [43] \\ x\equiv 10\ [47] \end{cases}$

Partie III : On considère dans $\mathbb{Z}$ le système à deux équations suivant $(S) : \begin{cases} x^{41} \equiv 4 \ [43] \\ x^{47} \equiv 10 \ [47] \end{cases}$

1- Soit x une solution du système (S)

0.5 a) Montrer que x est solution du système $(S') : \begin{cases} x \equiv 11 \ [43] \\ x \equiv 10 \ [47] \end{cases}$

0.5 b) En déduire que : $x \equiv 527 \quad [2021]$ (On pourra utiliser la partie I)

0.[illegible] 2- [illegible]onne l'en[illegible]s solutions dans [illegible] sys[illegible]e ([illegible]