Denombrement

l'ordre important

repétition

successivement avec remise

n^p

sans repetition

successivement sans remise

$p=n \quad A_n^n = n!$

$A_n^p = \underbrace{n(n-1)\dots(n-p+1)}_{p \text{ facteur}} = \frac{n!}{(n-p)!}$

l'ordre n'est pas important

Simultanement

$C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

Probabilité

la probabilité d'un évènement A (dans le cas de l'équiprobabilité)

→ $p(A) = \frac{\text{card } A}{\text{card } \Omega}$

card A → possibilité de A

card Ω : nombre de possibilité total

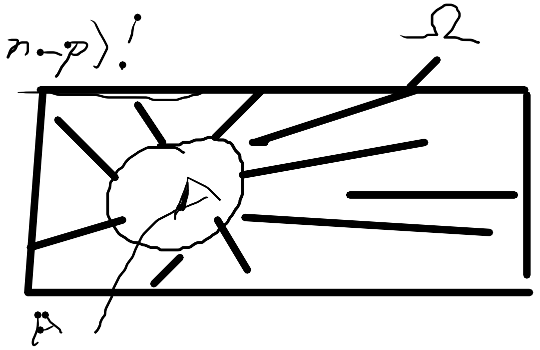
→ $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

→ si $A \cap B = \emptyset$ → $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$

→ $\bar{A}$ « évènement contraire de A »

$p(\bar{A}) = 1 - p(A)$ ou $p(A) = 1 - p(\bar{A})$

complément



$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

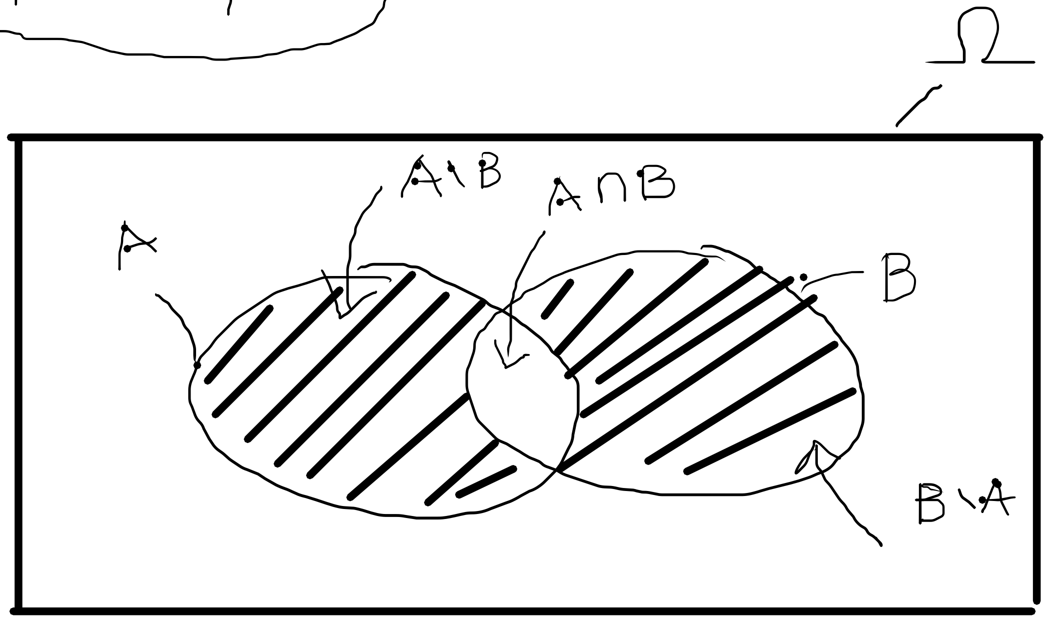
$A \setminus B = A \cap \bar{B}$

$A = (A \setminus B) \cup A \cap B$

$\Omega = A \cup \bar{A}$

$p(\Omega) = p(A) + p(\bar{A})$

$1 = p(A) + p(\bar{A})$



→ probabilité conditionnel

$p_A(B)$: la probabilité de B sachant A

$$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

$p(\Omega) = \frac{card\,\Omega}{card\,\Omega} = 1$

ind =

dep ≠

→ évènement independant

→ A et B sont indépendants

$\Longleftrightarrow p(A \cap B) = p(A).p(B)$

→ dépendant $\Rightarrow p(A \cap B) \neq p(A).p(B)$

Rq : $p(A \cap B) = p(A).p_A(B)$

Si A et B independant $\Rightarrow p(B) = p_A(B)$

Exemp

Exercice 1

Une urne contient 5 jetons blancs numérotés : 0 ; 0 ; 1 ; 1 ; 1 et 3 jetons noires numérotés

2 ; 1 ; 0 (les jetons sont indiscernables au toucher)

On tire simutanément deux jetons de l'urne

1 .a) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants

A : "Les jetons tirés sont de même couleur "

B : "les jetons tirés portent le même numéro "

2. a) Montrer que $p(A \cap B)=\frac{4}{28}$

Exercice 1

Une urne contient 5 jetons blancs numérotés : 0 ; 0 ; 1 ; 1 ; 1 et 3 jetons noires numérotés 2 ; 1 ; 0 (les jetons sont indiscernables au toucher)

On tire simutanément deux jetons de l'urne

1 .a) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants

A : "Les jetons tirés sont de même couleur "

B : "les jetons tirés portent le même numéro "

2. a) Montrer que $p(A\cap B)=\frac{4}{28}$

3) A et B sont elles indépendant ?

$B_0\ B_0$
$B_1 B_1 B_1$
$N_2 N_1 N_0$

2 J

0 0 0
1 1 1 1
2

in	=
dép	≠

1°

A « m̂ couleur » BB ou NN

$p(A) = \frac{\text{card } A}{\text{card } \Omega} = \frac{C_5^2 + C_3^2}{C_8^2}$

$= \frac{10+3}{28}$

$= \frac{11}{28}$

B « m̂ nombres » 1,1 0,0

$\text{card } B = C_4^2 + C_3^2$

$= 6 + 3 = 9$

$p(B) = \frac{\text{card } B}{\text{card } \Omega} = \frac{9}{28}$

2) a

$A \cap B =$ « les jetons sont de même couleur et portent le numero $B_1 B_1$ ou $B_0 B_0$

$\text{card } A\cap B = C_3^2 + C_2^2$

$= 3 + 1$

$= 4$

$p(A\cap B) = \frac{\text{card } A\cap B}{\text{card } \Omega}$

$= \frac{4}{28}$

$p(A\cap B) \neq p(A)\cdot p(B)$

A et B sont dependant.

Exercice3

Une maladie affecte 3% d'une population. Un test sanguin détecte cette maladie avec une probabilité de 0 ,98 chez une malade mais il indique à tort à 4% des peronnes saines qu'elles sont malades.On prend une personne au hasard ayant subi le test.

1.Calculer la probabilité que la personne soit malade et que le test soit positif .

2. Calculer la probabilité que la personne soit malade et que le test soit négatif

3. Calculer la probabilité que la personne soit en bonne santé et que le test soit négatif

4. Calculer la probabilité que la personne soit en bonne santé et que le test soit positif

5. Calculer la probabilité que le test soit positif .

6. Calculer la probabilité que la personne soit malade sachant que le test est positif

Exercice 4

Exercice 1

Un élève du 3ème année du baccalauréat se présente à l'examen (B) et à un concours (C) indépendant de (B) . La probabilité pour que cet élève réussisse au (B) est 0 ,3 . La probabilité pour qu'il réussisse au (C) est 0,6

Quelle est la probabilité pour que cet élève :

1. réussisse au (B) et au (C)

2. réussisse au moins à l'un des deux

3. ne réussisse ni à l'un ni à l'autre

4. ne réussisse pas à la fois au (B) et au (C)

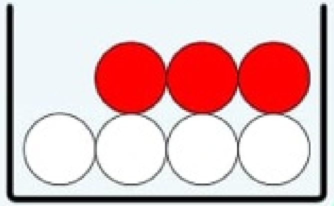
5. réussisse seulement au (C)

Exercice 9

Un urne contient 3 boules rouges et 4 boule blanches. Les boules sont indiscernables au toucher

On tire au hasard une boule de l'urne, on note sa couleur, puis on la remet dans l'urne; on répète cette épreuve 9 fois de suite. (Tirage successif avec remise de 9 boules)

L'urne



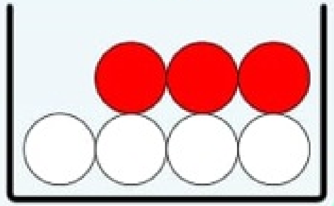
1. Calculer la probabilité d'obtenir une boule rouge deux fois exactement
2. Calculer la probabilité d'obtenir une boule rouge 6 fois exactement
3. Calculer la probabilité d'obtenir une boule rouge au moins fois

Exercice 9

Un urne contient 3 boules rouges et 4 boule blanches. Les boules sont indiscernables au toucher

On tire au hasard une boule de l'urne, on note sa couleur, puis on la remet dans l'urne; on répète cette épreuve 9 fois de suite. (Tirage successif avec remise de 9 boules)

L'urne



1. Calculer la probabilité d'obtenir une boule rouge deux fois exactement
2. Calculer la probabilité d'obtenir une boule rouge 6 fois exactement
3. Calculer la probabilité d'obtenir une boule rouge au moins fois

3 R
4 B

R

$$p(R) = \frac{C_3^1}{C_7^1} = \frac{3}{7}$$

1 boule

3R
4B

n = 9 fois

R R

On repète cette 9 fois

1) $p(A) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

n : le nombre de répetition de l'epreuv $n = 9$

p : la probabilité d'obtenir 1 rouge $\frac{3}{7}$

$k := 2$

$$p(A) = C_9^2 \left(\frac{3}{7}\right)^2 \left(1-\frac{3}{7}\right)^{9-2}$$

$$p(A) = C_9^2 \left(\frac{3}{7}\right)^2 \left(\frac{4}{7}\right)^7$$

2)

$$p(B) = C_9^6 p^6 \cdot (1-p)^3$$

$$= C_9^6 \left(\frac{3}{7}\right)^6 \left(\frac{4}{7}\right)^3$$

3) $p(C)$

$\bar{C}$ « Aucun fois obtenir

$$p(C) = 1 - p(\bar{C})$$

$$= 1 - C_9^0 \cdot p^0 (1-p)^9$$

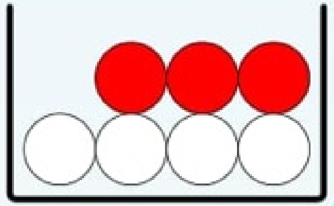
$$p(C) = 1 - \left(\frac{4}{7}\right)^9$$

Exercice 9

Un urne contient 3 boules rouges et 4 boule blanches. Les boules sont indiscernables au toucher

On tire au hasard une boule de l'urne, on note sa couleur, puis on la remet dans l'urne; on répète cette épreuve 9 fois de suite. (Tirage successif avec remise de 9 boules)

L'urne



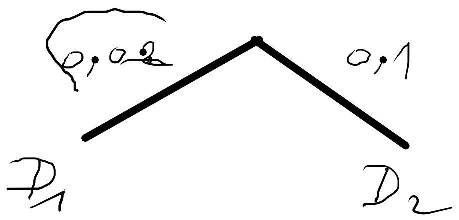
1. Calculer la probabilité d'obtenir une boule rouge deux fois exactement
2. Calculer la probabilité d'obtenir une boule rouge 6 fois exactement
3. Calculer la probabilité d'obtenir une boule rouge au moins fois

Une usine d'horlogerie fabrique des montres et très grande série.
Ces montres peuvent présenter, à l'issue de la fabrication deux défauts indépendants D_1 et D_2.
Une étude statistique a permis d'établir que, pour une montre sortant de l'usine, le défaut D_1 apparait avec une probabilité de 0.02; alors que la probabilité d'apparition du défaut D_2 est 0.1.
On prélève au hasard une montre à l'issue de la fabrication. On considère les événements suivants :

D_1 : "La montre présente le défaut D_1"
D_2 : "La montre présente le défaut D_2"
A : "La montre ne présente aucun défaut"
B : "La montre présente un seul défaut"

1. Quelle est la probabilité pour que la montre choisis présente les deux défauts
2. a. Exprimer l'événement A en fonction des événements D_1 et D_2
   b. Montrer que p(A) = 0.882 (on rappelle que $\overline{E} \cap \overline{F} = \overline{E \cup F}$)
3. a. Exprimer l'événement B en fonction des événements D_1 et D_2
   b. Calculer $p\left(D_1 \cap \overline{D_2}\right)$ et $p\left(\overline{D_1} \cap D_2\right)$
   c. En déduire que : p(B) = 0.116
4. Calculer p(B) d'une autre façon

$\rightarrow p(\overline{A}) = 1 - p(A)$
$\rightarrow p(\overline{D_1 \cup D_2}) = 1 - p(D_1 \cup D_2)$
$\rightarrow p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$



$\rightarrow p(D_1 \cap D_2) = p(D_1) \cdot p(D_2)$ / car D_1 et D_2 sont independant
$= 0,02 \cdot 0,1$
$p(D_1 \cap D_2) = 0,002$

2) a) A « ne present aucun defaut
A « $\overline{D_1} \cap \overline{D_2} = \overline{D_1 \cup D_2}$ (Loi morgane)

b) $p(A) = p(\overline{D_1 \cup D_2})$
$= 1 - p(D_1 \cup D_2)$
$= 1 - (p(D_1) + p(D_2) - p(D_1 \cap D_2))$
$= 1 - (0,02 + 0,1 - 0,002)$
$= 0,882$

Une usine d'horlogerie fabrique des montres et très grande série.
Ces montres peuvent présenter, à l'issue de la fabrication deux défauts indépendants D_1 et D_2.
Une étude statistique a permis d'établir que, pour une montre sortant de l'usine, le défaut D_1 apparait avec une probabilité de 0.02; alors que la probabilité d'apparition du défaut D_2 est 0.1.
On prélève au hasard une montre à l'issue de la fabrication. On considère les évènements suivants :
D_1 : "La montre présente le défaut D_1"
D_2 : "La montre présente le défaut D_2"
A : "La montre ne présente aucun défaut"
B : "La montre présente un seul défaut"

1. Quelle est la probabilité pour que la montre choisis présente les deux défauts
2. a. Exprimer l'évènement A en fonction des évènements D_1 et D_2
   b. Montrer que $p(A) = 0.882$ (on rappelle que $\overline{E} \cap \overline{F} = \overline{E \cup F}$)
3. a. Exprimer l'évènement B en fonction des évènements D_1 et D_2
   b. Calculer $p\left(D_1 \cap \overline{D_2}\right)$ et $p\left(\overline{D_1} \cap D_2\right)$
   c. En déduire que : $p(B) = 0.116$
4. Calculer p(B) d'une autre façon

3) a)

B « un seule défaut » $D_1 \cap \overline{D}_2$ ou $\overline{D}_1 \cap D_2$

b) $p(B) = p(D_1 \cap \overline{D}_2) + p(D_2 \cap \overline{D}_1)$

$= p(D_1 - D_2) + p(D_2 - D_1)$

$p(D_1) = p(D_1 - D_2) + p(D_1 \cap D_2)$

$=$

$p(B) = p(D_1) - p(D_1 \cap D_2) + p(D_2) - p(D_1 \cap D_2)$

$= p(D_1) + p(D_2) - 2p(D_1 \cap D_2)$

$= 0{,}02 + 0{,}1 - 2\cdot(0{,}002)$

$= 0{,}116$

2ᵉ Methode

$p(B) = p(D_1)\cdot p(\overline{D}_2) + p(D_2)\cdot p(\overline{D}_1)$

$= 0{,}02\cdot(1-0{,}1) + 0{,}1\,(1-0{,}02)$

$p(B) = 0{,}116$