HEM Business and Engineering School

Membre de LCI Education

Livret du Bachelier

Fiches de cours :
Sois prêt pour ton épreuve du BAC !

Maths
Physique - Chimie
SVT

Sommaire

3 Mot d'ouverture

4 Maths

30 Sciences (SVT)

56 Physique

85 Chimie

Mot d'ouverture

Cher(e) futur(e) Bachelier(e),

Le BAC approche et tu es probablement en train de t'y préparer. Nous savons que bien organiser ses révisions n'est pas toujours évident et faire des fiches est souvent un casse-tête... alors HEM t'a préparé ce « Livret du Bachelier » avec des fiches de révisions claires, complètes et pratiques pour les matières scientifiques tout particulièrement !
Ces fiches abordent les points indispensables à connaître en mathématiques, physique-chimie et SVT. Elles ont été réalisées par des professeurs et validées par un Comité Scientifique. Elles suivent le programme officiel de sorte qu'elles t'offrent une aide adaptée et efficace, au plus près de tes révisions.
Le « Livret du Bachelier » de HEM est téléchargeable, gratuit et n'a qu'un seul objectif : t'aider à réussir ton BAC !

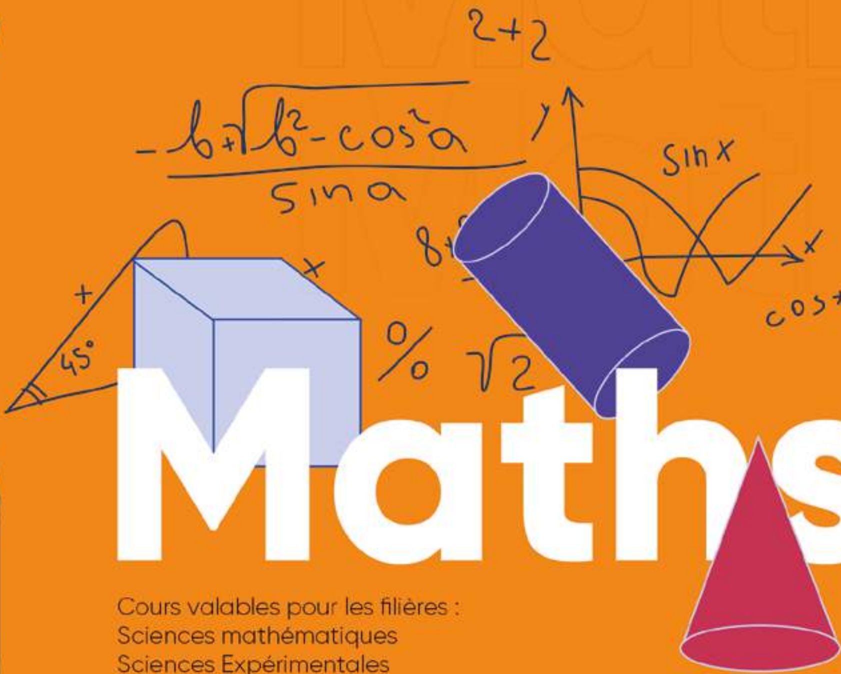
Bon courage ! YES, YOU CAN

Comité scientifique :

Maths : Professeur Aziz RAGUINE
Professeur Mohammed GHAZOUI
Physique Chimie : Professeur Rachid KARBOUB
SVT : Professeur Mohamed SABIL
Professeur Mostafa GUEZZAR

Comité de relecture:

Maths : Professeur Chafik BENAHMED
Physique Chimie : Professeur Taoufik EL GUIRI
SVT : Professeure Nadia EL GHISSASSI.



Maths

Cours valables pour les filières :
Sciences mathématiques
Sciences Expérimentales
Sciences Economiques
Sciences de Gestion Comptable

Si tu veux te sentir plus motivé et réussir ton BAC, le secret ce n'est pas d'étudier PLUS, mais d'étudier MIEUX. Organise-toi !

Allal Bennani

Coach international et Thérapeute

I - Techniques à trouver la limite d'une fonction

$$x_0^- \searrow \quad x_0 \quad \swarrow x_0^+$$

Les formes indéterminées

$(+\infty)-(+\infty)$ $(+\infty)+(-\infty)$	$0\times\infty$	$\dfrac{\infty}{\infty}$	$\dfrac{0}{0}$

règles

$\dfrac{a}{\pm\infty}\to 0$	$"\dfrac{a\neq 0}{0}"\to\pm\infty$	$(+\infty)+a\to+\infty$	$(-\infty)+a\to-\infty$
$(+\infty)^n\to+\infty$	$(-\infty)^n\to\begin{cases}+\infty\ ;\ si\ n\ est\ paire\\-\infty\ ;\ si\ n\ est\ impaire\end{cases}$	$a\times(-\infty)\to\begin{cases}-\infty\ ;\ si\ a>0\\+\infty\ ;\ si\ a<0\end{cases}$	$a\times(+\infty)\to\begin{cases}+\infty\ ;\ si\ a>0\\-\infty\ ;\ si\ a<0\end{cases}$

Une fonction polynôme

Règle (1)	Règle (2)
$\lim\limits_{x\to a} P(x)=P(a)$	$\lim\limits_{x\to\pm\infty}(a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_0)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}(a_nx^n)$

Une fonction rationnelle

Règle (1)

$$\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_0}{b_mx^m+b_{m-1}x^{m-1}+\ldots+b_0}\right)=\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{a_nx^n}{b_mx^m}\right)$$

Règle (2)

- $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ ou • $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)$ ou • $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)$

(On remplace x par x_0 à l'expression du $f(x)$)

Et il y a trois cas :

1er cas	2ème cas	3ème cas
$\frac{a\neq 0}{0}$ La limite est : $\pm\infty$ ◆ On calcule la limite du numérateur. ◆ On calcule la limite du dénominateur. ◆ On détermine le signe par l'étude du signe de Quotient.	$\ell\in\mathbb{R}$ La limite est le nombre ℓ	$\frac{0}{0}$ On réduit par $(x-x_0)$,par l'utilisation : ◆ Division euclidienne ◆ Factorisation ◆ Identités remarquables : $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

Une fonction irrationnelle

Règle (1)

Pour calculer la limite : $\lim\left(\sqrt{u(x)}\right)$ Il faut d'abord calculer la limite : $\lim(u(x))$

Et il y a deux cas :

1er cas	2ème cas
Si $\lim u(x)=+\infty$ alors $\lim\sqrt{u(x)}=+\infty$	Si $\lim u(x)=a$ tel que $a\geq 0$ alors : $\lim\sqrt{u(x)}=\sqrt{a}$

Règle (2)

Après remplacement, si nous obtenons la forme indéterminée $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$ on fait la factorisation par x^2 à l'intérieur d'une racine.	Après remplacement, si nous obtenons la forme indéterminée $\frac{0}{0}$ on fait le conjugué.

Rappel

$\sqrt{x^2}=\lvert x\rvert=\begin{cases} x\ ;\ si\ x\to+\infty \\ -x\ ;\ si\ x\to-\infty\end{cases}$	Le conjugué de $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ est $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ Le conjugué de $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ est $\sqrt{a}-\sqrt{b}$

Règle (3)

Lorsque on calcule la limite : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{ax^2+bx+c}+ex+d\right)$, si nous obtenons la forme indéterminée $(+\infty)+(-\infty)$ alors on calcule le nombre $T=\sqrt{a}+e$; il y a deux cas :

1er cas	2ème cas
◆ Si $T=0$ on fait le conjugué.	◆ Si $T\neq 0$ on fait la factorisation.

Règle (4)	
Lorsque on calcule la limite : $\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{ax^2+bx+c}+ex+d\right)$, si nous obtenons la forme indéterminée $(+\infty)+(-\infty)$ alors on calcule le nombre $T=-\sqrt{a}+e$; il y a deux cas :	
1er cas	**2ème cas**
• Si $T=0$ on fait le conjugué.	• Si $T\neq 0$ on fait la factorisation.

Fonctions trigonométriques

Règle (1)
S'il existe à l'intérieur tan ou cos ,ou sin tend vers 0 et nous obtenons la forme indéterminée $\frac{0}{0}$ alors on utilise les limites suivantes : $\lim_{x\to0}\frac{\sin x}{x}=1$, $\lim_{x\to0}\frac{\tan x}{x}=1$, $\lim_{x\to0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\frac{1}{2}$ $\lim_{x\to0}\frac{\sin(ax)}{x}=a$, $\lim_{x\to0}\frac{\tan(ax)}{x}=a$, $\lim_{x\to0}\frac{1-\cos(ax)}{x^2}=\frac{a^2}{2}$
Règle (2)
Si $x\to x_0$ et nous obtenons la forme indéterminée, on pose $t=x-x_0$ et on utilise les propriétés de la calcul trigonométrique $(x\to x_0)\Leftrightarrow(t\to0)$ et $(x=t+x_0)\Leftrightarrow(t=x-x_0)$
Règle (3)
S'il existe à l'intérieur tan ou cos ,ou sin tend vers $\pm\infty$ alors on utilise : $-1\le\sin(u(x))\le1$ et $-1\le\cos(u(x))\le1$

II - Continuité

Continuité en un point :

f est continue en $x_0 \Leftrightarrow \lim_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$

Continuité à gauche - Continuité à droite :

f est continue à gauche en $x_0 \Leftrightarrow \lim_{\substack{x\to x_0\\ x<x_0}} f(x)=f(x_0)$

f est continue à droite en $x_0 \Leftrightarrow \lim_{\substack{x\to x_0\\ x>x_0}} f(x)=f(x_0)$

f est continue en $x_0 \Leftrightarrow f$ est continue à gauche et à droite en x_0

Continuité sur un intervalle :

- f est continue sur un intervalle ouvert $]a,b[$ si f est continue en chaque élément de $]a,b[$.
- f est continue sur un intervalle fermé $[a,b]$ si f est continue sur l'intervalle ouvert $]a,b[$ et f est continue à droite en a et à gauche en b .

- Tout fonction polynôme est continue sur $\mathbb{R}$.
- Toute fonction rationnelle est continue sur chaque intervalle de son domaine de définition.
- Les fonctions $\sin$ et $\cos$ sont continues sur $\mathbb{R}$.
- La fonction $\tan$ est continue sur chaque intervalle de son domaine de définition,

$$D_{\tan} = \mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \,/\, k \in \mathbb{Z}\right\}$$

- La fonction $x \mapsto \sqrt{x}$ est continue sur $\mathbb{R}^+$.

Composé de deux fonctions continues :

Si f une fonction continue sur l'intervalle I et g une fonction continue sur l'intervalle J tel que $f(I) \subset J$, alors la fonction $g \circ f$ est continue sur I.

- Si f est continue et positive sur I alors $\sqrt{f}$ est continue sur I.
- Si f est continue sur I alors f^n est continue sur I. $(n \in \mathbb{N}^*)$

	L'image d'un intervalle I par une fonction f	
L'intervalle I	f est strictement croissante sur I	f est strictement décroissante sur I
$[a,b]$	$[f(a), f(b)]$	$[f(b), f(a)]$
$]a,b]$	$]\lim_{x\to a^+} f(x), f(b)]$	$[f(b), \lim_{x\to a^+} f(x)[$
$[a,b[$	$[f(a), \lim_{x\to b^-} f(x)[$	$]\lim_{x\to b^-} f(x), f(a)]$
$]a,b[$	$]\lim_{x\to a^+} f(x), \lim_{x\to b^-} f(x)[$	$]\lim_{x\to b^-} f(x), \lim_{x\to a^+} f(x)[$
$[a,+\infty[$	$[f(a), \lim_{x\to+\infty} f(x)[$	$]\lim_{x\to+\infty} f(x), f(a)]$
$]a,+\infty[$	$]\lim_{x\to a^+} f(x), \lim_{x\to+\infty} f(x)[$	$]\lim_{x\to+\infty} f(x), \lim_{x\to a^+} f(x)[$
$]-\infty,b]$	$]\lim_{x\to-\infty} f(x), f(b)]$	$[f(b), \lim_{x\to-\infty} f(x)[$
$]-\infty,b[$	$]\lim_{x\to-\infty} f(x), \lim_{x\to b^-} f(x)[$	$]\lim_{x\to b^-} f(x), \lim_{x\to-\infty} f(x)[$

$$(\forall x \in \mathbb{R}^+)(\forall y \in \mathbb{R}^+) : \sqrt[n]{x} = y \Leftrightarrow y^n = x$$

$$(\forall x \in \mathbb{R}^+) : \quad \left(\sqrt[n]{x}\right)^n = \sqrt[n]{x^n} = x$$

$$(\forall x_1 \in \mathbb{R}^+)(\forall x_2 \in \mathbb{R}^+) : \sqrt[n]{x_1} = \sqrt[n]{x_2} \Leftrightarrow x_1 = x_2$$

$$(\forall x_1 \in \mathbb{R}^+)(\forall x_2 \in \mathbb{R}^+) : \sqrt[n]{x_1} \prec \sqrt[n]{x_2} \Leftrightarrow x_1 \prec x_2$$

- La fonction $x \mapsto \sqrt[n]{x}$ est continue sur $\mathbb{R}^+$
- $\lim_{x\to+\infty} \sqrt[n]{x} = +\infty$

$$(\forall n\in\mathbb{N}^*)(\forall p\in\mathbb{N}^*)(\forall a\in\mathbb{R}^+)(\forall b\in\mathbb{R}^+)$$
$$\sqrt[n]{a}=\sqrt[np]{a^p}\ ,\ \sqrt[n]{\sqrt[p]{a}}=\sqrt[np]{a}\ ,\ \left(\sqrt[n]{a}\right)^p=\sqrt[n]{a^p}$$
$$\sqrt[n]{a}\times\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}\ ,\ \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$(\forall r\in\mathbb{Q}^*)(\forall r'\in\mathbb{Q}^*)(\forall x\in\mathbb{R}_+^*)(\forall y\in\mathbb{R}_+^*)$$
$$x^{r+r'}=x^r\cdot x^{r'}\ ,\ x^r\cdot y^r=(x\cdot y)^r\ ,\ \left(x^r\right)^{r'}=x^{rr'}$$
$$\frac{1}{x^r}=x^{-r}\ ,\ \frac{x^r}{y^r}=\left(\frac{x}{y}\right)^r\ ,\ \frac{x^r}{x^{r'}}=x^{r-r'}$$

Fonction réciproque

- Si f est une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I alors f admet une fonction réciproque, notée f^{-1} définie sur l'intervalle $J=f(I)$.
- La fonction f^{-1} est continue sur J et a le même sens de variation de la fonction f sur I .
- Les courbes (C_f) et $(C_{f^{-1}})$ sont symétriques par rapport la droite $(\Delta): y=x$.

Théorème des valeurs intermédiaires (TVI)

- Si f est continue sur un intervalle $[a,b]$ telle que $f(a)\cdot f(b)\prec 0$ alors l'équation $f(x)=0$ admet au moins une solution α dans l'intervalle $]a,b[$.
- Si f est continue et strictement monotone sur un intervalle $[a,b]$ telle que $f(a)\cdot f(b)\prec 0$ alors l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $]a,b[$.

III-Dérivabilité

- $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} = f'(a)$
  - La fonction f est dérivable en a.
  - La courbe (C_f) admet une tangente au point $A(a, f(a))$ d'équation : (T) : $y = (x-a)f'(a) + f(a)$

- $\lim\limits_{\substack{x \to a \\ x > a}} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} = f'_d(a)$
  - La fonction f est dérivable à droite en a.
  - La courbe (C_f) admet une demi-tangente à droite au point $A(a, f(a))$ de système d'équations :

$$\begin{cases} y = (x-a)f'_d(a) + f(a) \\ x \geq a \end{cases}$$

- $\lim\limits_{\substack{x \to a \\ x < a}} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} = f'_g(a)$
  - La fonction f est dérivable à gauche en a.
  - La courbe (C_f) admet une demi-tangente à gauche au point $A(a, f(a))$ de système d'équations :

$$\begin{cases} y = (x-a)f'_g(a) + f(a) \\ x \leq a \end{cases}$$

- $\lim\limits_{x \to a^+} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} = +\infty$
  - La fonction f n'est pas dérivable à droite en a.
  - La courbe (C_f) admet une demi-tangente verticale dirigée vers le haut à droite au point $A(a, f(a))$.

- $\lim\limits_{x \to a^+} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} = -\infty$
  - La fonction f n'est pas dérivable à droite en a.
  - La courbe (C_f) admet une demi-tangente verticale dirigée vers le bas à droite au point $A(a, f(a))$

- $\lim\limits_{x \to a^-} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} = +\infty$
  - La fonction f n'est pas dérivable à gauche en a.
  - La courbe (C_f) admet une demi-tangente verticale dirigée vers le bas à gauche au point $A(a, f(a))$

- $\lim\limits_{x \to a^-} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} = -\infty$
  - La fonction f n'est pas dérivable à gauche en a.
  - La courbe (C_f) admet une demi-tangente verticale dirigée vers le haut à gauche au point $A(a, f(a))$.

- f est dérivable sur I et $((\forall x \in I) : f'(x) \neq 0)$ alors la fonction f^{-1} est dérivable sur $f(I)$ et on a:

$$(\forall x \in f^{-1}(I)) ;\ (f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

$f(x)$	$f'(x)$
α ; $\alpha =$ Constante	0
x	1
αx	α
x^2	$2x$
x^n ; $n \in \mathbb{N}^*$	nx^{n-1}
αx^n	$\alpha n x^{n-1}$
$\dfrac{1}{x}$	$\dfrac{-1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$
$\tan x$	$1+\tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
$\cos(\alpha x+\beta)$	$-\alpha \sin(\alpha x+\beta)$
$\sin(\alpha x+\beta)$	$\alpha \cos(\alpha x+\beta)$
$\tan(\alpha x+\beta)$	$\alpha(1+\tan^2(\alpha x+\beta))$
$u+v$	$u'+v'$
$u-v$	$u'-v'$
$u \times v$	$u' \cdot v + u \cdot v'$
$\dfrac{u}{v}$	$\dfrac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$
u^n	$n \cdot u' \cdot u^{n-1}$
$\sqrt{u}$	$\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$
$\sqrt[n]{u}$	$\dfrac{u'}{n(\sqrt[n]{u})^{n-1}}$
$\ln x$	$\dfrac{1}{x}$
$\ln u$	$\dfrac{u'}{u}$
e^x	e^x
e^u	$u'e^u$
e^{-x}	$-e^{-x}$
e^{2x}	$2e^{2x}$
$e^{\frac{x}{2}}$	$\dfrac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}$

- f est dérivable en x_0 et $f'(x_0) \neq 0$ alors:

$$(f^{-1})'(f(x_0)) = \frac{1}{f'(x_0)}$$

IV - Les Branches Infinies

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = \pm\infty$

$\lim\limits_{x \to a} f(x) = \pm\infty$

La droite d'équation $x = a$ est une asymptote verticale de la courbe (C_f)

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = b$

La droite d'équation $y = b$ est une asymptote horizontale de la courbe (C_f) au voisinage $\pm\infty$

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} \left[f(x) - (ax + b)\right]$

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

$\pm\infty$

La courbe (C_f) admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnes au voisinage $\pm\infty$

$a \; ; (a \neq 0)$

0

La courbe (C_f) admet une branche parabolique de direction l'axe des abscisses au voisinage $\pm\infty$

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) - ax$

0

$b \; ; (b \in \mathbb{R})$

$\pm\infty$

La courbe (C_f) admet une asymptote oblique d'équation $y = ax + b$ au voisinage $\pm\infty$

La courbe (C_f) admet une branche parabolique de direction la droite d'équation $y = ax$ au voisinage $\pm\infty$

V - Signe de g(x) - Théorème des valeurs intermédiaires

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$		$\nearrow$	0	$\searrow$	

$\forall x\in\left]-\infty,\alpha\right]$	$\forall x\in\left[\alpha,+\infty\right[$
■ g est continue et croissante sur $\left]-\infty,\alpha\right]$. ■ g admet une valeur maximale en α.	■ g est continue et décroissante sur $\left[\alpha,+\infty\right[$. ■ g admet une valeur maximale en α.
$\forall x\in\left]-\infty,\alpha\right]:g(x)\leq g(\alpha)$	$\forall x\in\left[\alpha,+\infty\right[:g(x)\leq g(\alpha)$
$\forall x\in\left]-\infty,\alpha\right]:g(x)\leq 0$	$\forall x\in\left[\alpha,+\infty\right[:g(x)\leq 0$

$\forall x\in\left]-\infty,\alpha\right]\cup\left[\alpha,+\infty\right[\quad g(x)\leq 0$

$\forall x\in\left]-\infty,+\infty\right[\quad g(x)\leq 0$

$\forall x\in\mathbb{R}\quad g(x)\leq 0$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

$\forall x\in\left]-\infty,\alpha\right]$	$\forall x\in\left[\alpha,+\infty\right[$
■ g est continue et décroissante sur $\left]-\infty,\alpha\right]$. ■ g admet une valeur minimale en α.	■ g est continue et croissante sur $\left[\alpha,+\infty\right[$. ■ g admet une valeur minimale en α.
$\forall x\in\left]-\infty,\alpha\right]:g(x)\geq g(\alpha)$	$\forall x\in\left[\alpha,+\infty\right[:g(x)\geq g(\alpha)$
$\forall x\in\left]-\infty,\alpha\right]:g(x)\geq 0$	$\forall x\in\left[\alpha,+\infty\right[:g(x)\geq 0$

$\forall x\in\left]-\infty,\alpha\right]\cup\left[\alpha,+\infty\right[\quad g(x)\geq 0$

$\forall x\in\left]-\infty,+\infty\right[\quad g(x)\geq 0$

$\forall x\in\mathbb{R}\quad g(x)\geq 0$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g'(x)$			$-$		
$g(x)$		$\searrow$	0	$\searrow$	

$\forall x\in\left]-\infty,\alpha\right]$	$\forall x\in\left[\alpha,+\infty\right[$
■ g est continue et décroissante sur $\left]-\infty,\alpha\right]$. ■ g admet une valeur minimale en α.	■ g est continue et décroissante sur $\left[\alpha,+\infty\right[$. ■ g admet une valeur maximale en α.
$\forall x\in\left]-\infty,\alpha\right]:g(x)\geq g(\alpha)$	$\forall x\in\left[\alpha,+\infty\right[:g(x)\leq g(\alpha)$
$\forall x\in\left]-\infty,\alpha\right]:g(x)\geq 0$	$\forall x\in\left[\alpha,+\infty\right[:g(x)\leq 0$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g'(x)$			$+$		
$g(x)$		$\nearrow$	0	$\nearrow$	

$\forall x\in\left]-\infty,\alpha\right]$	$\forall x\in\left[\alpha,+\infty\right[$
■ g est continue et croissante sur $\left]-\infty,\alpha\right]$. ■ g admet une valeur maximale en α.	■ g est continue et croissante sur $\left[\alpha,+\infty\right[$. ■ g admet une valeur minimale en α.
$\forall x\in\left]-\infty,\alpha\right]:g(x)\leq g(\alpha)$	$\forall x\in\left[\alpha,+\infty\right[:g(x)\geq g(\alpha)$
$\forall x\in\left]-\infty,\alpha\right]:g(x)\leq 0$	$\forall x\in\left[\alpha,+\infty\right[:g(x)\geq 0$

Théorème des valeurs intermédiaires

f est continue et strictement décroissante sur $[a,b]$.

$$f(a)=\cdots\succ 0\quad;\quad f(b)=\cdots\prec 0$$

$$\Rightarrow\quad f(a)\cdot f(b)\prec 0$$

Par l'utilisation de théorème des valeurs intermédiaires l'équation : $f(x)=0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $]a,b[$.

f est continue et strictement croissante sur $[a,b]$.

$$f(a)=\cdots\prec 0\quad;\quad f(b)=\cdots\succ 0$$

$$\Rightarrow\quad f(a)\cdot f(b)\prec 0$$

Par l'utilisation de théorème des valeurs intermédiaires l'équation : $f(x)=0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $]a,b[$.

VI - Résumé des fonctions

I) Ensemble de définition :

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} \,/\, f(x) \in \mathbb{R}\}$$

$$f(x) \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{Denominateur} \neq 0 \\ \text{Interieur de} \sqrt{\ } \geq 0 \end{cases}$$

II) Fonction périodique :

- f Périodique de période T si :
  $\forall x \in D_f : (x+T) \in D_f$ et $f(x+T) = f(x)$
- Il suffit d'étudier f sur $D_E = [0,T]$

III) Fonction paire :

- f est une fonction paire si :
  $\forall x \in D_f : -x \in D_f$ et $f(-x) = f(x)$
- (C_f) est symétrique par rapport à (Oy) .
- Il suffit d'étudier f sur $D \subset \mathbb{R}^+$.

IV) Fonction impaire :

- f est une fonction impaire si :
  $\forall x \in D_f : -x \in D_f$ et $f(-x) = -f(x)$
- (C_f) est symétrique par rapport à O .
- Il suffit d'étudier f sur $D \subset \mathbb{R}^+$.

V) Centre de symétrie :

$\Omega(a,b)$ centre de symétrie de (C_f) si :

$$\forall x \in D_f : \begin{cases} (2a-x) \in D_f \\ f(2a-x) = 2b - f(x) \end{cases}$$

VI) Axe de symétrie :

$x = a$ axe de symétrie de (C_f) si :

$$\forall x \in D_f : \begin{cases} (2a-x) \in D_f \\ f(2a-x) = f(x) \end{cases}$$

VII) Concavité d'une courbe :

- (C_f) Convexe sur I si : $\forall x \in I \,;\, f''(x) \geq 0$. ☺
- (C_f) Concave sur I si : $\forall x \in I \,;\, f''(x) \leq 0$. ☹

x	$-\infty$	a	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	0	$+$
La Concavité de la courbe (C_f)	$\cap$	$\Omega(a, f(a))$ Point d'inflexion	$\cup$

VIII) Point d'inflexion :

- La courbe (C_f) admet un point d'inflexion en a si : $f''(x)$ s'annule et change de signe en a.
- Si $f''(x)$ s'annule et ne change pas de signe en a alors (C_f) n'est pas admet un point d'inflexion en a.

IX) Théorème de Rolle :

Si f continue sur $[a,b]$
Et f dérivable sur $]a,b[$ et $f(a) = f(b)$ alors :

$$\exists c \in]a,b[\ : \ f'(c) = 0$$

X) Théorème des accroissements finis : (TAF)

Si f continue sur $[a,b]$
Et f dérivable sur $]a,b[$ alors :
$\exists c \in]a,b[\ : \ f(b) - f(a) = f'(c)(b-a)$

XI) Inégalité du TAF avec la valeur absolue :

f est continue sur $[a,b]$ et dérivable sur $]a,b[$
Et $\exists k \succ 0, \exists x \in]a,b[\ : \ |f'(x)| \leq k$
Alors : $|f(b) - f(a)| \leq k|b-a|$

XII) Position relative : (Cf) & (Δ)

x		x_0	
$f(x)-(ax+b)$	$-$		$+$
Position relative de (C_f) et (Δ)	(C_f) est en dessous de (Δ)	Ω : Point d'intersection $(C_f) \cap (\Delta) = \Omega(x_0, f(x_0))$	(C_f) est au dessus de (Δ)

XIII) Fonction primitive :

- F fonction primitive de f sur I si F dérivable sur I et $F' = f$.
- Toute fonction continue admet une primitive.
- Il existe une fonction primitive $F \,/\, F(x_0) = y_0$
  - f paire $\Rightarrow$ F qui s'annule en O impaire
  - f impaire $\Rightarrow$ F paire

VII - Les suites numériques

$(v_n)_{n\geq n_0}$ est géométrique s'il existe un réel q tel que :

$$\forall n\geq n_0 \ ; \ v_{n+1}=qv_n$$

Le nombre q est appelé la raison de la suite $(v_n)_{n\geq n_0}$

$(v_n)_{n\geq p}$ Géométrique $\Leftrightarrow$ $\forall n\geq p \ : \ v_n^2 = v_{n+1}\times v_{n-1}$

Terme générale d'une suite géométrique

✧ Si (v_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme v_0 alors : $(\forall n\in\mathbb{N})$ $v_n = v_0\times q^n$

✧ Si $(v_n)_{n\geq 1}$ est une suite géométrique de raison q et de premier terme v_1 alors : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$ $v_n = v_1\times q^{n-1}$

✧ Pour tous n et p de $\mathbb{N}$: $v_n = v_p\times q^{n-p}$

Somme de termes consécutifs d'une suite géométrique

(u_n) est une suite géométrique de raison q tels que $q\neq 1$:

$\forall n\in\mathbb{N}$; $v_0+v_1+\ldots\ldots+v_n = v_0\times\left(\dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)$

$\forall(n,p)\in\mathbb{N}^2 ; n\geq p$; $v_p+v_{p+1}+\ldots\ldots+v_n = v_p\times\left(\dfrac{1-q^{n-p+1}}{1-q}\right)$

$$1+q+q^2\ldots\ldots+q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

$$(1^{er}\ \textit{terme de la somme})\times\left(\frac{1-q^{\text{nombre de termes}}}{1-q}\right)$$

$(u_n)_{n\geq p}$ est croissante, if: $\forall n\geq p \ : \ u_{n+1}-u_n\geq 0$

$(u_n)_{n\geq p}$ est décroissante, if: $\forall n\geq p \ : \ u_{n+1}-u_n\leq 0$

$(u_n)_{n\geq p}$ est constante, if: $\forall n\geq p \ : \ u_{n+1}-u_n = 0$

$$\left(\forall n\geq p \ : \ \frac{u_{n+1}}{u_n}\geq 1 \ \ et \ \ u_n\succ 0\right)\Rightarrow\left((u_n)_{n\geq p}\ est\ croissante\right)$$

(u_n) est croissante: $u_0\leq u_1\leq u_2\leq\ldots\leq u_{n-1}\leq u_n\leq u_{n+1}\ldots$

On dit qu'une suite est convergente ou elle converge vers l si est seulement si : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = l$

- Toute suite croissante et majorée est convergente.
- Toute suite croissante et négative est convergente.

$(\forall n\geq n_0 : u_n\leq v_n \ ; \ \lim u_n = \ell \ \ et \ \ \lim v_n = \ell')\Rightarrow(\ell\leq\ell')$

$(\forall n\geq n_0 : u_n\leq v_n \ \ et \ \ \lim u_n = +\infty)\Rightarrow(\lim v_n = +\infty)$

$(\forall n\geq n_0 : u_n\leq v_n \ \ et \ \ \lim v_n = -\infty)\Rightarrow(\lim u_n = -\infty)$

$(\forall n\geq n_0 : |u_n-\ell|\leq v_n \ \ et \ \ \lim v_n = 0)\Rightarrow(\lim u_n = \ell)$

$(\forall n\geq n_0 : w_n\leq u_n\leq v_n \ et \ \lim w_n = \lim v_n = \ell)\Rightarrow(\lim u_n = \ell)$

$$(\lim u_n = 0)\Leftrightarrow(\lim|u_n| = 0)$$

Soit une suite définie par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$

Si f est continue sur un intervalle I et la suite (u_n) est convergente et $f(I)\subset I$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ est la solution de l'équation $f(x) = x$

$(v_n)_{n\geq n_0}$ est arithmétique s'il existe un réel r tel que :

$$\forall n\geq n_0 \ ; \ v_{n+1}-v_n = r$$

Le nombre r est appelé la raison de la suite $(v_n)_{n\geq n_0}$

$(v_n)_{n\geq p}$ Arithmétique $\Leftrightarrow$ $\forall n\geq p \ : \ 2v_n = v_{n+1}+v_{n-1}$

Terme générale d'une suite arithmétique

✧ Si (v_n) est une suite arithmétique de raison r et de premier terme v_0 alors : $(\forall n\in\mathbb{N})$ $v_n = v_0+n\times r$

✧ Si $(v_n)_{n\geq 1}$ est une suite arithmétique de raison r et de premier terme v_1 alors : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$ $v_n = v_1+(n-1)\times r$

✧ Pour tous n et p de $\mathbb{N}$: $v_n = v_p+(n-p)\times r$

Somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique

(u_n) est une suite arithmétique

$\forall n\in\mathbb{N}$; $v_0+v_1+\ldots\ldots+v_n = (n+1)\times\left(\dfrac{v_0+v_n}{2}\right)$

$\forall(n,p)\in\mathbb{N}^2 ; n\geq p$; $v_p+v_{p+1}+\ldots\ldots+v_n = (n-p+1)\times\left(\dfrac{v_p+v_n}{2}\right)$

$$1+2+\ldots\ldots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$(\textit{nombre de termes})\times\frac{(1^{er}\ \textit{terme}+\textit{dernier terme})}{2}$$

$(u_n)_{n\geq p}$ est majorée par un réel M , si: $\forall n\geq p \ : \ u_n\leq M$

$(u_n)_{n\geq p}$ est minorée par un réel m , if: $\forall n\geq p \ : \ u_n\geq m$

$(u_n)_{n\geq p}$ est bornée par, if: $\forall n\geq p \ : \ m\leq u_n\leq M$

$$\left(\forall n\geq p \ : \ \frac{u_{n+1}}{u_n}\leq 1 \ \ et \ \ u_n\succ 0\right)\Rightarrow\left((u_n)_{n\geq p}\ est\ décroissante\right)$$

(u_n) est décroissante: $\ldots u_{n+1}\leq u_n\leq u_{n-1}\leq\ldots\leq u_2\leq u_1\leq u_0$

On dit qu'une suite est divergente ou qu'elle diverge vers l si est seulement si : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \pm\infty$ ou qu'elle n'admet pas de limite.

- Toute suite décroissante et minorée est convergente.
- Toute suite décroissante et positive est convergente.

Si $q\succ 1$ alors: $\lim q^n = +\infty$

Si $q = 1$ alors: $\lim q^n = 1$

Si $-1\prec q\prec 1$ alors: $\lim q^n = 0$

Si $q\leq -1$ alors la suite $(q^n)_n$ n'admet pas de limite.

- Si $\alpha\succ 0$ alors : $\lim n^\alpha = +\infty$ • Si $\alpha\prec 0$ alors : $\lim n^\alpha = 0$

$$(\lim u_n = \ell \ \ et \ \ \ell\neq 0)\Rightarrow(\lim|u_n| = \ell)$$

Si $\lim u_n = \ell$ et f est continue en ℓ

Alors la suite $(v_n)_{n\geq n_0}$ tels que $\forall n\geq n_0 : v_n = f(u_n)$ est convergente et $\lim v_n = f(\ell)$

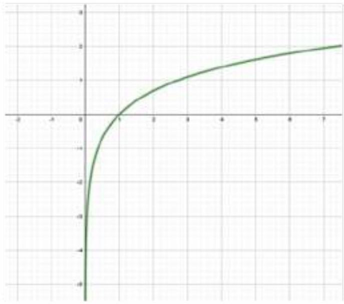
VIII - Le logarithme népérien

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ x\succ 0}} \ln x = -\infty$$

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ x\succ 0}} x\ln x = 0^-$$

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ x\succ 0}} x^n \ln x = 0^-$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$$



$$\lim_{x\to +\infty} \ln x = +\infty$$

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0^+$$

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0^+$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$$

$$\ln 1 = 0$$
$$\ln e = 1$$
$$e \simeq 2.7$$
$$\ln^2 x = (\ln x)^2$$
$$\ln x^2 = 2\ln x$$

$$\forall a \succ 0\ ,\ \forall b \succ 0\ ,\ r\in\mathbb{Q}$$
$$\ln(a\cdot b) = \ln a + \ln b$$
$$\ln\frac{a}{b} = \ln a - \ln b$$
$$\ln\frac{1}{b} = -\ln b$$
$$\ln a^r = r\ln a$$
$$\ln\sqrt{a} = \frac{1}{2}\ln a$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$
$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

$$\forall a \in]0,1[\cup]1,+\infty[$$
$$\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$$
$$\log_a a = \frac{\ln a}{\ln a} = 1$$
$$\log_a 1 = \frac{\ln 1}{\ln a} = 0$$
$$(\log_a x)' = \frac{1}{x\ln a}$$

$$(\ln^2 x)' = 2(\ln x)'(\ln x)^{2-1}$$
$$\left((\ln x)^2\right)' = 2\cdot\frac{1}{x}\cdot\ln x = \frac{2\ln x}{x}$$

$$\ln x = \ln y \quad\Leftrightarrow\quad x = y$$
$$\ln x \succ \ln y \quad\Leftrightarrow\quad x \succ y$$
$$\ln x \le \ln y \quad\Leftrightarrow\quad x \le y$$

$$\left(\frac{\ln x}{x}\right)' = \frac{(\ln x)'\cdot x - \ln x\cdot(x)'}{x^2}$$
$$\left(\frac{\ln x}{x}\right)' = \frac{\frac{1}{x}\cdot x - \ln x\cdot 1}{x^2}$$
$$\left(\frac{\ln x}{x}\right)' = \frac{1-\ln x}{x^2}$$

$$\log x = \log_{10} x$$
$$\log x = \frac{\ln x}{\ln 10}$$
$$\log 10 = \frac{\ln 10}{\ln 10} = 1$$
$$\log 1 = \frac{\ln 1}{\ln 10} = 0$$

$$\forall x \in]0,1] \ :\ \ln x \le 0$$
$$\forall x \in [1,+\infty[\ :\ \ln x \ge 0$$

x	0		1		$+\infty$
$\ln x$	||	$-$	0	$+$	

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ x\succ 0}} \frac{\ln x}{x} = \lim_{\substack{x\to 0\\ x\succ 0}} \frac{1}{x}\cdot\ln x = +\infty\cdot(-\infty) = -\infty$$

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ x\succ 0}} \frac{\ln^2 x}{x} = \lim_{\substack{x\to 0\\ x\succ 0}} \frac{1}{x}\cdot(\ln x)^2 = +\infty\cdot(-\infty)^2 = +\infty$$

$$X = \sqrt{x} \quad\Leftrightarrow\quad X^2 = x \qquad ; \qquad \begin{cases} x \to +\infty \\ X \to +\infty \end{cases}$$

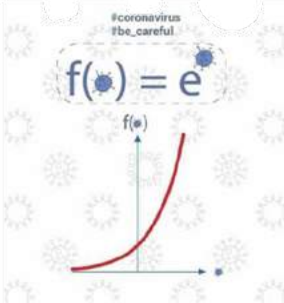
$$\lim_{x\to +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = \lim_{x\to +\infty} \frac{(\ln x)^2}{\sqrt{x}^2} = \lim_{x\to +\infty} \left(\frac{\ln x}{\sqrt{x}}\right)^2 = \lim_{X\to +\infty} \left(\frac{\ln X^2}{X}\right)^2 = \lim_{X\to +\infty} \left(2\frac{\ln X}{X}\right)^2 = (2\cdot 0)^2 = 0$$

IX - La fonction exponentielle

$$\lim_{x\to-\infty} e^x = 0^+$$

$$\lim_{x\to-\infty} xe^x = 0^-$$

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad , \quad \lim_{x\to-\infty} x^n e^x = 0$$



$$\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad , \quad \lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$$

$$e^0 = 1 \quad , \quad e \simeq 2.7$$

$$\lim_{x\to0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$e^1 = e \approx 2.7182818$$

$$\ln x = a \iff x = e^a$$
$$e^{\ln x} = x \quad , \quad x \succ 0$$
$$\ln e^x = x \quad , \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\forall a \in \mathbb{R} \ , \forall b \in \mathbb{R} \ , r \in \mathbb{Q}$$
$$e^{a+b} = e^a \cdot e^b \quad , \quad e^{-a} = \frac{1}{e^a}$$
$$e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b} \quad , \quad \left(e^a\right)^r = e^{a \cdot r}$$
$$\sqrt{e^x} = e^{\frac{1}{2}x} \quad , \quad \sqrt[n]{e^x} = e^{\frac{1}{n}x}$$

$$\left(e^x\right)' = e^x$$
$$\left(e^u\right)' = u' \cdot e^u$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad ; \quad e^x \succ 0$$
$$x \succ 0 \iff e^x \succ 1$$
$$x = 0 \iff e^x = 1$$
$$x \prec 0 \iff 0 \prec e^x \prec 1$$

$$e^x = e^y \iff x = y$$
$$e^x \succ e^y \iff x \succ y$$
$$e^x \geq e^y \iff x \geq y$$
$$e^x \prec e^y \iff x \prec y$$
$$e^x \leq e^y \iff x \leq y$$

$$\left(e^{-x}\right)' = -e^{-x}$$
$$\left(e^{2x}\right)' = 2e^{2x}$$
$$\left(e^{-2x}\right)' = -2e^{-2x}$$
$$\left(e^{\frac{x}{2}}\right)' = \frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}$$

$$\forall a \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$$
$$a \succ 0 \quad , \quad a \neq 1$$
$$\forall x \in \mathbb{R} \quad : \quad a^x = e^{x \ln a}$$
$$a^0 = 1 \quad ; \quad a^1 = a$$
$$a^x = t \iff x = \log_a(t)$$
$$10^x = t \iff x = \log t$$
$$\left(a^x\right)' = (\ln a) \cdot a^x$$

$$\left(\frac{e^x}{x}\right)' = \frac{\left(e^x\right)' \cdot x - e^x \cdot (x)'}{x^2} = \frac{e^x \cdot x - e^x \cdot 1}{x^2} = \frac{(x-1)e^x}{x^2}$$

$$\lim_{x\to+\infty} e^{-x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{e^x} = 0 \quad , \quad \left\{\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty\right\}$$

$$\lim_{x\to-\infty} e^{-x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{e^x} = +\infty \quad , \quad \left\{\lim_{x\to-\infty} e^x = 0^+\right\}$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{e^x}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x} \cdot e^x = 0 \cdot 0 = 0$$
$$\left\{\lim_{x\to-\infty} e^x = 0 \ , \ \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x} = 0\right\}$$

$$t = -x \iff -t = x$$
$$\begin{cases} x \to +\infty \\ t \to -\infty \end{cases}$$
$$\lim_{x\to+\infty} e^{-x} = \lim_{t\to-\infty} e^t = 0$$

$$X = -x \iff -X = x$$
$$\begin{cases} x \to +\infty \\ X \to -\infty \end{cases}$$
$$\lim_{x\to+\infty} e^{-x} = \lim_{X\to-\infty} e^X = 0$$

X - Calcul intégral

★ L'intégrale d'une fonction continue sur un segment $[a,b]$

$$\int_a^b f(x)\,dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

★ La linéarité de l'intégrale :

$$\int_a^a f(x)\,dx = 0 \quad , \quad \int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx$$

$$(\lambda \in \mathbb{R}); \quad \int_a^b \lambda f(x)\,dx = \lambda \int_a^b f(x)\,dx$$

$$\int_a^b (f(x) + g(x))\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b g(x)\,dx$$

★ La relation de Chasles :

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$$

★ Intégrale et ordre :

- Si $\forall x \in [a,b]:\ f(x) \geq 0$ alors : $\int_a^b f(x)\,dx \geq 0$
- Si $\forall x \in [a,b]: f(x) \leq g(x)$ alors : $\int_a^b f(x)\,dx \leq \int_a^b g(x)\,dx$

★ La valeur moyenne : $\mu = \dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$

★ L'intégration par partie : $I = \int_a^b u(x) \cdot v'(x)\,dx$

$\overline{\text{ALPES}}$

$$\begin{array}{ccc} & u' = & u = \cdots \\ \uparrow & & \swarrow ① \\ -② & v = & v' = \cdots \end{array}$$

$$I = [①] - \int ② = [uv]_a^b - \int_a^b v \cdot u'\,dx$$

★ L'aire $\mathcal{A}$ du domaine plan limite par la courbe (C_f) et les droits d'équations $y = \alpha x + \beta$, $x = a$ et $x = b$ est :

$$\mathcal{A} = \int_a^b |f(x) - y|\,dx \;\; u.a.$$

★ L'aire $\mathcal{A}$ du domaine plan limite par (C_f) et (Ox) et les droits d'équations $x = a$ et $x = b$ est :

$$\mathcal{A} = \int_a^b |f(x)|\,dx \;\; u.a.$$

★ L'aire $\mathcal{A}$ du domaine plan limite par (C_f) et (C_g) et les droits d'équations $x = a$ et $x = b$ est :

$$\mathcal{A} = \int_a^b |f(x) - g(x)|\,dx \;\; u.a.$$

★ Le volume $\mathcal{V}$ du solide de révolution engendre par la rotation de la courbe (C_f) autour de l'axe (Ox) sur l'intervalle $[a,b]$ est : $\mathcal{V} = \int_a^b \pi (f(x))^2\,dx \;\; u.v.$

$f(x)$: fonction	$F(x)$: Primitive fonctions
0	c ; $c =$ Constante
a ; $a =$ Constante	$ax + c$
$2x$	$x^2 + c$
x^n ; $n \in \mathbb{N}^*$	$\dfrac{x^{n+1}}{n+1} + c$
αx^n	$\alpha \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + c$
$\dfrac{-1}{x^2}$	$\dfrac{1}{x} + c$
$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{x} + c$
$\sin x$	$-\cos x + c$
$\cos x$	$\sin x + c$
$1 + \tan^2 x$	$\tan x + c$
$u' \sin(u)$	$-\cos(u) + c$
$u' \cos(u)$	$\sin(u) + c$
$u'(1 + \tan^2(u))$	$\tan(u) + c$
$\dfrac{u'}{u^2}$	$\dfrac{-1}{u} + c$
$u' u^n$	$\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c$
$\dfrac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u} + c$
$\dfrac{1}{x}$	$\ln\|x\| + c$
$\dfrac{u'}{u}$	$\ln\|u\| + c$
e^x	$e^x + c$
$u' e^u$	$e^u + c$
e^{-x}	$-e^{-x} + c$
e^{2x}	$\dfrac{e^{2x}}{2} + c$
a^x	$\dfrac{a^x}{\ln a} + c$

$u.a.$: L'unité de l'aire. $u.a. = \|\vec{i}\| \cdot \|\vec{j}\|$

$u.v.$: L'unité de volume. $u.v. = \|\vec{i}\| \cdot \|\vec{j}\| \cdot \|\vec{k}\|$

ALPES: A : arctan L : ln P : polynomial
E : exponential S : sinusoidal (sin, cos)

XI - Probabilité

- **Une expérience aléatoire** est une expérience dont on ne peut pas prévoir les résultats.
- **Une éventualité** est tout résultat d'une expérience aléatoire.
- **L'univers des éventualités** est l'ensemble de toutes les éventualités, il est noté Ω.
- **L'événement** est toute partie de l'univers des éventualités.
- **L'événement certain est** l'ensemble Ω.
- **L'événement impossible est** l'ensemble vide $\varnothing$.
- **L'événement élémentaire tout** singleton $\{e_i\}$ inclus dans Ω.
- **L'événement** $A \cap B$ c'est l'événement A et B.
- **L'événement** $A \cup B$ c'est l'événement A ou B.
- **L'événement contraire** de A noté $\overline{A}$ c'est l'événement qui vérifie : $A \cap \overline{A} = \varnothing$ et $A \cup \overline{A} = \Omega$.
- **Deux événements** A et B sont **incompatibles** si $A \cap B = \varnothing$.
- et : $\times$ ou : $+$

⌘ La probabilité d'un événement M : $p(M) = \dfrac{Card\, M}{Card\, \Omega}$

$p(\Omega) = 1$, $p(\varnothing) = 0$, $0 \leq p(M) \leq 1$

⌘ La probabilité de l'union de deux évènements :

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

- Si A et B deux événements incompatibles (càd $A \cap B = \varnothing$) alors : $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$

⌘ **Indépendance de deux événements**

On dit que deux événements A et B sont indépendants si

$$p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$$

⌘ **Probabilité conditionnelle :**

La probabilité de l'événement B sachant que A est réalisé, est le nombre noté $p_A(B)$ ou $p(B/A)$ définie par : $P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$

Types de tirages et dénombrement

⌘ **Tirages simultanés** : C_n^p

Le tirage simultané de p éléments parmi n éléments $(0 \leq p \leq n)$ c'est tirer simultanément p éléments parmi n éléments et le nombre de ces tirages est C_n^p càd le nombre de combinaisons de p éléments parmi n éléments.

⌘ **Tirages successifs sans remise** : A_n^p

Le tirage successif sans remise de p éléments parmi n éléments $(1 \leq p \leq n)$ c'est tirer un élément parmi n, on ne le remet pas jusqu'à tirer p éléments et le nombre de ces tirages est A_n^p càd le nombre des arrangements sans répétition de p éléments parmi n éléments

⌘ **Tirages successifs avec remise** : n^p

Le tirage successif avec remise de p éléments parmi n éléments c'est tirer un élément parmi n, on le remet jusqu'à tirer p éléments et le nombre de ces tirages est n^p càd le nombre des arrangements avec répétition de p éléments parmi n éléments (c'est possible que $p \geq n$).

$A_n^p = \dfrac{n!}{(n-p)!}$ $C_n^p = \dfrac{n!}{p!(n-p)!}$

$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times n$ $0! = 1$

⌘ Probabilité de l'événement contraire $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$

⌘ La loi de probabilité d'une variable aléatoire X

$X = x_i$	x_1	x_2	$\cdots$	x_n
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	$\cdots$	p_n

- L'espérance mathématique : $E(X) = \sum_1^n x_i \cdot p_i$
- La variance : $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$
- L'écart-type : $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

« $E(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \cdots + x_n \cdot p_n$ », « $E(X^2) = \sum_1^n x_i^2 \cdot p_i$ »

⌘ Loi binomiale :

Soit A un événement de probabilité p dans une expérience aléatoire.

On répète cette expérience n fois

Si X est une variable aléatoire binomiale de paramètres n et p alors $X(\Omega) = \{0,1,2,.....,n\}$ et la loi de probabilité de X est définie Par :

$P(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

$\forall k \in \{0,1,2,\ldots,n\}$

- L'espérance mathématique : $E(X) = np$
- La variance : $V(X) = np\overline{p} = np(1-p)$
- L'écart-type : $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

⌘ **Epreuves répétées**

Soit A un événement de probabilité p dans une expérience aléatoire et soient n et k deux entiers naturels tels que $k \leq n$.

Lorsqu'on répète cette expérience n fois de manière indépendante alors la probabilité pour que A se réalise k fois exactement est $C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

XII - Trigonométrie

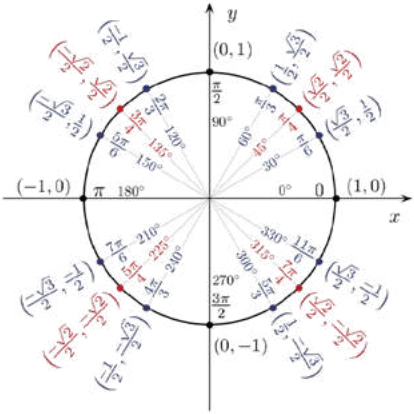
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha$$
$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\sin\beta\cos\alpha$$
$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}\ ;\alpha+\beta\neq\frac{\pi}{2}[2\pi]$$
$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}\ ;\alpha-\beta\neq\frac{\pi}{2}[2\pi]$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$$
$$\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}\ ;\ 2\alpha\ \textit{et}\ \alpha\neq\frac{\pi}{2}[2\pi]$$
$$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\right]$$
$$\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right]$$
$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\right]$$
$$\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)\right]$$

On considère : $\begin{cases}p=\alpha+\beta\\ q=\alpha-\beta\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\alpha=\dfrac{p+q}{2}\\ \beta=\dfrac{p-q}{2}\end{cases}$

$$\cos p+\cos q=2\cos\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$$
$$\cos p-\cos q=-2\sin\frac{p+q}{2}\sin\frac{p-q}{2}$$
$$\sin p+\sin q=2\sin\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$$
$$\sin p-\sin q=2\cos\frac{p+q}{2}\sin\frac{p-q}{2}$$

Si $t=\tan\frac{x}{2}$ alors $\cos x=\frac{1-t^2}{1+t^2}$, $\sin x=\frac{2t}{1+t^2}$

$$\tan x=\frac{2t}{1-t^2}\ ;(x\neq\frac{\pi}{2}[\pi]\ \text{et}\ x\neq\pi[2\pi])$$



$\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$, $\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$

$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$, $\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$

$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$, $\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$

$\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha$, $\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$, $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\sin\alpha$, $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\alpha$

$\cos(\alpha+2k\pi)=\cos\alpha$, $\sin(\alpha+2k\pi)=\sin\alpha$

$$\tan(x+k\pi)=\tan x\ ;\ \left(x\neq\frac{\pi}{2}[\pi]\right)$$
$$\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}\ ;\ \left(x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi\ \ /k\in\mathbb{Z}\right)$$
$$1+\tan^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}\ ;\ \left(x\neq\frac{\pi}{2}[\pi]\right)$$
$$\cos x=\cos\alpha\Leftrightarrow\begin{cases}x=\alpha+2k\pi\\ x=-\alpha+2k\pi\end{cases}\ /k\in\mathbb{Z}$$
$$\sin x=\sin\alpha\Leftrightarrow\begin{cases}x=\alpha+2k\pi\\ x=\pi-\alpha+2k\pi\end{cases}\ /k\in\mathbb{Z}$$
$$\tan x=\tan\alpha\Leftrightarrow x=\alpha+k\pi\quad /k\in\mathbb{Z}$$

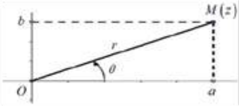
XIII - Les équations différentielles

Équation différentielle du premier ordre	La solution générale de l'équation différentielle
$(a \neq 0)$; $y' = ay + b$	$(\alpha \in \mathbb{R})$; $y(x) = \alpha e^{ax} - \frac{b}{a}$

<table>
<tr><th>Équation différentielle du second ordre</th><th>L'équation caractéristique</th><th colspan="2">L'équation caractéristique admet :</th><th>La solution générale de l'équation différentielle</th></tr>
<tr><td rowspan="3">$ay'' + by' + cy = 0$</td><td rowspan="3">$ar^2 + br + c = 0$
$\Delta = b^2 - 4ac$</td><td>$\Delta \succ 0$</td><td>Deux solutions réelles :
$r_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
$r_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$</td><td>$y(x) = \alpha e^{r_1 x} + \beta e^{r_2 x}$
Tel que : $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$</td></tr>
<tr><td>$\Delta = 0$</td><td>Une solution unique réelle : $r_0 = \frac{-b}{2a}$</td><td>$y(x) = (\alpha x + \beta) e^{r_0 x}$
Tel que : $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$</td></tr>
<tr><td>$\Delta \prec 0$</td><td>Deux solutions complexes et conjuguées :
$r_1 = \frac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a}$
$r_1 = p + iq$
$r_2 = \frac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a}$
$r_2 = p - iq$</td><td>$y(x) = e^{px}(\alpha \cos(qx) + \beta \sin(qx))$
Tel que : $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$</td></tr>
</table>

XIV - Les nombres complexes

- La forme algébrique d'un nombre complexe : $z=a+ib,(a,b)\in\mathbb{R}^2$
- La partie réelle de z est :
$$\mathrm{Re}(z)=a$$
- La partie imaginaire de z est :
$$\mathrm{Im}(z)=b$$
- Le conjugué de z est : $\overline{z}=a-ib$
- Le module de z est : $|z|=\sqrt{z.\overline{z}}$
$$(a+ib)(a-ib)=a^2+b^2$$



$M(z)$ est l'image de z et $\overrightarrow{OM}$ est l'image vectorielle de z

$z=a+ib$ est appelé l'affixe du point $M(a,b)$ ou l'affixe du vecteur $\overrightarrow{OM}$

- La forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul :
$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$, $r\succ 0$
- Le module de z est : $r=|z|=OM$
- L'argument de z est :
$$\arg z\equiv\left(\overrightarrow{u},\overrightarrow{OM}\right)\equiv\theta[2\pi]$$
- $a=r\cos\theta$ et $b=r\sin\theta$
$$z=[r,\theta]=r(\cos\theta+i\sin\theta)$$

$\arg(-z)\equiv\pi+\arg z[2\pi]$

$\arg\overline{z}\equiv-\arg z[2\pi]$

$\arg(z+z')\neq\arg z+\arg z'[2\pi]$

$\arg(z\times z')\equiv\arg z+\arg z'[2\pi]$

$\arg z^n\equiv n.\arg z[2\pi]$

$\arg\frac{z}{z'}\equiv\arg z-\arg z'[2\pi]$

$\arg\frac{1}{z}\equiv-\arg z[2\pi]$

La distance AB est: $AB=|z_B-z_A|$

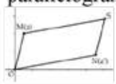
$\lvert z\rvert=\lvert -z\rvert=\lvert\overline{z}\rvert$	$z+\overline{z}=2\mathrm{Re}(z)$
$\lvert z+z'\rvert\le\lvert z\rvert+\lvert z'\rvert$	$z-\overline{z}=2i\,\mathrm{Im}(z)$
$\lvert z\times z'\rvert=\lvert z\rvert\times\lvert z'\rvert$	$\overline{z+z'}=\overline{z}+\overline{z'}$
$\lvert z^n\rvert=\lvert z\rvert^n$	$\overline{z\times z'}=\overline{z}\times\overline{z'}$
$\left\lvert\frac{z}{z'}\right\rvert=\frac{\lvert z\rvert}{\lvert z'\rvert}$	$\overline{(z^n)}=\left(\overline{z}\right)^n$
	$\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)}=\frac{\overline{z}}{\overline{z'}}$

I est le milieu de $[AB]$:
$$z_I=\frac{z_A+z_B}{2}$$

L'affixe du $\overrightarrow{AB}$ est: z_B-z_A

$\mathrm{aff}\,\overrightarrow{AB}=z_B-z_A=b-a$

Si $M(z)$ et $N(z')$ alors le point $S(z+z')$ tel que $OMSN$ parallélogramme



Les points A , B et C sont alignés $\Leftrightarrow\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}\in\mathbb{R}$

Les points A,B,C et D sont cocycliques si et seulement si : $\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}\times\frac{z_B-z_C}{z_D-z_C}\in\mathbb{R}$ ou $\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}\times\frac{z_D-z_C}{z_B-z_C}\in\mathbb{R}$

$\left(\overrightarrow{u},\overrightarrow{AB}\right)\equiv\arg(z_B-z_A)[2\pi]$

$\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)\equiv\arg\left(\frac{z_D-z_C}{z_B-z_A}\right)[2\pi]$

$(AB)//(CD)\Leftrightarrow\arg\left(\frac{z_D-z_C}{z_B-z_A}\right)\equiv 0[2\pi]\Leftrightarrow\frac{z_D-z_C}{z_B-z_A}\in\mathbb{R}^*$

$(AB)\perp(CD)\Leftrightarrow\arg\left(\frac{z_D-z_C}{z_B-z_A}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]\Leftrightarrow\frac{z_D-z_C}{z_B-z_A}\in i\mathbb{R}^*$

- La forme exponentielle d'un nombre complexe non nul : $z=re^{i\theta}$, tel que $r\succ 0$

$e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$

$e^{i\theta}=[1,\theta]$

$\left(e^{i\theta}\right)^n=e^{in\theta}$

$e^{i(\theta+\theta')}=e^{i\theta}\times e^{i\theta'}$

$e^{i(\theta-\theta')}=\frac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}}$

$e^{-i\theta'}=\frac{1}{e^{i\theta'}}$

$e^{ix}+e^{-ix}=2.\cos x$

$e^{ix}-e^{-ix}=2i.\sin x$

Z est réel $\Leftrightarrow\mathrm{Im}(Z)=0\Leftrightarrow\overline{Z}=Z$

Z est imaginaire pur $\Leftrightarrow\mathrm{Re}(Z)=0\Leftrightarrow\overline{Z}=-Z$

$\mathrm{Re}(Z)\succ 0$ et $\mathrm{Im}(Z)=0\Leftrightarrow Z\in\mathbb{R}_+^*\Leftrightarrow\arg Z\equiv 0[2\pi]$

$\mathrm{Re}(Z)\prec 0$ et $\mathrm{Im}(Z)=0\Leftrightarrow Z\in\mathbb{R}_-^*\Leftrightarrow\arg Z\equiv\pi[2\pi]$

$\mathrm{Im}(Z)\succ 0$ et $\mathrm{Re}(Z)=0\Leftrightarrow Z\in i\mathbb{R}_+^*\Leftrightarrow\arg Z\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

$\mathrm{Im}(Z)\prec 0$ et $\mathrm{Re}(Z)=0\Leftrightarrow Z\in i\mathbb{R}_-^*\Leftrightarrow\arg Z\equiv\frac{-\pi}{2}[2\pi]$

$\mathrm{Re}(Z)\neq 0$ et $\mathrm{Im}(Z)=0\Leftrightarrow Z\in\mathbb{R}^*\Leftrightarrow\arg Z\equiv 0[\pi]$

$\mathrm{Im}(Z)\neq 0$ et $\mathrm{Re}(Z)=0\Leftrightarrow Z\in i\mathbb{R}^*\Leftrightarrow\arg Z\equiv\pi[\pi]$

$\frac{1}{\sqrt{2}}+i\frac{1}{\sqrt{2}}=\left[1,\frac{\pi}{4}\right]$

$\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}=\left[1,\frac{\pi}{3}\right]$

$\frac{\sqrt{3}}{2}+i\frac{1}{2}=\left[1,\frac{\pi}{6}\right]$

$0+i=\left[1,\frac{\pi}{2}\right]$

$-1+i.0=[1,\pi]$

$1+i.0=[1,0]$

XV - Les nombres complexes

$[r,\theta]\times[r',\theta']=[r\times r',\theta+\theta']$

$\dfrac{[r,\theta]}{[r',\theta']}=\left[\dfrac{r}{r'},\theta-\theta'\right]$

$[r,\theta]^n=[r^n,n\theta]$, $-[r,\theta]=[r,\theta+\pi]$

$\overline{[r,\theta]}=[r,-\theta]$, $\dfrac{1}{[r,\theta]}=\left[\dfrac{1}{r},-\theta\right]$

L'équation : $az^2+bz+c=0$, tels que : $(a\in\mathbb{R}^*)$ et $(b,c)\in\mathbb{R}^2$

$$\Delta=b^2-4ac$$

Si $\Delta\prec 0$: l'équation admet deux solutions complexes conjuguées

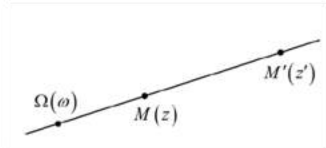
$z_2=\overline{z_1}$: $\quad z_1=\dfrac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ et $z_2=\dfrac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a}$

- La factorisation : $az^2+bz+c=a(z-z_1)(z-z_2)$

$$G=bary\{(A,\alpha);(B,\beta)\}\Leftrightarrow \alpha\overrightarrow{AG}+\beta\overrightarrow{BG}=\vec{0}\Leftrightarrow \alpha(z_G-z_A)+\beta(z_G-z_B)=0$$

Une homothétie h de centre $\Omega(\omega)$ et de rapport k ; $(k\in\mathbb{R})$

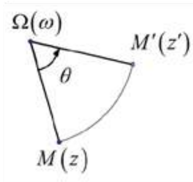
Le point $M'(z')$ est l'image du point $M(z)$ par $h(\Omega,k)$



$$\begin{aligned}h_{(\Omega,k)}(M)=M' &\Leftrightarrow \overrightarrow{\Omega M'}=k\overrightarrow{\Omega M}\\ &\Leftrightarrow \text{aff}\,\overrightarrow{\Omega M'}=k\ \text{aff}\,\overrightarrow{\Omega M}\\ &\Leftrightarrow z'-\omega=k(z-\omega)\end{aligned}$$

Une rotation R de centre $\Omega(\omega)$ et d'angle θ

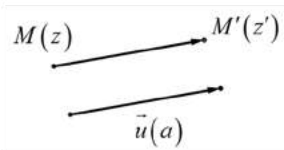
Le point $M'(z')$ est l'image du point $M(z)$ par $R(\Omega,\theta)$



$$\begin{aligned}R_{(\Omega,\theta)}(M)=M' &\Leftrightarrow \overrightarrow{\Omega M'}=e^{i\theta}\overrightarrow{\Omega M}\\ &\Leftrightarrow \text{aff}\,\overrightarrow{\Omega M'}=e^{i\theta}\ \text{aff}\,\overrightarrow{\Omega M}\\ &\Leftrightarrow z'-\omega=e^{i\theta}(z-\omega)\end{aligned}$$

Une translation T du vecteur $\vec{u}(a)$; $(a\in\mathbb{C})$

Le point $M'(z')$ est l'image du point $M(z)$ par $T_{\vec{u}}$



$$\begin{aligned}T_{\vec{u}}(M)=M' &\Leftrightarrow \overrightarrow{MM'}=\vec{u}\\ &\Leftrightarrow \text{aff}\,\overrightarrow{MM'}=\text{aff}\,\vec{u}\\ &\Leftrightarrow z'-z=a\end{aligned}$$

$|z-z_A|=|z-z_B|\Leftrightarrow$ L'ensemble des points $M(z)$ est la médiatrice du segment $[AB]$

$|z-z_\Omega|=r\Leftrightarrow$ L'ensemble des points $M(z)$ est le cercle (C) de centre Ω et de rayon r.

Si $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\left[\left|\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right|,\arg\left(\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right)\right]$ et $\dfrac{z_B-z_A}{z_B-z_A}=[r,\theta]$

Alors : $\left|\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right|=r\Leftrightarrow\dfrac{AC}{AB}=r$ et $\arg\left(\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right)\equiv\theta[2\pi]\Leftrightarrow\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\equiv\theta[2\pi]$

$\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\left[1,\pm\dfrac{\pi}{2}\right]\Leftrightarrow$ Le triangle ABC est rectangle et isocèle en A.

$\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\left[1,\pm\dfrac{\pi}{3}\right]\Leftrightarrow$ Le triangle ABC est équilatéral.

$\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\left[k,\pm\dfrac{\pi}{2}\right]\Leftrightarrow ABC$ est rectangle en A.

$\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=[1,\theta]\Leftrightarrow ABC$ est isocèle en A.

XVI - Produit scalaire et produit vectoriel dans l'espace

$\vec{u}(x,y,z)$, $\vec{v}(x',y',z')$

$$\vec{u}.\vec{v} = xx' + yy' + zz'$$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

$A(x_A,y_A,z_A)$, $B(x_B,y_B,z_B)$

$$\overrightarrow{AB}(x_B-x_A, y_B-y_A, z_B-z_A)$$

$$AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}$$

Soit (D) la droite de vecteur directeur $\vec{u}(a,b,c)$, et (D') la droite de vecteur directeur $\vec{v}(a',b',c')$

$$(D)\perp(D') \Leftrightarrow \vec{u}\perp\vec{v}$$
$$\Leftrightarrow \vec{u}.\vec{v} = 0$$
$$\Leftrightarrow aa'+bb'+cc' = 0$$

$$\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|\times\cos\left(\widehat{\vec{u},\vec{v}}\right)$$

Intersection de (S) et $(\mathcal{P})$

Soit (S) la sphère de centre Ω et de rayon R, et soit $(\mathcal{P})$ un plan

★ si $d(\Omega,(\mathcal{P})) < R$ alors le plan $(\mathcal{P})$ coupe la sphère (S) selon un cercle de centre H et de rayon r

- H est le projeté orthogonal du point Ω sur $(\mathcal{P})$
- $r = \sqrt{R^2 - d^2}$

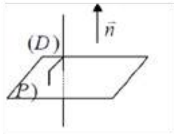
★ Si $d(\Omega,(\mathcal{P})) = R$ alors le plane $(\mathcal{P})$ tangent à sphère (S) au point H

★ Si $d(\Omega,(\mathcal{P})) > R$ alors le plan $(\mathcal{P})$ est à l'extérieur de la sphère (S) .

$(S)\cap(\mathcal{P}) = \varnothing$

✦ Si $d(\Omega,(\mathcal{P})) = 0$ alors le plan $(\mathcal{P})$ coupe la sphère selon cercle de centre Ω et de rayon R

- Un vecteur $\vec{n}$ non nul de l'espace est normal à un plan (P) lorsque toute droite de vecteur directeur $\vec{n}$ est perpendiculaire à (P)

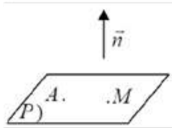


- On considère le plan $(\mathcal{P})$ d'équation $ax+by+cz+d=0$

Le vecteur $\vec{n}(a,b,c)$ est un vecteur normal au plan $(\mathcal{P})$

Une équation cartésienne du plan $(\mathcal{P})$ passant par le point $A(x_A,y_A,z_A)$ et vecteur normal $\vec{n}(a,b,c)$

★ 1er Méthode :



$$M\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \in (\mathcal{P}) \Leftrightarrow \vec{n}\perp\overrightarrow{AM}$$
$$\Leftrightarrow \vec{n}.\overrightarrow{AM} = 0$$
$$\Leftrightarrow a(x-x_A)+b(y-y_A)+c(z-z_A) = 0$$
$$\Leftrightarrow ax+by+cz+d = 0$$

Avec $d = -(ax_A+by_A+cz_A)$

★ 2eme Méthode :

puisque $\vec{n}(a,b,c)$ est un vecteur normal à $(\mathcal{P})$,alors une équation cartésienne du plan $(\mathcal{P})$ est de la forme : $ax+by+cz+\delta=0$

Puisque $A\in(\mathcal{P})$ alors $ax_A+by_A+cz_A+\delta=0$

$$\delta = -(ax_A+by_A+cz_A)$$

Distance du point Ω au plan $(\mathcal{P}) : ax+by+cz+d=0$

$$d(\Omega,(\mathcal{P})) = \frac{|ax_\Omega+by_\Omega+cz_\Omega+d|}{\|\vec{n}\|} = \frac{|ax_\Omega+by_\Omega+cz_\Omega+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

⅄ La sphère de centre Ω et de rayon R est l'ensemble des points M tels que : $\Omega M = R$

⅄ Une équation cartésienne de la sphère de centre $\Omega(a,b,c)$ et de rayon R est : $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2 = R^2$

Où : $x^2+y^2+z^2+\alpha x+\beta y+\delta z+\lambda = 0$

⅄ Une équation cartésienne de la sphère (S) de diamètre $[AB]$

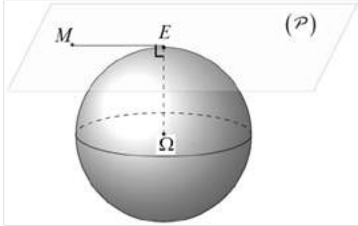
$$M\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \in (S) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{BM}$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-x_A)(x-x_B)+(y-y_A)(y-y_B)+(z-z_A)(z-z_B) = 0$$

⅄ Une équation cartésienne du plan $(\mathcal{P})$ tangent à la sphère de centre $\Omega(a,b,c)$ et de rayon R au point E

$$\overrightarrow{\Omega E} \perp (\mathcal{P})$$

$\overrightarrow{\Omega E}$ est un vecteur normal au plan $(\mathcal{P})$

$$M(x,y,z) \in (\mathcal{P}) \Leftrightarrow \overrightarrow{\Omega E} \perp \overrightarrow{EM}$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{\Omega E}.\overrightarrow{EM} = 0$$



Une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point Ω et orthogonale au plan $(\mathcal{P})$

* $\vec{n}(a,b,c)$ est un vecteur normal au plan $(\mathcal{P})$
* Puisque $(\Delta) \perp (\mathcal{P})$ alors $\vec{n}(a,b,c)$ un vecteur directeur de la droite (Δ)

$$M(x,y,z) \in (\Delta) \Leftrightarrow \vec{n} \text{ et } \overrightarrow{\Omega M} \text{ sont colinéaires}$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{\Omega M} = t\vec{n} \quad / t \in \mathbb{R}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - x_\Omega = at \\ y - y_\Omega = bt \\ z - z_\Omega = ct \end{cases} \quad / t \in \mathbb{R}$$
$$(\Delta): \begin{cases} x = x_\Omega + at \\ y = y_\Omega + bt \\ z = z_\Omega + ct \end{cases} \quad / t \in \mathbb{R}$$

$$\vec{u}(x,y,z) \;,\; \vec{v}(x',y',z')$$

$$\vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} yz' - zy' \\ zx' - xz' \\ xy' - yx' \end{vmatrix}$$

$$\vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{vmatrix} y & y' \\ z & z' \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} x & x' \\ z & z' \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}\vec{k}$$

$$\|\vec{u} \wedge \vec{v}\| = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \sin\left(\widehat{\vec{u},\vec{v}}\right)$$

- ✦ $\vec{u} \wedge \vec{v} = -\vec{v} \wedge \vec{u}$
- ✦ $\alpha\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{u} \wedge \alpha\vec{v} = \alpha(\vec{u} \wedge \vec{v})$
- ✦ $\vec{u} \wedge (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \wedge \vec{v} + \vec{u} \wedge \vec{w}$

Une équation cartésienne du plan (ABC) :

$\vec{n} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ est un vecteur normal au plan (ABC)

$$M(x,y,z) \in (ABC) \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\right) \perp \overrightarrow{AM}$$
$$\Leftrightarrow \vec{n} \perp \overrightarrow{AM}$$
$$\Leftrightarrow \vec{n}.\overrightarrow{AM} = 0$$

Distance du point Ω à la droite (Δ) passant par le point A est dirigée par le vecteur $\vec{u}$

$$d\left(\Omega, \Delta\left(A,\vec{u}\right)\right) = d\left(\Omega,(\Delta)\right) = \frac{\left\|\overrightarrow{\Omega A} \wedge \vec{u}\right\|}{\|\vec{u}\|}$$

$\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{0} \Leftrightarrow A$, B et C sont alignés

$\det\left(\vec{u},\vec{v},\vec{w}\right) = 0 \Leftrightarrow \vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires

Aire du triangle ABC est : $\mathcal{A}_{ABC} = \frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\right\|$

Aire du parallélogramme $ABCD$ est : $\mathcal{A}_{ABCD} = \left\|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD}\right\|$

La distance entre les droites $D\left(A,\vec{u}\right)$ et $D'\left(B,\vec{v}\right)$

$$d\left(D\left(A,\vec{u}\right), D'\left(B,\vec{v}\right)\right) = \frac{\left|\overrightarrow{AB}.\left(\vec{u} \wedge \vec{v}\right)\right|}{\left\|\vec{u} \wedge \vec{v}\right\|}$$

Intersection de $S(\Omega,R)$ la (Δ)

★ Si $d(\Omega,(\Delta)) < R$ alors la droite (Δ) coupe la sphère (S) en deux points

★ Si $d(\Omega,(\Delta)) = R$ la droite (Δ) coupe la sphère (S) en un seul point.
(Δ) est tangente à la sphère (S)

★ Si $d(\Omega,(\Delta)) > R$ la droite (Δ) est à l'extérieur de la sphère (S)
$(S) \cap (\Delta) = \varnothing$

XVII - Arithmétiques

$x-y\equiv 0[n]$

x et y ont même reste dans la D.E. par n

$\overline{x}=\overline{y}$ — $x\equiv y[n]$ — $n/x-y$

$x=y+kn$

$x\wedge n=n\wedge y$

$x\pm a\equiv y\pm a[n]$
$x\times a\equiv y\times a[n]$
$x^m\equiv y^m[n]$

Algorithme d'Euclide

$$\begin{cases} a/b \\ a/c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a/b\wedge c \\ a/b\pm c \\ a/b\mu+c\nu \\ a/bk \end{cases}$$

$a\equiv 0[d]$

$\exists k:\ a=kd$

d/a — $a/b\Rightarrow d/b$

$a\vee d=a$

$a\wedge d=d$

Théorème Fondamental

$\exists(\mu,\nu):d=a\mu+b\nu$

$\exists(\alpha,\beta):a=d\alpha\,,b=d\beta$
$\alpha\wedge\beta=1$

$d=a\wedge b$

$$\begin{cases} \delta/a \\ \delta/b \end{cases} \Rightarrow \delta/d$$

$$\begin{cases} d/a \\ d/b \end{cases}$$

BEZOUT

$a^n\wedge b^m=1$

$\exists(\mu,\nu):a\mu+b\nu=1$

$a\wedge bc=a\wedge c$ — $a\wedge b=1$ — $\begin{cases} a/c \\ b/c \end{cases}\Rightarrow ab/c$

$a/bc\Rightarrow a/c$

$a\wedge c=1\Rightarrow a\wedge bc=1$

GAUSS

$p\geq 3\Rightarrow p$ impaire

$\forall\overline{x}\in\mathbb{Z}^*/p\mathbb{Z}\,,\exists\overline{y}\in\mathbb{Z}^*/p\mathbb{Z}:\overline{x}\,\overline{y}=\overline{1}$

$p\nmid a\Leftrightarrow p\wedge a=1$

$p\wedge a=\begin{cases} p \\ 1 \end{cases}$ — p premier — $p\nmid a\Rightarrow a^{p-1}\equiv 1[p]$

$p/ab\Rightarrow p/a$ ou p/b

$a^p\equiv a[p]$

$\forall p'\leq\sqrt{p}:\ p'\nmid p$

$p/p_1\cdot p_2\cdots p_m\Rightarrow p=p_i$

$\overline{abcd}^{(x)}=ax^3+bx^2+cx+d$

XVIII - Espaces

I) Combinaison linéaire :

* $\vec{x}=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\vec{x_i}$ s'appelle une combinaison linéaire des vecteurs $\vec{x_1},\vec{x_2},\cdots,\vec{x_n}$ a coefficients $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$

* On dit que la famille $\left(\vec{x_1},\vec{x_2},\cdots,\vec{x_n}\right)$ génère $\vec{x}$

* La famille $\left(\vec{x_1},\vec{x_2},\cdots,\vec{x_n}\right)$ est génératrice si tout élément $\vec{x}$ de E est C.L. de $\vec{x_1},\vec{x_2},\cdots,\vec{x_n}$

II) Dépendance linéaire : « Famille liée »

* la famille $B=\left(\vec{x_1},\vec{x_2},\cdots,\vec{x_n}\right)$ est linéairement dépendant ou liée si :

$$\exists(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n)\in\mathbb{R}^n\ (\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n)\neq\vec{0}$$
$$\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\vec{x_i}=\vec{0}$$

III) Indépendance linéaire : « Famille libre »

* la famille $\left(\vec{x_1},\vec{x_2},\cdots,\vec{x_n}\right)$ est linéairement indépendant ou libre si :

$$\forall(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n)\in\mathbb{R}^n$$
$$\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\vec{x_i}=\vec{0}\ \Rightarrow\ \alpha_1=\alpha_2=\cdots=\alpha_n=0$$

IV) Propriétés

1) Si une sous famille de B est liée alors B est liée.
2) Toute sous famille d'une famille libre est libre.
3) Toute sous famille qui contient $\vec{0}$ est liée.
4) Toute sous famille qui contient 2 vecteurs égaux est liée.
5) Si une famille est libre alors tous ses vecteurs sont non nuls et $\neq$ deux à deux.
6) La famille B est liée ssi l'un de ses vecteurs est C.L. des autres

V) Base d'un espace :

$B=\left(\vec{e_1},\vec{e_2},\cdots,\vec{e_n}\right)$ est une base de E

Si tout vecteur de E s'écrit sous forme unique d'une C.L. des vecteurs $\vec{e_1},\vec{e_2},\cdots,\vec{e_n}$

C-à-d $\forall\vec{x}\in E\ \exists!(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n)\in\mathbb{R}^n$

$$\vec{x}=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\vec{e_i}$$

$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ sont les coordonnées de $\vec{x}$

VI) Propriété caractéristique d'une base :

B est une base de E ssi :

B est génératrice et libre de E

VII) Dimension d'un espace :

Soit B une base de E / $Card\ B=n$

Alors toutes les bases ont le même nombre de vecteurs n.

n s'appelle dimension de E

Et on note $\dim E=n$

X) Déterminant de trois vecteurs :

$$\begin{vmatrix}a & a' & a''\\ b & b' & b''\\ c & c' & c''\end{vmatrix}=a\begin{vmatrix}b' & b''\\ c' & c''\end{vmatrix}-b\begin{vmatrix}a' & a''\\ c' & c''\end{vmatrix}+c\begin{vmatrix}a' & a''\\ b' & b''\end{vmatrix}$$

IX) Déterminant de trois vecteurs :

* Si $\dim E=2$ Alors :

$\left(\vec{u},\vec{v}\right)$ base de E $\Leftrightarrow$ $\left(\vec{u},\vec{v}\right)$ libre

* Si $\dim E=3$ Alors :

$\left(\vec{u},\vec{v},\vec{w}\right)$ base de E $\Leftrightarrow$ $\left(\vec{u},\vec{v},\vec{w}\right)$ libre $\Leftrightarrow$

$\det\left(\vec{u},\vec{v},\vec{w}\right)\neq 0$

XIX - Les structures algébriques

I) **Loi de composition interne :**

Est une application de $E\times E$ vers E et l'image de tout (x,y) est note par : $x*y$, xTy ou $\cdots$

Et on écrit $(E,*)$

C-à-d l'ensemble E est muni de la loi $*$

Exemples : $+,\times,\cap,\cup,\Delta,\circ,\ldots$

II) **Propriétés d'une LCI :**

1) Associativité : $(x*y)*z=x*(y*z)$

2) Commutativité : $x*y=x*y$

3) L'élément neutre : e est un élément neutre de $(E,*)$

Si $\forall x\in E$: $x*e=e*x=x$

4) L'élément symétrique : a' est symétrique de a

Si $a'*a=a*a'=e$

4) L'élément régulier : a est régulier dans $(E,*)$

Si $\forall(x,y)\in E^2$: $\begin{cases} x*a=y*a\Rightarrow x=y \\ a*x=a*y\Rightarrow x=y \end{cases}$

III) **Unicité du symétrique d'un élément :**

Si $*$ est associative et e élément neutre alors le symétrique d'un élément est unique et on a :

$$(a*b)'=b'*a'$$

IV) **Partie stable :**

Soit $(E,*)$ et $F\subset E$

F est stable dans $(E,*)$

Si $\forall x,y\in F \quad x*y\in F$

V) **Homomorphisme :**

φ Homomorphisme de $(E,*)$ vers (F,T)

Si $\forall x,y\in E$: $f(x*y)=f(x)Tf(y)$

VI) **Propriétés d'un homomorphisme :**

Soit $\varphi:(E,*)\to(F,T)$ homomorphisme Alors :

1) $f(E)$ est stable par T.

2) $*$ associative dans $E \Rightarrow T$ Associative dans $f(E)$.

3) $*$ commutative dans $E \Rightarrow T$ Commutative dans $f(E)$.

4) e élément neutre de $(E,*) \Rightarrow f(e)$ élément neutre de $f((E),T)$.

5) x' est le symétrique de x dans $(E,*) \Rightarrow$ $f(x')$ est le symétrique de $f(x)$ dans $(f(E),T)$

VII) **Structure de groupe :**

$(E,*)$ est un groupe si

i) $*$ associative dans E.

ii) $*$ admet un élément neutre.

iii) tout élément est symétrique par $*$

si $*$ est commutative on dit que $(E,*)$ groupe commutatif (ou abélien).

$VIII$) **Solution d'équations dans un groupe :**

Si $(E,*)$ un groupe

Alors tout élément de E est régulier et on a :

$$\begin{cases} a*x=b\Leftrightarrow x=a'*b \\ x*a=b\Leftrightarrow x=b*a' \end{cases}$$

IX) **Groupe et homomorphisme :**

Soit $\varphi:(E,*)\to(F,T)$ homomorphisme.

$(E,*)$ groupe $\Rightarrow (f(E),T)$ groupe.

X) **Distributivité :**

Soit $(E,*,T)$

T est distributive par rapport à $*$

Si $\begin{cases} xT(y*z)=(xTy)*(xTz) \\ (x*y)Tz=(xTz)*(yTz) \end{cases}$

XI) **Structure d'anneau :**

$(A,*,T)$ est un anneau si :

i) $(A,*)$ est un groupe commutatif.

ii) T est associative.

iii) T est distributive par rapport à $*$

Si T est commutative on dit que A commutatif.

Si T admet un élément neutre. A est unitaire.

XII) **Règles de calcul dans un anneau :**

Soit $(A,*,T)$ un anneau d'élément neutre e

Et a' symétrique de a dans $(A,*)$.

i) $aTe=eTa=e$ (élément absorbant).

ii) $aTb'=a'Tb=(aTb)'$

iii) $a'Tb'=aTb$

$XIII$) **Formule de binôme dans un anneau :**

Si $ab=ba$ et $n\in\mathbb{N}$ alors :

$$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k$$

XIV) Ensemble des éléments symétriques dans un anneau unitaire d'unité ε

$$U=\{a\in A/\exists a'\in A : aTa'=a'Ta=\varepsilon\}$$

(U,T) est un groupe.

$VI)$ **Propriétés d'un homomorphisme :**

Soit $\varphi:(E,*)\to(F,T)$ homomorphisme Alors :

1) $f(E)$ est stable par T.

2) $*$ associative dans $E \Rightarrow T$ Associative dans $f(E)$.

3) $*$ commutative dans $E \Rightarrow T$ Commutative dans $f(E)$.

4) e élément neutre de $(E,*) \Rightarrow f(e)$ élément neutre de $f((E),T)$.

5) x' est le symétrique de x dans $(E,*) \Rightarrow$ $f(x')$ est le symétrique de $f(x)$ dans $(f(E),T)$

$XII)$ **Règles de calcul dans un anneau :**

Soit $(A,*,T)$ un anneau d'élément neutre e

Et a' symétrique de a dans $(A,*)$.

$i)$ $aTe=eTa=e$ (élément absorbant).

$ii)$ $aTb'=a'Tb=(aTb)'$

$iii)$ $a'Tb'=aTb$

$XIII)$ **Formule de binôme dans un anneau :**

Si $ab=ba$ et $n\in\mathbb{N}$ alors :

$$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k$$

$XIV)$ Ensemble des éléments symétriques dans un anneau unitaire d'unité ε

$$U=\{a\in A/\exists a'\in A: aTa'=a'Ta=\varepsilon\}$$

(U,T) est un groupe.

$XV)$ **Diviseur de zéro :**

Soit $(A,*,T)$ un anneau d'élément neutre e

$a\neq e$ diviseur de zéro si :

$$\exists b\in A\backslash\{e\}\ :\ aTb=e\ \ ou\ \ bTa=e$$

Si a admet un symétrique dans (A,T)

Alors a n'est pas diviseur de zéro.

$XVI)$ **Anneau intègre :**

Soit $(A,*,T)$ un anneau intègre

Si A ne contient aucun diviseur de zéro.

C-à-d $aTb=e \Rightarrow a=e\ ou\ b=e$

Exemples :

$*$ Si n est un nombre premier alors :

$(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z},+,\times)$ anneau intègre.

$*$ $(\mathrm{M}_2(\mathbb{R}),+,*)$ anneau non intègre.

$XVII)$ **Structure de corps :**

Soit $(K,*,T)$ est un corps si :

$i)$ $(K,*,T)$ anneau unitaire.

$ii)$ tout élément de $K\backslash\{e\}$ admet un symétrique par T

Si T est commutative on dit que K commutatif.

$(K,*,T)$ est un corps si :

$i)$ $(K,*)$ est un groupe commutatif d'élément neutre e.

$ii)$ $(K\backslash\{e\},\times)$ groupe

$iii)$ T distributive sur $*$

Si $(A,*,T)$ anneau non intègre

Alors $(A,*,T)$ n'est pas un corps.

$XVIII$) **Loi de composition externe :**

Soit $E \neq \varnothing$ et $A \neq \varnothing$

Toute application de $A \times E$ vers E s'appelle une

loi de composition externe à coefficients dans A.

XIX) **Espace vectoriel réel :**

$(E,+,\cdot)$ est un espace vectoriel

1) $(E,+)$ est un groupe commutatif.

2) $\forall(\alpha,\beta) \in \mathbb{R}^2$, $\forall(\vec{x},\vec{y}) \in E^2$

i) $(\alpha+\beta)\cdot\vec{x} = \alpha\cdot\vec{x} + \beta\cdot\vec{y}$

ii) $(\alpha\beta)\cdot\vec{x} = \alpha(\beta\cdot\vec{x})$

iii) $\alpha\cdot(\vec{x}+\vec{y}) = \alpha\cdot\vec{x} + \alpha\cdot\vec{y}$

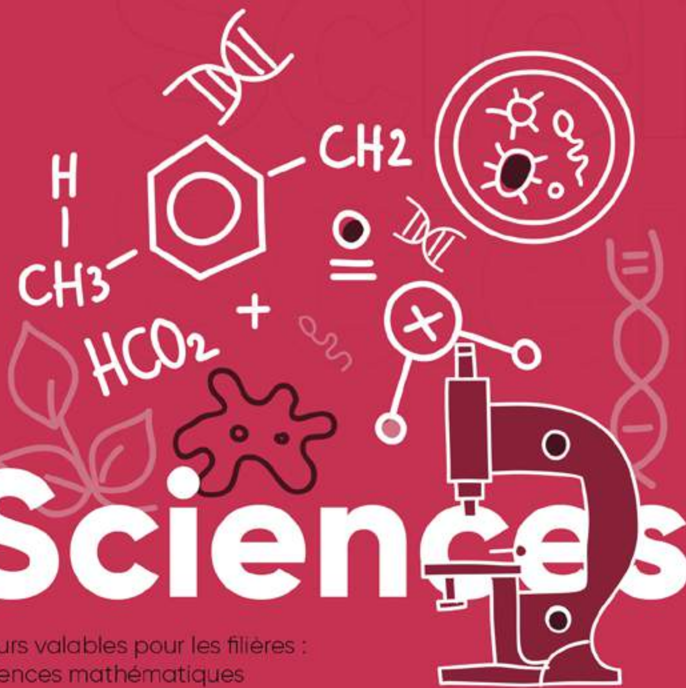
iv) $1\cdot\vec{x} = \vec{x}$

XX) **Sous espace vectoriel :**

F sous espace vectoriel de $(E,+,\cdot)$

Si $F \subset E$ et $F \neq \varnothing$

$\forall(\alpha,\beta) \in \mathbb{R}^2, \forall(\vec{x},\vec{y}) \in F^2 : (\alpha\cdot\vec{x} + \beta\cdot\vec{y}) \in F$



Sciences

Cours valables pour les filières :
Sciences mathématiques
Sciences Expérimentales

I - la consommation de la matière organique et le flux d'energie

Tous les êtres vivants ont besoin d'énergie pour réaliser leurs activités . Cette énergie cellulaire sous forme d'ATP est obtenue à partir de la dégradation de la matière organique apportée par l'alimentation (glucose).

1 - Les voies de dégradations du glucose :

Dans la cellule, le glucose est dégradé selon deux voies :

1-1 La voie anaérobie représente une dégradation incomplète du glucose en l'absence d'O_2. C'est la **fermentation** .elle se déroule dans le hyaloplasme selon la réaction globale suivante :

Fermentation lactique $\underbrace{C_6H_{12}O_6}_{\text{Glucose}} + 2ADP + 2Pi \rightarrow \underbrace{2CH_3\text{-}CHOH\text{-}COOH}_{\text{acide lactique}} + 2ATP + \text{chaleur}$

Fermentation alcoolique $\underbrace{C_6H_{12}O_6}_{\text{Glucose}} + 2ADP + 2Pi \rightarrow \underbrace{2CH_3\text{-}CH_2\text{-}OH}_{\text{acide lactique}} + 2CO_2 + 2ATP + \text{chaleur}$

La fermentation se fait en deux étapes :d'abord par la glycolyse, le glucose est dégradé sous forme de 2 acides pyruviques qui sont ensuite réduits en 2acides lactiques pour la **fermentation lactique** ou en 2ethanols **+2CO2** pour **la fermentation alcoolique)**

La fermentation est caractérisée par un bilan énergétique faible (2ATP produits pour chaque **glucose dégradé**) et un rendement énergétique faible (2% de l'énergie contenue dans le glucose transférée dans la molécule d'ATP).

1-2 la **voie aérobie** représente une **dégradation complète** du **glucose** en **présence d'O2** : c'est **la respiration cellulaire**. La réaction globale de la respiration est la suivante :

LA RESPIRATION CELLULAIRE $C_6H_{12}O_6 + 6O_2 + 38\ ADP + 38\ Pi \rightarrow 6CO_2 + 6H_2O + 38ATP$ + chaleur

Glucose — déchets minéraux

La respiration cellulaire se déroule en **trois étapes :**

A-La glycolyse étape commune avec la fermentation, se déroule au niveau du **hyaloplasme** : Chaque glucose est dégradé en 2acides pyruvique+2NADH, H+ +2ATP

B- les oxydations respiratoires : la transformation des pyruvates en acétyle coenzyme A et Le cycle de Krebs au niveau de la mitochondrie et précisément dans la matrice, les deux acides pyruviques produits par la glycolyse terminent leur dégradation pour donner : 6CO2+8NADH,H+ +2FADH2+2ATP

C- La phosphorylation oxydative
au niveau de la membrane interne de la mitochondrie :
nécessite la présence d'O2 qui permet l'oxydation des transporteurs de protons H+ (10NADH2+2FADH2) :

$NADH,H^+ \rightarrow NAD^+ + 2H^+ + 2e^-$

$FADH_2 \rightarrow FAD^+ + 2H^+ + 2e^-$

$O_2 + 4H^+ + 4e^- \rightarrow 2H_2O$

Les e- produits par l'oxydation de NADH,H+ et FADH2 sont transportés par la chaine respiratoire en libérant de l'énergie utilisée pour accumuler H+ dans l'espace inter membranaire. Il y a création d'un gradient H+ nécessaire pour activer les sphères pédonculées qui phosphorylent l'ADP en ATP. phosphorylation de l'ADP est : ADP+Pi--→ATP.
O2 reçoit H+ et e- pour être réduit en H2O.
La réaction de Chaque NADH, H+ oxydé produit 3ATP, alors que chaque FADH2oxydé produit 2ATP.Le bilan énergétique de la respiration est :
(10x3) + (2x2) +2 + 2=38ATP

2 l'utilisation de l'ATP au niveau des cellules musculaires :

La cellule musculaire est capable de convertir l'énergie chimique apportée par l'ATP en énergie mécanique, sous forme de mouvement de contraction et d'étirement

2-1 les réponses mécaniques du muscle squelettique strié

La secousse musculaire est la réponse mécanique du muscle a une excitation efficace ; elle est composée d'une phase de latence suivie par une phase de contraction et enfin une phase de relâchement.
La réponse mécanique a 2 excitations successives peut donner soit une fusion complète si la deuxième excitation survient pendant la contraction précédente, soit une fusion incomplète si la deuxième excitation survient pendant la phase de relâchement.

Dans le cas d'une série d'excitations espacées on obtient un tétanos imparfait, alors que si les excitations sont très rapprochées on obtient un tétanos parfait.
Si le muscle est fatigué, l'amplitude de la secousse diminue alors que sa durée augmente.

2-2 la structure et l'ultrastructure du muscle squelettique strié

Le muscle strié est constitué de fibres musculaires organisées en faisceaux.

Chaque fibre musculaire constitue une cellule musculaire polynucléaire de grande taille. Elle contient un sarcoplasme riche en myofibrilles entourées par le réticulum sarcoplasmique, riche en $Ca2+$.

La myofibrille est constituée de filaments fins d'actine et de filaments épais de myosine, qui sont organisés sous forme d'une alternance de bandes claires et de bandes sombres.

La bande claire est constituée uniquement de filaments d'actine avec au milieu une strie Z.

La bande sombre est formée de filaments d'actine et de myosine avec au milieu une zone H, constituée uniquement de filaments de myosine.

Le filament fin d'actine est formé de trois molécules : l'actine, la troponine et la tropomyosine.

Le filament épais de myosine est formé de molécules de myosine chacune d'elle est constituée d'une tige et d'une tête bilobée

Le sarcomère est un fragment de la myofibrille, il constitue la zone limitée entre deux stries Z successives. Il est l'unité structurelle, fonctionnelle et contractile du muscle.

2-3 le mécanisme de la contraction musculaire

- Lorsque le sarcomère se contracte, sa taille diminue, la bande claire raccourcit et la zone H disparait. Ceci indique un glissement des filaments d'actine entre les filaments de myosine.

- La contraction au niveau du sarcomère nécessite la présence en même temps de filaments d'actine, de myosine, de l'ATP et du Calcium.

- L'excitation du muscle entraine la libération du $Ca2+$ par le réticulum sarcoplasmique vers le sarcoplasme.

Le Ca^{2+}se fixe sur la troponine pour déplacer la tropomyosine et ainsi libérer les sites de fixation des têtes de myosine portant ADP +Pi sur l'actine. On obtient un complexe actomyosine.
•Libération par la tête de myosine de l'ADP + Pi entrainant le pivotement de la tête de myosine et donc le glissement des filaments d'actine vers le centre du sarcomère : il y a contraction.

•Fixation d'une nouvelle molécule d'ATP sur la tête de myosine qui se sépare de l'actine.

•Hydrolyse de l'ATP en ADP+Pi ce qui permet à la tête de myosine de retrouver sa position normale.

•Si le Ca^{2+} est encore présent dans le sarcoplasme la tête de myosine reforme le complexe actomyosine et la contraction se poursuit.

•Si le Calcium est entièrement récupéré par le réticulum, la tropomyosine bloque les sites de fixation des têtes de myosine sur l'actine. On obtient un relâchement qui permet au sarcomère de retrouver sa taille normale.

2-3 les voies de régénération de l'ATP au cours d'un effort musculaire

Les réserves musculaires en ATP sont limitées, donc elles sont rapidement épuisées et pour continuer l'activité musculaire l'ATP doit être régénéré. Cette régénération se fait selon 3 voies :

A - La voie anaérobie alactique :

Elle est très rapide et utilise les réserves du muscle en phosphocreatine pour reformer l'ATP et s'accompagne par le dégagement de chaleur initiale **C-P + ADP ------------► C + ATP**

B – la voie anaérobie lactique :

Elle utilise la fermentation lactique qui permet de régénérer 2ATP par glucose consommé, avec un dégagement d'acide lactique responsable de la fatigue musculaire.

C6H 12O6 + 2ADP +2Pi → 2CH3-CHOH-COOH + 2ATP + chaleur initiale

Glucose acide lactique

C - la voie aérobie :

Elle utilise la respiration qui permet de régénérer 38ATP par glucose consommé. Cette voie est lente mais fournit beaucoup d'énergie avec un dégagement de chaleur retardée .le glucose utilisé provient de l'hydrolyse des réserves de la cellule musculaire en glycogène.

C6H 12O6 + 6O2 + 38 ADP +38 Pi → 6CO2+6H2O + 38ATP + chaleur retardée

Glucose déchets minéraux

Ces voies de régénération de l'ATP montrent que le muscle est constitué de deux types de fibres
•les fibres anaérobies : utilisées pour les efforts intenses de courte durée (course de vitesse). Elles sont pauvres en mitochondries et fatigables ; elles sont aussi riches en phosphocreatine et une concentration élevée en acide lactique.
•les fibres aérobies : utilisées pour les efforts de moyenne intensité et de longue durée (course de fond). Elles sont riches en mitochondries et moins fatigables, avec une faible concentration en phosphocreatine et en acide lactique.

•Une partie de l'ATP issue de la respiration cellulaire est utilisée dans le renouvellement de la créatine phosphate selon la réaction :

$$ATP + Cr \xrightarrow{\text{Phosphocréatine kinase}} P\,Cr + ADP$$

II - L'information génétique

1 - Définition

L'information génétique est un programme d'instructions qui contrôle l'apparition des caractères héréditaires et qui se transmet d'une génération à l'autre. Il est situé au niveau du noyau de la cellule.

2 - La nature chimique de l'information génétique

L'ADN constitue le support chimique de l'information génétique. L'ADN est une molécule sous forme d'une double hélice, constituée de deux brins de nucléotides .chaque nucléotide est formé de trois molécules différentes :

•L'acide phosphorique.H3PO4

•Le sucre désoxyribose $C_5H_{10}O_4$.

•la base azotée, qui peut prendre 4 formes différentes : Adénine(A) ou thymine(T) ou cytosine(C) ou guanine (G).

Au niveau de la double hélice, les deux brins sont liés au niveau des bases azotées de façon complémentaire :

A du 1^{er} brin avec T du 2eme brin et C du 1^{er} brin avec G du 2eme brin.

L'information génétique est contenue sur chaque brin d'ADN sous forme d'une succession de nucléotides

Les deux brins d'ADN sont anti parallèles avec un brin 3'- → 5' complété par un brin 5' → 3'.

L'ADN est enroulé autour des histones pour former les nucleofilaments, qui peuvent prendre une structure simple sous forme de chromatine (nucléofilament décondensé) pendant l'interphase, ou une structure plus complexe sous forme de chromosomes (nucleofilament condensé) pendant la mitose.

3 - l'expression de l'information génétique sous forme de caractères héréditaire

L'ADN est divisé en fragments appelés gènes. Chaque gène contrôle un caractère héréditaire. La localisation du gène sur le chromosome est nommée locus. Le même gène peut se présenter sous plusieurs formes selon l'ordre des nucléotides qui le constituent. Ces formes différentes du même

gène sont appelées des allèles. Les différents allèles sont apparus à la suite de mutations (changement de l'ordre des bases azotées par substitution ou délétion ou ajout d'un ou plusieurs nucléotides).

Il y a une relation entre le gène qui porte l'information génétique et la protéine qui est responsable de l'apparition du caractère hériditaire.la relation gène-protéine se fait en 2 étapes :

• **La transcription** : se fait au niveau du noyau et nécessite l'ARN polymérase. Le brin d'ADN responsable est appelé brin transcrit (3'->5'), formé par une succession de nucléotides qui sont transcrits en ARNm, en mettant A devant T et U devant A et C devant G et enfin G devant Cette étape nécessite 2 enzymes : l'hélicase et l'ARN polymérase.

• **la traduction** : au niveau du cytoplasme et avec l'aide des ribosomes et de l'ARNt, la succession des triplets de l'ARNm (codons) sont traduits en succession d'acides aminés, grâce au code génétique, pour constituer la protéine nécessaire pour obtenir le caractère héréditaire.la fin du message porté par l'ARNm est symbolisé par un codon stop (UAA ou UAG ou UGA).

4 - la transmission de l'information génétique d'une génération à l'autre par mitose :

La reproduction asexuée permet d'obtenir à partir d'une cellule mère deux cellules filles identiques entre elles et identiques à la cellule mère : c'est une reproduction conforme qui conserve la même information génétique à travers les générations. Elle nécessite deux étapes :

• **l'interphase** : la cellule fille d'une précédente mitose se prépare pour la mitose suivante en se transformant en cellule mère grâce à la croissance du cytoplasme et à la duplication de l'ADN présent dans le nucleofilament qui constitue la chromatine .elle comporte 3 phases qui sont :

+G1 : la quantité d'ADN est normale.

+S : la quantité d'ADN augmente pour arriver au double. La duplication de l'ADN se fait suivant un modèle semi conservatif : la molécule d'ADN s'ouvre en deux brins et chaque brin ancien est complété par un nouveau brin complémentaire, pour obtenir deux molécules identiques d'ADN. L'élongation du nouveau brin 5'->3'de l'ADN se fait d'une façon continue alors que celle du nouveau brin 3'->5'se fait d'une façon discontinue formant les fragments d'Okazaki.

+G2 : la cellule fille devient cellule mère possédant le double de la quantité normale d'ADN avec 2 nucleofilaments identiques reliés par un centromère.

• **la mitose** comporte 4phases :

+la prophase : disparition du noyau et de la chromatine et apparition des chromosomes et du fuseau achromatique.

+la métaphase : les chromosome dédoublés apparaissent clairement et se mettent au milieu de la cellule, l'un à côté de l'autre, sous forme de plaque équatoriale.

+l'anaphase : chaque chromosome dédoublé subit une division du centromère qui donne deux chromosomes fils migrant chacun vers un pôle de la cellule. On obtient 2 lots de chromosomes égaux a chaque pole de la cellule.

+la télophase : les chromosomes disparaissent ainsi que le fuseau, alors que le noyau et la chromatine réapparaissent. Le cytoplasme se divise en deux. On obtient à la fin de la mitose deux cellules filles identiques entre elles et qui ont le même nombre de chromosomes et la même quantité d'ADN.

• Le cycle cellulaire est l'ensemble de l'interphase et de la mitose.

5 – La transmission de l'information génétique par la reproduction sexuée :

Elle nécessite la présence de deux individus de la même espèce mais de sexe opposé : un male et une femelle. Chacun produit un type de cellules sexuelles appelées gamètes grâce au phénomène de **la méiose.**

Les gamètes mâles et femelles se rencontrent et s'unissent au cours de **la fécondation**, pour donner une cellule œuf ou zygote, à l'origine d'un nouvel individu de la même espèce mais qui présente des caractères héréditaires différents : le but de la reproduction sexuée est de diversifier l'information génétique d'une génération à l'autre grâce à la méiose et à la fécondation.

5 -1 La méiose est un phénomène biologique qui permet d'obtenir 4 cellules haploïdes(n) à partir d'une cellule diploïde (2n).elle se compose de 2 mitoses :

• **mitose réductionnelle** : permet de réduire le nombre de chromosomes de 2n à n au cours de la prophase1, metaphase1, anaphase1 et telophase1.

• **mitose équationnelle** : conserve le nombre de chromosomes n mais réduit la quantité d'ADN de moitié au cours de la prophase2, metaphase2, anaphase2 et telophase2.

A la fin de la méiose chaque cellule mère diploïde produit 4 cellules filles haploïdes différentes par l'information génétique qu'elles portent.

Au cours de la mitose réductionnelle (anaphase1) se produit **le brassage inter chromosomique** qui distribue de façon aléatoire les 2 chromosomes de chaque paire aux deux cellules, permettant de mélanger les chromosomes paternels et maternels et obtenir des gamètes différents.

Parfois en plus du brassage inter chromosomique on observe **un brassage intra chromosomique** (en prophase I) caractérisé par le phénomène de crossing over (échange de fragments de chromatides entre deux chromosomes de la même paire). Ce phénomène augmente la diversification de l'information génétique.

5 – 2 La fécondation : elle permet de retrouver une cellule diploïde (cellule œuf) à partir de la rencontre de deux gamètes différents parmi les gamètes possibles chez le male et chez la femelle .on représente les différentes possibilités de fécondation entre les gamètes par un échiquier de croisement.

5 – 3 Les cycles de développement

L'alternance méiose-fécondation introduit un cycle dans le développement d'un organisme caractérisé par une alternance de phases chromosomiques, l'haplophase (forme haploïde n) et la diplophase (forme diploïde 2n).

- **Cycle diplophasique** : Chez les animaux, hormis quelques protozoaires, seuls les gamètes sont haploïdes, toutes les autres cellules : le zygote, l'embryon et l'adulte sont diploïdes. Les animaux ne présentent donc au cours de leur cycle biologique qu'une seule génération diploïde (une seule forme biologique) et la phase chromosomique haploïde est réduite aux gamètes : on parle d'un cycle diplophasique.

- **Cycle haplodiplophasique** : Chez les végétaux, à l'alternance de phases chromosomiques se superpose une alternance de formes biologiques ou de générations. Toute espèce vit typiquement et successivement sous deux formes biologiques distinctes, l'une haploïde correspondant à l'haplophase, l'autre diploïde correspondant à la diplophase

La forme haploïde s'étend entre la spore issue de la méiose, et la fécondation entre les gamètes. Cette forme est appelée gamétophyte (n).
La forme diploïde s'étend entre le zygote issu de la fécondation et la méiose qui produit les spores .cette forme est appelée sporophyte (2n).

- **Cycle haplophasique** : dominance de l'haplophase qui représente la forme de l'être vivant alors que la diplophase est réduite au niveau du zygote qui subit la méiose juste après sa formation.

6 - Etude de la transmission des caractères héréditaires chez les diploïdes

Lois de moendel

Monohybridisme = croisement de deux races pures qui diffèrent par un caractère (un gène ou un couple d'allèles).
Dihybridisme = croisement de deux races pures qui diffèrent par deux caractères (ou deux couples d'allèles).

Monohybridisme

Cas de réalisation de la 1ere loi de mendel avec dominance d'un des deux allèles

F1 est homogène (même phénotype) , qui ressemble à un des parents

=puisque F1 est homogène, il y a réalisation de la 1ere loi de Mendel,donc les deux parents sont de race pure et le gène est porté par un Autosome génotype s'écrit de la même facon pour les mâles et les femelle sans utiliser XX et XY) -puisque F1 ressemble à un des parents donc il y a dominance d'un allèle sur l'autre(celui qui apparait en F1 est dominant et on l'écrit en majuscule, alors que celui qui n'apparait pas en F1 est considéré comme récessif et s'écrit en miniscule)

phénotype :[A] génotypes:A//A ou A//a dominant race pure ou hybride
[A] génotype :a//a récessif sûrement race pure

P1 XP2=F1=100% phéno d'un des parents f1 x F1-F2=75%dominant +25% récessif dans le cas de dominance normale ou 66%dominant +33% récessif dans le cas de dominance avec gène letal (on élimine le dominant de race pure de l'échiquier)

cas de réalisation de la 1ere loi avec codominance

F1 est homogène (même phénotype) qui est différent des yeux parents

=puisque F1 est homogène, il y a réalisation de la 1ere loi de Mendel,donc les deux parents sont de race pure et le gène est porté par un Autosome gènotype s'ecrit de la même façon pour les mâles et les femelles sans utiliser XX et XY) -puisque F1 ressemble à un des parents donc il y a dominance d'un allèle sur l'autre(celui qui apparait en F1 est dominant et on l'écrit en majuscule, alors que celui qui n'apparait pas en F1 est considéré comme récessif et s'ecrit en miniscule)

phénotypes :[A]parent1 et [B]parent2 et [AB]hybride F1 génotypes:A//A parent1 et B//B parent2 alors que l'hybride est A//B ou B//A les parents sont toujours de race pure.

P1 x P2=F1-100% nouveau phénotype
F1 x F1-F2=25%parent1 +25% parent2+50%hybride

cas de non réalisation de la 1ere loi de mendel

F1 non homogène (phénotype des mâles F1 est différent des femelles F1)

-puisque F1 n'est pas homogène donc non réalisation de la 1ere loi de Mendel donc le gène est porté par le chromosome sexuel X et le génotype s'ecrit de façon différente entre les femelles qui ont deux chromosomes sexuels X qui portent deux allèles, alors que le male possède un seul chromosome X qui porte un seul allèle pour la dominance ou la codominance on observe le phénotype des femelles F1:
il ressemble à celui d'un des deux parents donc il y a dominance.
il est différent des phénotypes des deux parents :il y a codominance

phénotypes: femelle[A] GENOTYPE XA//XA OU XA//Xa
femelle [a] GENOTYPE Xa//Xa
MALE [A] GENOTYPE XA//Y
MALE [a] GENOTYPE Xa//Y

test cross =croisement entre dominant inconnu avec récessif de race pure si le resultat est 100% dominant alors le parent dominant est de race pure par contre un résultat de 50% 50% dit que le parent dominant est hybride

Chez les papillons, certains oiseaux, les poissons et les vers à soie, la femelle est hétérogamétique (ZW) et le mâle est homogamétique (ZZ).

Dihybridisme

Cas de 2 gènes indépendants=réalisation de la 3eme loi de Mendel= chaque gène est porté par un chromosome différent.

l'écriture des phénotypes et génotypes dans ce cas se fait comme suit: + Le phénotype [AB] double dominant correspond aux génotypes suivants : A//A B//B ou A//A B//b ou A//a B//B ou A//a B//b
+le phénotype [ab] double récessif est de race pure donc son génotype est a//a b//b

pour déterminer si les deux gènes sont indépendants c'est à dire la réalisation de la 3eme loi de Mendel, on a besoin d'un croisement entre deux hybrides F1 ou bien un back cross entre un hybride F1 et un double récessif de race pure

les résultats attendus sont:

+dans le cas du croisement f1 xf1 on obtient une génération f2 constituée de 4 phénotypes avec les proportions de 9/16+3/16+3/16+1/16 dans le cas de dominance pour les deux gènes ou 6 phénotypes avec les proportions de 6/16+3/16+3/16+2/16+1/16+1/16 dans le cas de dominance pour un caractère et codominance pour l'autre

+dans le cas du croisement de f1 x double récessif (back cross)on obtient 4 phénotypes à proportion égale (25% pour chaque phénotype)avec 2types parentaux à 50% et 2types recombinés à 50% .on explique l'apparition des types recombinés (nouveaux) par le brassage inter chromosomique qui a eu lieu a l'anaphase 1 lors de la mitose réductionnelle de la méiose.

cas de 2 gènes liés = non réalisation de la 3eme loi de Mendel-les deux gènes sont portés par le même chromosome.

l'écriture des génotypes sera différente du cas de 2 gènes indépendants: + Le phénotype [AB] double dominant aura pour genotypes possibles : AB//AB ou AB//Ab ou AB//ab ou AB//aB
+le phénotype [ab] est double récessif donc il a un seul genotype possible :ab//ab

les résultats attendus dans le cas de 2 gènes liés sont:

+ dans le cas de 2 gènes liés sans crossing over; le croisement fixf1 donnera 2phénotypes parentaux avec un pourcentage de 75% double dominant et 25% double récessif. dans le cas du back cross on obtient 2 phénotypes parentaux avec un pourcentage de 50% chacun. L'hybride dans les deux croisements AB//ab ne produit que deux gamètes parentaux AB/ et ab/par brassage interchromosomique

+ dans le cas de 2 gènes liés avec crossing over; le croisement fixf1 ou le back cross; donnera 4 phénotypes avec des proportions différentes: on a 2 types parentaux avec un pourcentage élevé (dépasse 50%) et deux types nouveaux ou recombinés avec un pourcentage faible (inferieur à 50%) l'hybride produit 4 gamètes différents grâce au brassage intra chromosomique qui a lieu lors de la prophase1 de la mitose réductionnelle au cours du phénomène de méiose . L'hybride AB//ab produit deux gamètes de type parental AB/ et ab/ avec un pourcentage elevé et deux gamètes recombinés Ab/ et aB/ avec un pourcentage faible.

dans le cas de 2 gènes liés avec crossing over on peut calculer la distance entre les deux gènes portés par le même chromosome: la distance =%des phénotypes recombinés avec l'unité cmg.

7 - L'hérédité humaine

L'hérédité humaine étudie la transmission des caractères héréditaires d'une génération à l'autre.

On utilise dans cette étude l'arbre généalogique pour les maladies héréditaires, ou les caryotypes pour les anomalies chromosomiques.

7-1 - les maladies héréditaires

7-1-1 Les maladies héréditaires liées au sexe :

C'est-à-dire que le gène responsable de la maladie est porté par un chromosome sexuel X ou Y.

•la maladie n'affecte que les hommes ou les hommes plus que les femmes.

•la fréquence de la maladie diffère entre les hommes et les femmes.

•le nombre d'allèles chez l'homme (1allele) est diffèrent du nombre d'allèles chez la femme (2alleles).
•le nombre de génotype de l'homme(2) diffère de celui des femmes (3).

+++si le gène est porté par le chromosome sexuel X : la maladie affecte les hommes et les femmes, elle se transmet de la mère aux fils et elle se transmet du père aux filles.

+++si le gène est porté par le chromosome sexuel Y : la maladie touche seulement les hommes et se transmet du père a tous ses fils.

+++si la maladie liée à X est récessive, alors les parents sains peuvent donner un fils malade, la mère saine donne un fils malade et le père malade donne des filles saines.

+++si la maladie liée à X est dominante alors les parents malades donnent un fils sain, la mère malade donne un fils sain et le père malade transmet la maladie à toutes ses filles.

7-1-2 Les maladies héréditaires non liées au sexe :

C'est-à-dire que le gène responsable de la maladie est porté par un autosome.

•la maladie affecte les hommes et les femmes indifféremment.

•la fréquence de la maladie est la même chez les hommes et les femmes.

•le nombre d'allèles est le même chez l'homme et la femme (2alleles).

•le nombre de génotypes est le même chez l'homme et la femme (3génotypes).

+++si la maladie non liée au sexe est récessive, alors le père sain peut donner une fille malade et la mère homozygote à un de ses fils sain.

+++si la maladie non liée au sexe est dominante, alors les parents malades donnent une des filles qui est saine, la mère saine homozygote à un de ses fils malade. Le père malade a une de ses filles saines.

7-2 – les anomalies chromosomiques :

Représentent un problème dans le caryotype. Ces anomalies peuvent être numériques ou structurales.

7-2-1 Anomalies numériques : elles sont dues soit à la présence d'un chromosome supplémentaire, soit à la perte d'un chromosome. La cause de ces anomalies est une erreur au cours de la méiose qui produit les gamètes.

•Anomalie chromosomique autosomique : c'est le cas de la trisomie 21(mongolisme).
La formule chromosomique est 2n+1=45A+XX=47 ou 2n+1=45A+XY=47

•Anomalie gonosomique : ajout ou perte d'un chromosome sexuel au caryotype. Exemple :
Le syndrome de Turner : touche les filles et la formule chromosomique est 2n-1=44A+X=45.
Le syndrome de Klinefelter : touche les garçons et la formule chromosomiques est 2n+1=44A+XXY.

7-2-2 Anomalie chromosomique structurale : perte ou répétition d'un fragment ou d'un chromosome entier.

- On a les anomalies chromosomiques équilibrées : la modification de la structure du chromosome n'entraine ni perte ni ajout d'infor mation génétique, donc pas de symptômes de maladie.
- On a aussi les anomalies chromosomiques non équilibrées : la modification chromosomique entrain une perte ou une répétition de l'information génétique, entrainant les symptômes de la maladie.

8 - L'étude de la variation des caractères héréditaires

Les caractères héréditaires varient entre les individus de la même espèce .la biométrie étudie la distribution de ces caractères à l'intérieur d'une population.

Parmi ces caractères, il y a des caractères quantitatifs mesurables comme le nombre de graines par épi de mais. (Variable discontinue car le nombre est toujours entier), ou le poids des individus (variable continue car elle peut prendre des valeurs décimales) .pour interpréter les résultats de l'étude statistique de la variable, on utilise des paramètres de position et des paramètres de dispersion.

8-1 -Les paramètres de position

Ces paramètres permettent de rendre de compte du point d'équilibre du jeu de donnée.

- **La moyenne arithmétique $\bar{X}$**

$$\bar{X} = \frac{\sum_1^i (f_i x_i)}{n}$$

$\bar{X}$: moyenne arithmétique $\sum_1^i$: somme f_i : fréquence n : effectif total

x_i : valeur des variables dans le cas de la variation discontinue ou des milieux des classes dans le cas de la variation continue

La moyenne se calcule en divisant la somme des valeurs par le nombre d'observations.

• **Le Mode**

Il s'agit de la valeur la plus fréquemment retrouvée. Il s'agit de la valeur associée à la plus grande fréquence (absolue ou relative) .Le mode permet de déterminer l'homogénéité de la distribution d'une variable :

•Si le polygone de fréquence est unimodal, l'échantillon étudié est homogène.

•Si le polygone de fréquence est bimodal, ou plurimodal, l'échantillon étudié est hétérogène.
La variable peut prendre la même moyenne dans deux distributions, mais avec des étendues différentes.

Pour mesurer l'écart de la variable par rapport à la moyenne, on utilise les paramètres de dispersion.

8-2 -Les paramètres de dispersion

Ces paramètres rendent compte de l'étalement des données. Cela permet de montrer si les données sont
éloignées ou proches de la moyenne.

• **L'écart moyen arithmétique E**

Il s'agit de la moyenne des écarts entre la valeur de chaque variable et la moyenne arithmétique

$$E = \frac{\sum_1^i f_i \left| x_i - \bar{X} \right|}{n}$$

E : écart moyen arithmétique $\sum_1^i$: somme f_i : fréquence

x_i : valeur des variables $\bar{X}$: moyenne arithmétique n : effectif total

• **La Variance**

Il s'agit de la moyenne des carrés des écarts.

$$V = \frac{\sum_1^i f_i (x_i - \bar{X})^2}{n}$$

V : variance $\sum_1^i$: somme f_i : fréquence

x_i : valeur des variables $\bar{X}$: moyenne arithmétique n : effectif total

• **L'ecart type**

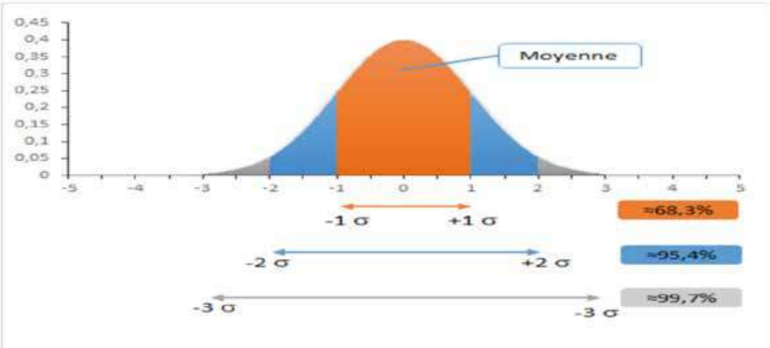
il s'agit de la racine carrée de la variance

$$\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{\frac{\sum_1^i fi(xi - \overline{X})^2}{n}}$$

σ : écart-type V : variance $\sum_1^i$: somme fi : fréquence

xi : valeur des variables $\overline{X}$: moyenne arithmétique n : effectif total

Mesure la dispersion autour de la moyenne
Toujours positif
De même unité que la moyenne
Il donne une idée de la distribution
Si la distribution suit une loi normale, il est possible de dire que :
Entre le 0 et $\pm 1\sigma$ vous aurez 68.3% de vos observations.
Entre le 0 et $\pm 2\sigma$ vous aurez 95.4% de vos observations.
Entre le 0 et $\pm 3\sigma$ vous aurez 99.7.% de vos observations.



• **Combinaison position/dispersion : Le coefficient de variation**

$$CV = \frac{\text{écart type}}{\text{moyenne}} \times 100$$

Il combine les paramètres de moyenne et d'écart-type.
Il permet de comparer 2 variables de nature différente.

8-3 La sélection artificielle

La sélection artificielle est un procédé qui consiste à croiser volontairement les organismes qui disposent de caractères (couleur, goût, productivité…) que l'on désire perpétuer.
C'est un processus dont le but est d'isoler les individus possédant un génotype particulier .elle permet l'amélioration de la production animale et végétale.
On utilise le croisement entre des individus qui sont situés aux extrémités de la distribution de la population pour obtenir une race hybride.
A l'intérieur de la race pure on ne peut pas réaliser une sélection, car on obtient après chaque croisement une descendance homogène, avec la même distribution des fréquences.

9- La génétique des populations

La génétique des populations étudie la transmission et la variation de la fréquence des gènes contrôlant les caractères héréditaires à l'intérieur d'une population.

1-Definition de la population : Une population est un ensemble d'individus de la même espèce vivant dans une
zone géographique limitée. Chaque individu est capable de s'accoupler et de se reproduire avec les autres membres du sexe opposé de la même population. Cette population possède un ensemble d'allèles différents qui constituent le pool génique. À chaque allèle correspond une fréquence qui peut rester stable ou varier en fonction du temps et des générations.

Dans les populations naturelles la transmission des allèles à travers les générations peut entrainer à cause de certains facteurs une variation de la structure génétique de ces populations, affectant la fréquence des génotypes et des phénotypes.

9-2- La loi de Hardy-Weinberg

Hardy-Weinberg ont proposé un modèle qui suit l'évolution des caractéristiques héréditaires dans une population théorique idéale.

Loi de Hardy-Weinberg : Dans une population isolée, d'effectif illimité, non soumise à la sélection naturelle, et dans laquelle il n'y a pas de mutations, les fréquences alléliques et génotypiques restent constantes au fil des générations. Les fréquences génotypiques se déduisent directement des fréquences alléliques selon la relationsuivante, **p et q étant les fréquences des allèles A et a :**

Au niveau des génotypes : $f(AA) = p^2$, $f(Aa) = 2pq$, $f(aa) = q^2$ avec $p^2+2pq+q^2=1$
Au niveau des allèles on a $p+q=1$

9-3- Application de la loi de Hardy-Weinberg

+ Un gène Autosomal avec codominance : on a 3 génotypes et trois phénotypes pour passer de lafréquence génotypique ou phénotypique à la fréquence allélique

+ Un gène Autosomal avec dominance on commence par trouver la fréquence de l'allèle récessif (q) qui est surement de race pure à partir de sa fréquence phénotypique (q2), et ensuite on a la fréquence de l'allèle dominant(p) =1-q

+ Un gène lié au sexe, porté par le chromosome X : chez le male qui possède un seul X, la fréquence phénotypique=la fréquence allélique.
Chez la femelle on applique le raisonnement d'un gène autosomal.

9-4- Réalisation de la loi H-W : **Test d'équilibre (test de Khi ²)**

Le Test de Khi ² détermine si une population naturelle étudiée est en équilibre d'H-W ou non.

Pour cela on doit comparer les résultats théoriques selon la loi de Hardy-Weinberg, et les résultats expérimentaux de cette population.

Si ces résultats sont différents, la loi ne se réalise pas, alors la population n'est pas stable.

Si **$X2$ calculé** est inférieur à **$X2$ théorique**, la population naturelle étudiée est équilibrée (suit la loi de Hardy-Weinberg).

Si **$X2$ calculé** est supérieur à **$X2$ théorique**, la population étudiée ne suit pas la loi de Hardy-Weinberg avec un risque **α =5** % de se tromper.

On explique cette instabilité par certains facteurs comme :

Les mutations, la sélection naturelle, la dérive génétique et les migrations.

a- Les mutations sont des modifications qui touchent l'information génétique portée par le Gene, ce qui entraine le changement des fréquences alléliques par l'apparition de nouveaux allèles. On distingue :

•les mutations ponctuelles ou géniques qui touchent l'ordre des nucléotides dans l'ADN

•les mutations chromosomiques qui touchent la structure des chromosomes qui portent l'ADN (perte ou transfert ou répétition de fragment de chromosome).

b-La sélection naturelle : l'environnement montre une préférence pour un phénotype qui est plus adapté aux conditions du milieu à un moment donné, ce qui entraine une augmentation de la fréquence de l'allèle responsable de ce phénotype aux dépens d'autres allèles (absence de panmixie).

c-La dérive génétique : c'est une modification aléatoire des fréquences alléliques au cours des générations .cette variation est due à l'échantillonnage aléatoire d'un petit groupe non représentatif du pool génétique de la population.
Elle conduit, avec le temps, à la disparition ou à la fixation de certains allèles

d- La migration : échange génétique entre deux populations de la même espèce avec l'arrivée ou le départ d'individus ou de groupe d'individus d'une population.la migration apporte au pool génétique de nouveaux allèles, ce qui modifie leur frequence.la migration agit sur la population selon deux modelés :

++ Le modèle insulaire (continent-île) la migration se fait du continent (grand réservoir allélique) vers l'ile (réservoir plus petit).l'effet sera visible sur la population de l'ile qui commencera à ressembler à celle du continent.

++Le modèle d'archipel, c'est une migration multidirectionnelle, entre des populations habitant des iles très proches .les échanges de migrants entrainent une tendance vers un même pool génétique.

9-4-La notion de l'espèce : c'est l'ensemble d'individus qui présentent des caractères en commun du point de vue morphologique, physiologique et moléculaire .ces individus doivent être interféconds et donner une descendance fertile

III - L'utilisation des matières organiques et inorganiques

1 Gestion des déchets ménagers

Le mode de vie actuel avec la société de consommation produit une grande quantité de déchets solides et liquides et gazeux. Le problème qui se pose actuellement est la gestion des déchets solides qui représentent les ordures ménagères.

Les ordures ménagères sont l'ensemble des déchets et résidu issus de l'activité quotidienne des ménages, destinés à l'abandon.

Actuellement la méthode utilisée est l'enfouissement dans des décharges, ce qui ne valorise pas les déchets solides avec des problèmes de pollution de l'air, pollution de l'eau des nappes souterraines et du sol. La mauvaise gestion des déchets peut provoquer des problèmes de santé et d'environnement et enfin économiques. Parmi les méthodes qui valorisent les déchets on a :

•le tri des déchets, qui sont ensuite recyclés.

•l'incinération des déchets pour produire de l'énergie et se débarrasser d'une grande quantité de déchets avec la formation des résidus utilisés dans les travaux publics.

•la production de biogaz à partir des déchets organiques grâce à la méthanisation.

•le compostage la production du compost (engrais) à partir de la transformation aérobie des déchets organiques.

2 Les pollutions issues de la consommation des produits énergétiques, organiques et inorganiques dans l'industrie

La pollution représente la contamination d'un milieu naturel par un agent chimique, physique ou biologique, entrainant une modification de ses caractéristiques. Parmi ces pollutions on a :

2 – 1 La pollution de l'air :

La pollution gazeuse provoque aussi des perturbations globales de l'atmosphère, dont les principales sont :

L'effet de serre : C'est un phénomène naturel qui permet à la Terre de retenir le rayonnement infra-rouge solaire dans l'atmosphère et de maintenir une température favorable à la vie sur terre.

La pollution de l'atmosphère par les gaz à effet de serre provoque le réchauffement climatique, donc plus la concentration de ces gaz comme le CO2 ou le méthane CH4 augmente, plus la température à la surface de la terre augmente, entrainant l'élévation de la surface des mers après la fonte des glaciers.

- **le trou de la couche d'ozone** : La couche d'ozone stratosphérique agit comme filtre qui empêche la pénétration d'une grande quantité de rayons ultra-violet (UV) solaires vers la Terre. Ces rayons sont très dangereux pour la santé car ils risquent de modifier l'ADN et provoquer des mutations.

La pollution par les gaz CFC provoque une diminution de l'épaisseur de la couche d'ozone. Le chlore contenu dans le CFC réagit avec O3 et le transforme en O2.

- **Les pluies acides** : les polluants de l'air (gaz) sont dissous dans l'eau de l'atmosphère pour descendre à la surface de la terre sous forme de pluies acides. Ces pluies ont un effet négatif sur la qualité de l'eau superficielle et sur les forets ainsi que sur la flore et la faune du sol.

2 – 2 La pollution de l'eau : Elle concerne les eaux douces et les eaux marines .la pollution des eaux douces est due aux eaux des égouts urbains, les rejets industriels (riches en métaux lourds) et agricoles (engrais et pesticides).

Provoquant un changement de la qualité de l'eau avec un effet négatif sur l'environnement et sur la santé. Il y a aussi la pollution de l'eau de mer, surtout par les rejets des égouts. Les rejets industriels et les hydrocarbures : ceci entraine une détérioration de l'environnement.la pollution de l'eau douce peut provoquer le phénomène de l'Eutrophisation : la pollution de l'eau par les phosphates (provient des engrais et l'utilisation des lessives) entraine une prolifération des algues à la surface de l'eau. Les rayons solaires ne pénètrent plus dans l'eau, empêchant la photosynthèse et donc une diminution de la concentration en O2. Ceci provoque la mort des êtres vivant du milieu.

Certains polluants comme les métaux lourds et le DDT s'accumulent d'une façon très importante au point que les concentrations dans l'organisme sont très supérieures à celle que l'on trouve dans le milieu c'est la bioaccumulation.

2 – 3 La pollution du sol :

Les sols représentent la couche supérieure de la croûte terrestre .ils assurent l'équilibre des écosystèmes. Les sols sont pollués par les eaux usées, les rejets industriels et les engrais ainsi que les pesticides utilisés dans l'agriculture. Ceci rend le sol stérile et diminue le rendement des cultures et la production de biomasse.

3 Les énergies renouvelables:

Les sources de pollution de l'atmosphère sont les énergies fossiles (charbon et pétrole) utilisées dans l'industrie, ce qui a des conséquences néfastes sur la santé et l'environnement et enfin sur l'économie. Cette pollution a poussé à utiliser les sources d'énergie naturelles renouvelables et propres comme : l'énergie éolienne, l'énergie solaire, l'énergie hydraulique, **l'énergie géothermique et l'énergie de biomasse.**

4 L'utilisation des matières radioactives

Ce sont des matières naturelles instables qui peuvent libérer de grandes quantités d'énergie. L'utilisation des matières radioactives touche plusieurs domaines :

- **La production d'énergie électrique dans les centrales nucléaires** : la chaleur dégagée par la réaction de désintégration des matières radioactives est utilisée pour produire la vapeur d'eau qui fait tourner une turbine génératrice d'électricité.

- **Le diagnostic et le traitement de maladie des maladies.**

- **La stérilisation des aliments.**

Le problème avec cette source d'énergie est la gestion des déchets très dangereux et le risque d'accidents nucléaires.

5 Le contrôle de la qualité des milieux naturels

5 – 1 Contrôle de la qualité de l'eau :

- soit par des critères physico chimiques comme le PH, la transparence, la concentration en O2 la teneur en métaux lourds et sels mineraux.il y a aussi la DBO5(demande biochimique en O2 pendant 5jours qui donne la richesse de l'eau en microbes consommant les matières organiques présentes dans l'eau) et la DCO (demande chimique en O2 qui donne la teneur de l'eau en matières oxydables). Plus DBO5 et DCO augmente plus l'eau est polluée.

- soit par des critères biologiques : on étudie la faune (insectes) présents dans l'eau à la recherche d'espèces indicatrices de la pollution (absence de certaines espèces contre l'apparition d'autres espèces plus résistantes à la pollution).

5 – 2 Contrôle de la qualité de l'air : on mesure la teneur en différents gaz comme les oxydes de soufre et d'azotes ainsi que la teneur de l'air en O3.quand ces teneurs augmente la qualité de l'air diminue et provoque des maladies respiratoires surtout.

5 – 3 Contrôle de la qualité du sol : on utilise l'indice IBQS qui nous renseigne sur la richesse du sol en êtres vivants. IBQS élevé signifie une bonne qualité du sol.

IV - L'immunité chez l'Homme

Pour assurer sa protection, le corps humain possède 2 types de mécanismes de défense : l'immunité innée (naturelle) et l'immunité adaptative (acquise).

1 - Reconnaissance du soi et du non soi :

Chaque organisme reconnait ses cellules comme étant les siennes c'est le soi alors que tout ce qui est étranger à ses propres cellules est considéré comme étant le non soi. Dans le cas d'une cellule du soi infecté par un antigène, elle est considérée comme un soi modifié. La réponse immunitaire est dirigée contre tout élément du soi modifié ou du non soi.

Pour reconnaitre le soi les cellules immunitaires contrôlent des protéines membranaires présentes sur toutes les cellules de l'organisme, ces protéines constituent le complexe CMH.

Les cellules de même organisme produisent le même complexe protéique donc ont le même CMH. Tout CMH diffère partiellement ou totalement est considéré comme non soi

2 - L'immunité innée permet la défense de l'organisme contre les agents infectieux de façon immédiate. À l'inverse, l'immunité adaptative confère une protection plus tardive, mais plus durable
Elle comprend 2 lignes de défense :

Une ligne de défense externe : Empêche la pénétration des agents infectieux dans l'organisme. Elle est constituée de la peau et des muqueuses (**barrière physique**) ainsi que des sécrétions telles que le mucus, la salive, les larmes et le suc gastrique (**barrière chimique**).

Une ligne de défense interne :

Empêche la prolifération des agents infectieux qui ont réussi à pénétrer dans l'organisme. Elle est constituée de plusieurs types de cellules (ex. : macrophages, mastocytes, monocytes, cellules dendritiques) et de plusieurs types de protéines (ex. : cytokines, interférons, complément).

L'antigène passe les barrières naturelles .le lieu de l'infection donne une réponse inflammatoire locale (douleur, rougeur, gonflement et augmentation de la température) grâce aux mastocytes qui attirent les polynucléaires et les macrophages par la libération de l'histamine .les phagocytes détruisent alors l'antigène en l'ingérant avant de l'attaquer par les lysosomes qui contiennent des enzymes et détruire l'antigène. Les restes sont expulsés du phagocytes, sauf chez les macrophages qui gardent quelques déterminants antigénique qu'il va présenter aux lymphocytes pour acquérir une mémoire immunitaire .le macrophage joue donc le rôle de cellule présentatrice de l'antigène

Caractéristiques de l'immunité innée : Défense rapide. Elle est active immédiatement en cas d'agression par un agent infectieux. Elle est non-spécifique (réagit de la même façon quel que soit l'antigène). Il y a absence de mémoire immunitaire.

3 - Immunité adaptative (acquise) : à la suite de l'interaction entre un agent infectieux et l'immunité innée, l'immunité adaptative entre en action dans les tissus lymphoïdes, surtout dans les ganglions et la rate. L'immunité adaptative entraîne 2 types de réponse immunitaire : l'immunité humorale et l'immunité cellulaire . Il est clairement prouvé que la plupart des antigènes et des vaccins stimulent à la fois les lymphocytes B et les lymphocytes T, et que ces 2 réponses sont intimement liées.

3 -1 Réponse immunitaire humorale : L'antigène (agent infectieux) est présenté à des lymphocytes T4 par des cellules présentatrices d'antigènes (ex. : cellules dendritiques).les T4 sélectionnés sont différenciés sous forme de Th capables de produire les interleukines

L'antigène (agent infectieux) va aussi activer directement les lymphocytes B, qui possèdent des récepteurs spécifiques. Les lymphocytes B activés deviennent alors des plasmocytes avec l'aide des lymphocytes Th qui libèrent les interleukines, vont sécréter des anticorps spécifiques pour la destruction de l'antigène (immunité humorale).

Les cellules mémoire prolifèrent très rapidement et se différencient, en l'espace de 3 à 5 jours, en plasmocytes producteurs de taux élevés d'anticorps ou en lymphocytes T cytotoxiques capables d'éliminer les antigènes ou les cellules infectées

Les lymphocytes mémoire vont se loger dans la moelle osseuse pour poursuivre leur maturation pendant une période de 4 à 6 mois

L'immunité humorale est assurée par la production d'anticorps par les lymphocytes B. Elle est principalement dirigée contre les agents infectieux extracellulaires tels que les bactéries.

Les lymphocytes B se différencient en plasmocytes producteurs d'anticorps et en lymphocytes B mémoire. Les principaux anticorps sont :

Les IgG : elles se trouvent dans le sang et les tissus ;

Les IgM : elles sont les premières à être fabriquées ;

Les IgA : elles sont dominantes dans les sécrétions extracellulaires ;

Les IgE : elles sont jouent un rôle dans les réactions allergiques ;

Les IgD : elles sont en faible quantité dans le sérum

La durée de vie des plasmocytes est limitée, car ils ne se divisent plus après leur différenciation. Ils disparaissent progressivement. La disparition des anticorps reflète la disparition des plasmocytes. La durée de la persistance des anticorps est limitée

3 -2 Réponse immunitaire cellulaire : Les cellules présentatrices d'antigènes activent les lymphocytes T, qui se différencient en : Lymphocytes T auxiliaires (CD4+), ou T. helper cells (Th), qui stimulent grâce aux interleukines, les lymphocytes T8 en Lymphocytes T cytotoxiques (CD8+), qui détruisent les cellules infectées en formant des canaux dans leurs membranes grâce à la perforine

+ Caractéristiques de l'immunité adaptative : Défense moins rapide. Lors du 1er contact avec un antigène, le temps nécessaire à la production d'anticorps est de 2 à 3 semaines, ce délai reflète la durée de différenciation des lymphocytes B dans la rate et les ganglions. Elle est spécifique à chaque antigène. Elle est spécifique aux antigènes d'un agent infectieux. La réponse immunitaire est plus rapide et plus forte lors de contacts suivants avec un même agent infectieux grâce à la mémoire immunitaire spécifique acquise.

4 - Immunité active et passive

Dans l'immunisation active, il s'agit de stimuler le système immunitaire par un vaccin connu et contrôlé en évitant les conséquences liées à l'infection naturelle. Immunité active Production d'un état de résistance à un antigène par l'action d'anticorps et de cellules spécifiques à cet antigène. Amélioration de l'immunité au fil des expositions à un même antigène. Immunité naturelle lorsqu'elle résulte d'une infection. Immunité artificielle lorsqu'elle résulte de la vaccination .Dans l'immunisation passive, il s'agit d'un transfert d'anticorps (immunoglobulines) provenant d'un sujet immunisé à un autre qui ne l'est pas.

C'est une Immunité artificielle à la suite de l'administration d'anticorps (immunoglobulines) produits par d'autres personnes. Elle assure une protection de durée limitée (quelques mois)

5-Dérèglement du système immunitaire :

5 – 1 Allergie : c'est une réponse exagérée à un antigène normalement inoffensif :

Lors de la première rencontre avec l'antigène, le système immunitaire constitue une mémoire basée sur l'utilisation des anticorps de type IgE au lieu de IgG, or les IgE sont capables de se fixer sur les mastocytes qui libèrent l'histamine : on obtient une réaction inflammatoire.

Si l'organisme rencontre une nouvelle fois l'allergène la réponse immunitaire est plus forte, entrainant une production importante des IgE responsables d'une réaction inflammatoire généralisée a tout le corps : c'est la crise d'allergie qui peut entrainer la mort.

La réaction allergique se déroule en deux phases :

Phase 1 : phase de sensibilisation : Lors du 1er contact avec l'allergène

Phase 2 : phase de la réaction allergique immédiate : Lors d'un nouveau contact avec le même allergène : les IgE fixés sur les mastocytes de tout le corps reconnaissent l'allergène et libèrent massivement les histamines=réaction inflammatoire générale.

5 – 2 Déficit immunitaire : Incapacité du système immunitaire à protéger l'organisme contre les antigènes : Dans le cas de la maladie du sida, le virus VIH attaque surtout les lymphocytes T4 et les détruit, ce qui fait perdre à l'organisme la mémoire immunitaire provoquant le ralentissement et l'affaiblissement de la réponse immunitaire.

On détecte la présence des antigènes viraux du VIH grâce au test Elisa et le test Western blot (séropositif ou séronégatif).

V - Les chaines montagneuses récentes et leurs relations avec la tectonique des plaques

Une chaîne de montagne naît dans une zone du globe où deux plaques tectoniques convergent. Il existe trois types de chaines montagneuses :

1 **La chaîne de subduction** : ou cordillère, type Andes : lorsqu'une lithosphère océanique est en subduction (s'enfonce) sous le bord d'un continent. La zone de subduction est caractérisée par :

++les séismes sont de profondeur différente et ils sont disposés selon un plan incliné appelé plan de Bénioff.

++ Les volcans actifs de type andésitiques dans les zones côtières.

++ Présence d'une fosse océanique profonde sur la zone côtière.

++ Présence de prisme d'accrétion formé par l'accumulation des sédiments marins sous forme de feuillets plissés et empilés

++ Présence de plutons de granodiorites (roche magmatique plutonique qui refroidit en profondeur pour donner une structure grenue) en même temps que des filons d'andésite (roche magmatique volcanique caractérisée par un refroidissement variable qui se termine en surface avec une structure microlitique)

++déformation sous forme de plis (déformation souple sous forme d'anticlinal ou synclinal) +failles (déformation cassante sous forme de faille normale ou faille inverse) +déformation intermédiaire (pli-faille, chevauchement et nappes de charriage)

++ Présence de roches métamorphiques (roche préexistantes transformées à l'état solide sous l'effet des facteurs de température et ou de pression, ce qui change la structure de la roche et sa composition minéralogique) :

Dans le cas de **la zone de subduction** on observe un **métamorphisme dynamique** du à **l'augmentation de la pression (facies haute pression basse température)** ce facies est représenté par :

Le schiste vert---->schiste bleu------->éclogite pour les roches. Pour **les minéraux indicateurs** on a :

glaucophane-épidote – grenat et jadéite.

On observe un autre type de subduction entre deux plaques océaniques pour former un arc insulaire exemple les iles du japon.

2 La chaîne d'obduction : lorsqu'une partie de croûte océanique, au lieu de s'enfoncer dans l'asthénosphère par subduction, chevauche une autre croûte océanique ou le bord d'un continent (type Oman).
La zone d'obduction est caractérisée par :

++ Présence de morceaux de la lithosphère océanique appelée ophiolites (succession de péridotites du manteau –>gabbro-> filon de dolerite->basalte en coussins)

++ Présence des sédiments marins qui n'ont pas pu se subducter et qui sont charriés pour former le prisme d'accrétion.

++ Présence de plis, failles inverses et nappes de charriages.

3 La chaîne de collision : lorsque la fermeture d'un océan (subduction ou obduction) se termine par l'affrontement de deux plaques continentales accompagnées par des déformations tectoniques de type plis et failles. Exemple la chaine de l'Himalaya ou la chaine des Alpes.

La zone de collision est caractérisée par :

+Un plissement important accompagné par un système de failles qui constituent des chevauchements.

+Des reliefs très élevés et racine crustale profonde (discontinuité de Moho dépasse 60Km).

+Un métamorphisme thermodynamique (haute température – haute pression) présenté par la série Argile (roche sédimentaire) ------ > schiste vert------ >micaschiste------>gneiss.

Au niveau des **minéraux indicateurs** de ce type de métamorphisme on a :

L'andalousite, la sillimanite et le disthène.

Le métamorphisme se termine par l**a fusion partielle des roches** pour former un magma qui peut refroidir sur place pour constituer une roche plutonique appelée **granite d'anatexie**, qui est séparée du gneiss par une roche appelée **migmatite** et qui présente à la fois la structure foliée du gneiss et la structure grenue du granite.

Le magma peut aussi monter à travers les failles et fissures pour se solidifier à faible profondeur pour former un **granite intrusif** plus petit que le granite d'anatexie, mais qui est entouré par une **auréole de contact** de roches métamorphiques apparue sous l'effet de l'augmentation de la température : c'est un métamorphisme de contact ou thermique, caractérisé par la **cornéenne** qui contient des minéraux tels que la **sillimanite et l'andalousite.**

Quelques définitions :

- **Le métamorphisme** est la transformation à l'état solide de roches placées dans des conditions de pression et de température différentes de celles qui existaient au moment de leur formation

- **schistosité (S)**: orientation préférentielle des minéraux dans le plan perpendiculaire à la direction de pression. Exemple : schiste et micaschiste.

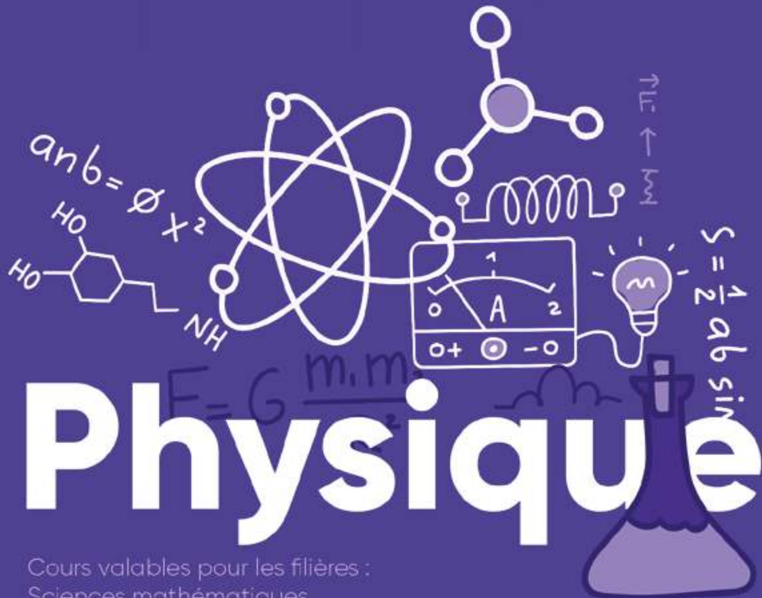
- **Foliation** : recristallisation dans les directions de foliation et plan de schistosité avec une alternance de bandes sombres (ferromagnésienne) et les bandes claires (quartz et feldspath). Exemple : gneiss et amphibolite.

- **Les ophiolites** représentent des fragments d'anciennes lithosphères océaniques charriés sur la croûte continentale par le jeu de la tectonique des plaques .Elle se compose généralement, de bas en haut, des péridotites, de gabbros, d'un complexe filonien et de basaltes. Les ophiolites sont généralement les témoins de la fermeture d'un océan, étape précédant la formation d'une chaîne continentale lors de la collision de deux plaques continentales. Ce processus de charriage de reliques du plancher océanique est appelé obduction.

- **Minéraux index** : Certains minéraux, appelés «minéraux d'indice», n'apparaissent dans certaines roches qu'à certaines pressions. Ainsi, les minéraux d'indice peuvent indiquer aux géologues les conditions et la nature du métamorphisme.

- **Les faciès métamorphiques** : C'est une classification universelle, proposée au début du 20eme siècle, Il regroupe ainsi, dans un même faciès des roches qui ont subi un métamorphisme dans des conditions physiques voisines, quelle que soit leur composition. Un faciès correspond donc à un domaine défini de température et de pression.

Exemple : un basalte porté à 20 km de profondeur à 550°C devient une amphibolite, ce qui donne le nom au faciès, mais une argile devient schiste puis micaschiste puis gneiss à deux micas (plagioclases, quartz, feldspath potassique) dans les mêmes conditions de P et de T .donc amphibolite et gneiss appartiennent au même faciès amphibolites bien que le gneiss ne contienne pas d'amphiboles.



Physique

Cours valables pour les filières :
Sciences mathématiques
Sciences Expérimentales

''LET'S TALK''
WITH ALLAL & AIDA

Quand tu commences à avancer, le chemin commence à apparaître.
JUST BEGIN !

Aida Benzakour
Coach et Formatrice

I - Les ondes

1 - Les Ondes mécaniques progressives.

1.1 – L'onde mécanique

L'onde mécanique est la propagation d'une perturbation dans un milieu matériel élastique sans transport de la matière, mais avec transport de l'énergie.

1.2 - Les types des Ondes mécanique

L'onde est transversale si la direction de perturbation est perpendiculaire à la direction de propagation.
L'onde est longitudinale si la direction de perturbation est parallèle à la direction de sa propagation.

L'onde sonore :
Le son est une onde longitudinale, sa propagation nécessite un milieu matériel élastique, et se propage dans toutes les directions. (Le son ne se propage pas dans le vide).

1. 3 - La vitesse de propagation d'une onde (célérité)

$$v = \frac{d}{\Delta t}$$

- d : La distance parcourue en mètre (m)
- Δt : Le temps nécessaire pour parcourir la distance d en seconde (s)
- v : La vitesse de propagation en m/s

1.4 - Le retard temporaire

- Le retard d'un point M du milieu par rapport la source S est :

$$\tau = \frac{SM}{V}$$

τ est le retard temporaire en seconde (s)

La relation entre l'élongation d'un point M du milieu et celle de la source est : $y_M(t) = y_S(t - \tau)$.

1.5 - Les Ondes mécaniques progressives

Une onde mécanique est progressive si elle se propage depuis un point source dans tout le milieu matériel.

2 - Les Ondes mécaniques progressives périodiques.

2.1 – L'onde mécanique progressive périodique

Une onde est périodique si elle se répète identiquement à elle-même pendant des mêmes intervalles du temps appelés période T.
Elle est dite sinusoïdale si sa variation est une sinusoïde en fonction du temps.

2.2 – La longueur d'onde

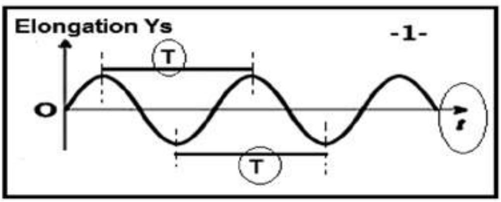
La longueur d'onde λ est la distance parcourue par l'onde pendant une période T.

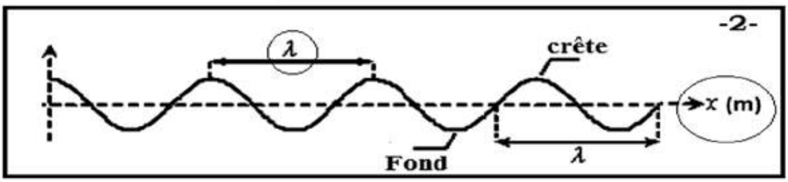
$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda . N$$

$$N = \frac{1}{T}$$

- λ : la longueur d'onde en mètre (m)
- T : la période en seconde (s)
- N :la fréquence en (Hz)

- la figure -1- représente l'élongation de la source en fonction du temps
- la figure -2- représente l'aspect d'une corde à un instant t .





2.3 - Comparaison du mouvement de deux points du milieu de propagation

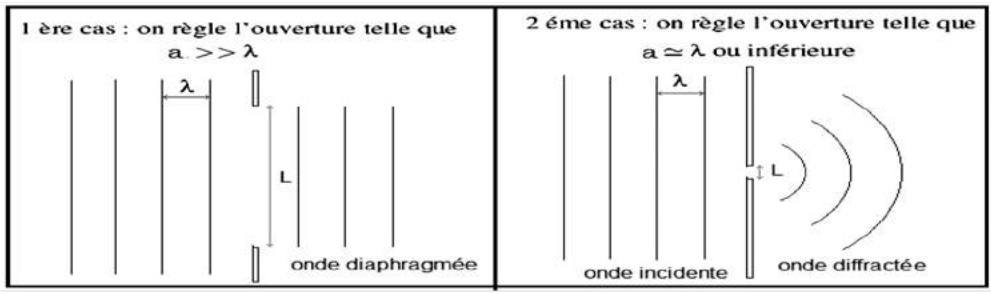
Soit M et M' deux points du milieu de propagation.

Si $\frac{MM'}{\lambda} = K$ Avec $K \in N^*$, Alors les deux points vibrent en phase

Si $\frac{MM'}{\lambda} = K + \frac{1}{2}$ Avec $K \in N$, Alors les deux points vibrent en opposition de phase .

2.4 – Phénomène de diffraction

La diffraction est un phénomène qui caractérise les ondes, il se produit lorsque l'onde passe à travers une ouverture de taille (a) comparable à la longueur d'onde λ.



L'onde incidente et l'onde diffractée ont la même longueur d'onde et la même célérité de propagation mais des directions de propagation différentes.

2.5 – Phénomène de dispersion

Dans un milieu dispersif, la célérité de l'onde dépend de la fréquence.

3 – Propagation d'une onde lumineuse. (SM , PC , SVT)

3.1 – Diffraction de la lumière

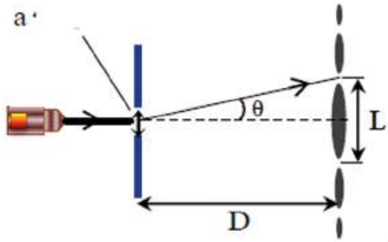
- Au passage par une fente étroite, le laser ne se propage plus en ligne droite, le faisceau change de direction, on assiste donc au phénomène de diffraction.
- Par analogie avec les ondes mécaniques progressifs périodiques on peut confirmer la nature ondulatoire de la lumière. Donc la lumière est une onde qui se propage.

- La lumière est une onde électromagnétique périodique sinusoïdale susceptible de se propager dans le vide ou un milieu matériel transparent (air, verre,...). L'onde lumineuse n'est donc pas une onde mécanique, cependant, comme toute onde, elle transporte de l'énergie (énergie lumineuse).

3.2 – L'écart angulaire

L'écart angulaire θ est l'angle sous lequel on voit la moitié de la tâche centrale depuis la fente de diffraction

$$\theta = \frac{\lambda}{a} \quad \begin{cases} \theta : \text{L'écart angulaire en (rad)} \\ \lambda : \text{La longueur d'onde en (m)} \\ a : \text{La largeur de l'ouverture en (m)} \end{cases}$$



$$\tan\theta = \frac{\frac{L}{2}}{D} = \frac{L}{2D} \quad \text{pour } \theta \text{ faible } \tan\theta = \theta \text{ en (rad)}$$

$$\theta = \frac{L}{2D} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\lambda}{a} = \frac{L}{2D}$$

3.3 – Vitesse de propagation d'une onde lumineuse

Dans le vide : $c = \frac{\lambda_0}{T} = \lambda_0 . N$ $\begin{cases} c \ : \text{vitesse de propagation dans le vide } (c = 3.10^8 \text{m/s}) \\ \lambda_0 : \text{la longueur de l'onde lumineuse dans le vide} \end{cases}$

3.4 – Indice de réfraction d'un milieu transparent

Chaque milieu transparent est caractérisé par son indice de réfraction n qui est donné par la relation suivante:

$$n = \frac{C}{V} = \frac{\lambda_0}{\lambda}$$

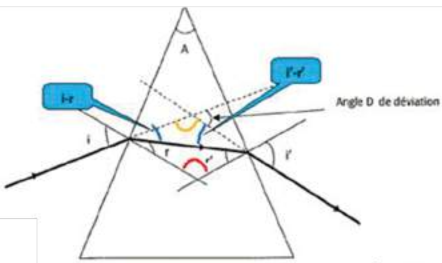
3.5 – la Réfraction de la lumière par un prisme

$$\sin i = n \sin r$$

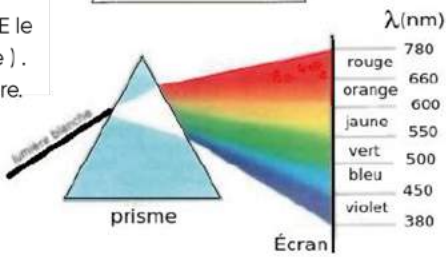
$$\sin i' = n \sin r'$$

$$A = r + r'$$

$$D = i + i' - A$$



Lorsqu'un rayon de <u>lumière blanche</u> arrive sur la face du prisme, On observe sur un écran E le spectre de la lumière blanche.(voir fig ci-contre). Ce phénomène s'appelé dispersion de la lumière.



II-Transformations nucléaires

1 – Décroissance radioactive.

1.1 – Les constituants du noyau atomique

Le noyau atomique est composé de protons et de neutrons, ces constituants du noyau s'appellent les nucléons.
Chaque atome est représenté par :

$^{A}_{Z}X$	X: symbole de l'élément chimique. A: nombre de masse. (=nombre de nucléons) Z: numéro atomique (=nombre de protons) N=A-Z : nombre de neutrons.

1.2 – Définition de la radioactivité

La **radioactivité** est un phénomène physique durant lequel des noyaux atomiques instables se transforment
spontanément en d'autres noyaux plus stables en émettant des particules de matière appelées rayonnements.
Cette transformation s'appelle : **" Désintégration radioactive ".**

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A_1}_{Z_1}Y + {}^{A_2}_{Z_2}P$$

X : Le noyau père

Y : Le noyau fils

P : La particule émise par la désintégration

Lors d'une transformation nucléaire, On applique **la loi de conservation de Soddy**

Conservation de masse : $\mathbf{A = A_1 + A_2}$
Conservation du nombre de charge : $\mathbf{Z = Z_1 + Z_2}$

1.2 – Les types de Désintégrations radioactives

Désintégration alpha (α): émission d'une particule de hélium $^{4}_{2}He$

Équation de désintégration : $^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$

Remarque: Cette désintégration ne concerne que les noyaux lourds dont le nombre de masse A>200.

Désintégration β^- : émission d'un électron $^{0}_{-1}e$

Équation de désintégration β^- : $^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e$

Désintégration β^+ : émission d'un positron $^{0}_{+1}e$

Équation de désintégration β^+ : $^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{+1}e$

Désintégration gamma γ : émission d'un photon

Lors des désintégrations β+ ouβ -,α si le noyau fils est à l'état excité on le note : ${}^{A}_{Z}Y^{*}$
ce noyau instable perd son excitation en émettant un rayonnement gamma pour se transformer en un noyau ${}^{A}_{Z}Y$ plus stable : ${}^{A}_{Z}Y^{*} \dashrightarrow {}^{A}_{Z}Y + \gamma$

1.3 – Décroissance radioactive

1.3.1 – La loi de décroissance radioactive : la loi d'évolution du nombre de noyaux radioactifs en fonction du temps.

$N(t) = N_0 . e^{-\lambda . t}$

- $N(t)$: Nombre de noyaux de l'échantillon radioactif restants à l'instant t.
- N_0 : Nombre initial de noyaux de l'échantillon radioactif.
- λ : Constante radioactive son unité dans SI est s^{-1}.

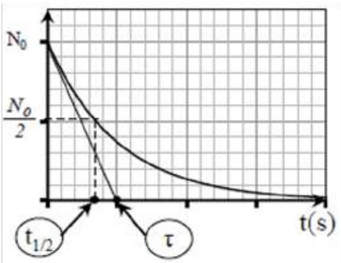
Remarque : La constante de temps $\tau = \frac{1}{\lambda}$ est un temps qui caractérise la substance radioactive.

1.3.2 – La demi-vie d'une substance radioactive

La demi-vie d'une substance radioactive est le temps nécessaire pour perdre la moitié des noyaux N_0.

à $t = t_{1/2}$ le nombre de noyaux restants $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$ alors : $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau . \ln 2$

1.3.3 – La courbe qui représente la variation de *N(T)* en fonction du temps



1.4 – Activité d'un échantillon radioactif

L'activité d'un échantillon radioactif est le nombre de désintégrations par seconde

$$a(t) = -\frac{dN(t)}{dt}$$

L'activité se mesure en becquerels (Bq) : 1Bq correspond à une désintégration par seconde.
L'activité est donnée par l'une des relations suivantes:

$$a(t) = \lambda . N(t)$$
$$a(t) = a_0 . e^{-\lambda . t}$$
$$a_0 = \lambda . N_0$$

- $a(t)$: L'activité à un instant t
- a_0 : L'activité à l'instant t=0
- λ : Constante radioactive en s^{-1}

1.5 – Datation par radioactivité

On peut déterminer l'âge en utilisant la relation suivante : $a(t) = a_0 . e^{-\lambda . t}$

$$\frac{a(t)}{a_0} = e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad \ln\left(\frac{a(t)}{a_0}\right) = -\lambda t \quad \text{donc} \quad t = \frac{-\ln\left(\frac{a(t)}{a_0}\right)}{\ln 2} . t_{1/2}$$

2 – Noyaux – Masse et énergie.

2.1 – Équivalence: masse énergie

« Tout corps de masse " m " au repos, possède une énergie égale au produit de sa masse par le carré de la vitesse de la lumière dans le vide ».

La relation d'Einstein : $E = m . c^2$

- **E :** s'appelle l'énergie massique en (J)
- **m :** la masse du corps au repos en (kg)
- **c :** vitesse de la lumière dans le vide **c** = 3.10^8 m/s

Cette relation montre que toute variation de masse Δm d'un système s'accompagne d'une variation d'énergie $\Delta E = \Delta m . c^2$.

Remarque:

En physique nucléaire, on utilise fréquemment, comme unité d'énergie, l'électronvolt (eV).

Avec : 1eV=$1,6.10^{-19}$ J Et On utilise aussi le méga-électron volt 1MeV=10^6 eV .

2.2 – Unité de masse atomique

Du fait que les particules en physique nucléaire sont extrêmes petites, On a choisi une unité de masse convenable appelée unité de masse atomique symbolisée par " **u** " .

1**u** = $1,66.10^{-27}$ Kg Et on utilise aussi 1**u** = 931,5 MeV/c^2

2.3 – Défaut de masse

La masse d'un noyau est légèrement inférieur à la somme des masses des protons et des neutrons, La différence est appelée défaut de masse et notée Δm , se calcule par la relation suivante : $\Delta m = Z . m_p + (A - Z) . m_n - m({}^A_Z X)$

Remarque : défaut de masse $\Delta m > 0$

m_p: la masse du proton ; mn: la masse du neutron ; $m({}^A_Z X)$: la masse réelle du noyau

2.4 – Énergie de liaison du noyau

Est l'Énergie qu'il faut fournir à un noyau immobile pour le dissocier en nucléons libres et immobiles.

$$E_L = \Delta m . c^2$$

$$E_L = [Z . m_p + (A - Z) . m_n - m({}^A_Z X)] . c^2$$

2.5 – Énergie de liaison par nucléon

$$\xi = \frac{E_L}{A}$$

- E_L : énergie de liaison du noyau en MeV ;
- A : nombre de nucléons
- ξ : énergie de liaison par nucléon en MeV/ nucléon

N.B : les noyaux stables sont ceux qui ont la plus grande Énergie de liaison par nucléon

2.6 – Fission nucléaire

La fission est une transformation nucléaire au cours de laquelle un noyau lourd bombardé par un neutron se divise en deux noyaux plus petits.

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{140}_{55}Cs + ^{93}_{37}Rb + 3\,^{1}_{0}n$$

2 – Fusion nucléaire

La fusion nucléaire est un processus au cours duquel deux noyaux atomiques légers s'assemblent pour former un noyau plus lourd.

$$^{2}_{1}H + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{3}_{2}He$$

2.8 – Bilan énergétique d'une transformation nucléaire

$$\Delta E = [\Sigma\, m(\text{produits}) - \Sigma\, m(\text{réactifs})].c^2$$

Ou bien

$$\Delta E = [\Sigma\, E_l\,(\text{réactifs}) - \Sigma\, E_l(\text{produits})]$$

L'énergie libérée : $E_{\text{libérée}} = |\Delta E|$

III – L'électricité

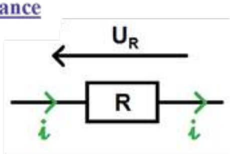
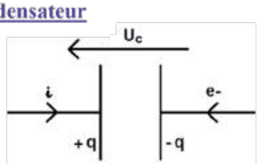
1 – Dipôle RC

Un condensateur est un dipôle électrique constitué de deux plaques métalliques appelées armatures séparées par un isolant (un diélectrique).

1.1 – La résistance et le condensateur en convention récepteur

La fusion nucléaire est un processus au cours duquel deux noyaux atomiques légers s'assemblent pour former un noyau plus lourd.

1.1 – La résistance et le condensateur en convention récepteur

R : La résistance	C : Le condensateur
 $u_R = R.i$	

1.2 – Relation entre la charge et l'intensité du courant

courant variable $i = \dfrac{dq}{dt}$ courant continue $I = \dfrac{Q}{\Delta t}$

1.3 – Relation entre la charge et la tension d'un condensateur

$q = C.u_c$

- q : La charge du condensateur en coulomb (c)
- C : Capacité du condensateur en farad (F)
- u_c: La tension aux bornes de la résistance en volt (V)

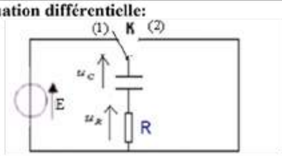
1.4 – Association des condensateurs

Association en Série	Association en parallèle
$\dfrac{1}{C} = \sum_{i=1}^{i=n} \dfrac{1}{C_i}$	$C = \sum_{i=1}^{i=n} C_i$

1.5 – Réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension:

Réponse d'un dipôle RC à un échelon montant de tension (la charge d'un condensateur):	Réponse d'un dipôle RC à un échelon descendant de tension(décharge d'un condensateur):

a-Équation différentielle:

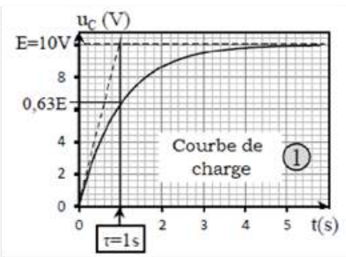


$$u_c + u_R = E \Rightarrow u_c + R\,i = E$$
$$RC.\frac{du_c}{dt} + u_c = E$$
$$\tau.\frac{du_c}{dt} + u_c = E$$

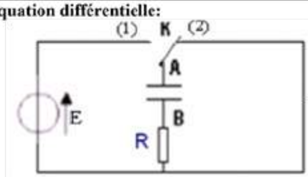
b-Solution de l'équation différentielle:

$u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ avec $\tau = R.C$

c-Détermination graphique de la valeur de: τ



a-Équation différentielle:

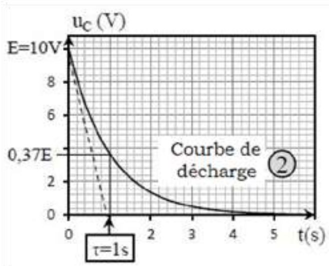


$$u_c + u_R = 0 \Rightarrow u_c + R\,i = 0$$
$$RC.\frac{du_c}{dt} + u_c = 0$$
$$\tau.\frac{du_c}{dt} + u_c = 0$$

b-Solution de l'équation différentielle:

$u_c(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $\tau = R.C$

c-Détermination graphique de la valeur de: τ



1.6 -Unité de la constante de temps

$$[\tau] = [R].[C]$$

on a $u_R = R.i \quad \Rightarrow R = \frac{u_R}{i}$ donc $[R] = \frac{[U]}{[I]}$

on a $i = C\frac{du_c}{dt} \quad \Rightarrow \quad [I] = [C]\frac{[U]}{[t]}$ donc $[C] = \frac{[I][t]}{[U]}$

alors $[\tau] = [R].[C] = \frac{[U]}{[I]}.\frac{[I][t]}{[U]} = [t]$ alors la constante du temps est exprimée en seconde

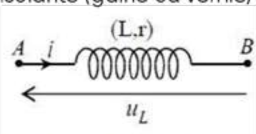
1.7 –Énergie emmagasinée dans un condensateur

$$E_e = \frac{1}{2}.C.u_c^2 = \frac{1}{2}.\frac{q^2}{C}$$

2 – Dipôle RL

2.1 – La bobine en convention récepteur

Une bobine est un dipôle, constitué par un enroulement cylindrique d'un fil conducteur recouvert d'une couche isolante (gaine ou vernie) .



- **L** : l'inductance de la bobine en henry (H)
- **r** : la résistance interne en ohm(Ω)

2.2 – Tension aux bornes de la bobine

$$u_L = L\frac{di}{dt} + ri$$

Remarque:

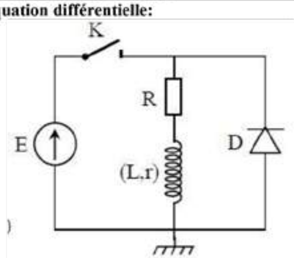
Si le courant électrique est continue alors l'intensité du courant électrique est constante

$$\frac{dI}{dt} = 0 \quad \Rightarrow U_L = r.I$$

2.3 – Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension

<table>
<tr><th>Réponse d'un dipôle RL à un échelon montant de tension (Création du courant):</th><th>Réponse d'un dipôle RL à un échelon descendant de tension (Annulation du courant):</th></tr>
<tr><td>

a-Équation différentielle:



$$u_L + u_R = E$$
$$L\frac{di}{dt} + ri + Ri = E$$
$$L\frac{di}{dt} + i(R + r) = E$$
$$\frac{L}{R_T}.\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_T}$$

b-Solution de l'équation différentielle:

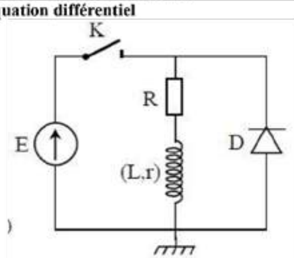
$$i(t) = \frac{E}{R_T}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

avec $\tau = \frac{L}{R_T}$

c-Détermination graphique de la valeur de: τ

</td><td>

a-Équation différentiel



$$u_L + u_R = 0$$
$$L\frac{di}{dt} + ri + Ri = 0$$
$$L\frac{di}{dt} + i(R + r) = 0$$
$$\frac{L}{R_T}.\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_T}$$

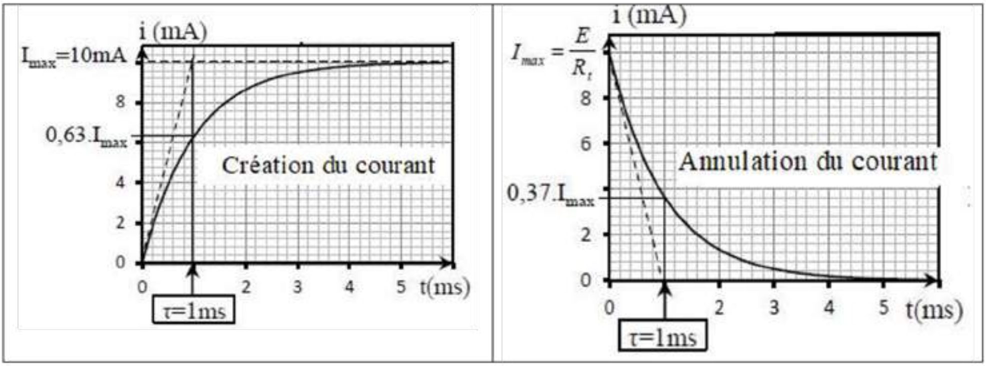
b-Solution de l'équation différentielle:

$$i(t) = \frac{E}{R_T}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

avec $\tau = \frac{L}{R_T}$

c-Détermination graphique de la valeur de: τ

</td></tr>
</table>



2.4 -Unité de la constante de temps

$$[\tau] = \frac{[L]}{[R]}$$

on a $u_R = R.i \quad \Rightarrow R = \frac{u_R}{i}$ donc $[R] = \frac{[U]}{[I]}$

on a $u_L = L\frac{di}{dt} \quad \Rightarrow \quad [U] = [L]\frac{[I]}{[t]}$ donc $[L] = \frac{[U][t]}{[I]}$

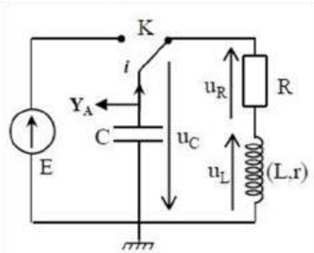
alors $[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{\frac{[U][t]}{[I]}}{\frac{[U]}{[I]}} = \frac{[U][t]}{[I]} \cdot \frac{[I]}{[U]} = [t]$

2.5 – L'énergie magnétique de la bobine $E_m = \frac{1}{2}.L.i^2$

3 – oscillation libres dans un circuit RLC en série

3.1 – Décharge d'un condensateur dans une bobine

Après la charge du condensateur par un générateur de force électromotrice E, on bascule l'interrupteur à la position 2 pour le déchargé dans la bobine :



3.2 – Équation différentielle d'un circuit RLC en série

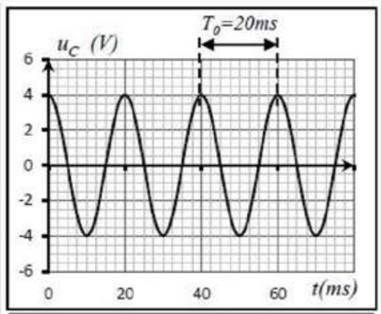
$$u_c + u_L + u_R = 0 \Rightarrow u_c + L\frac{di}{dt} + ri + Ri = 0 \Rightarrow Uc + LC\frac{d^2u_c}{dt^2} + (R+r)\frac{du_c}{dt} = 0$$

$$\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{R_t}{L}\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{LC}u_c = 0 \quad \text{avec } R_t = R + r$$

3.3 – Les régimes d'amortissement

3.3.1 – Le régime périodique (Circuit idéal LC):

Si la résistance totale du circuit est nulle (R_t=0) les oscillations sont libres et non amorties.

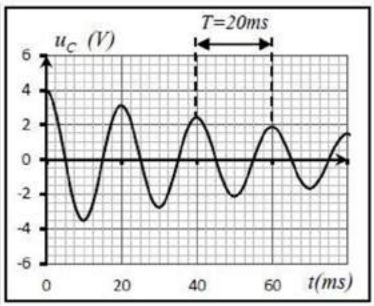


Le régime périodique est caractérisé par sa période propre T_0.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

3.3.2 – Le régime pseudopériodique:

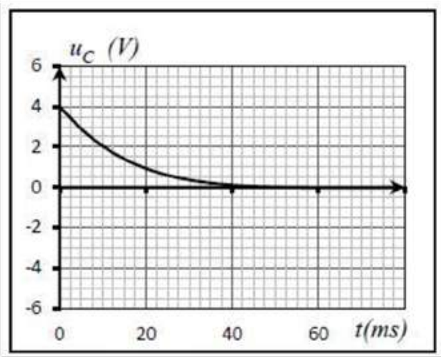
Si la résistance totale du circuit est faible les oscillations sont libres et amorties et leur amplitude diminue jusqu'à ce qu'il s'annule.



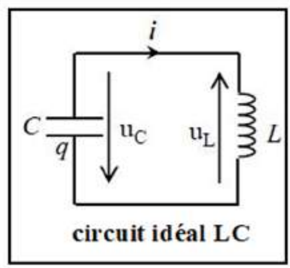
Le régime pseudopériodique est caractérisé par sa pseudopériode T qui égale à la période propre T=T0.

3.3.3 – Le régime apériodique:

Si la résistance totale du circuit est grande, les oscillations disparaissent car l'amortissement est fort, le condensateur perd sa charge sans oscillations



3.4 – Les oscillations non amorties dans un circuit idéal LC



circuit idéal LC

a-Équation différentielle

$$u_c + u_L = 0 \Rightarrow u_c + L\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow u_c + LC\frac{d^2u_c}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_c = 0$$

b- La solution de l'équation différentielle

$$u_c(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

3.5 – L'utilisation de l'équation de dimension pour déterminer l'unité de T0

on $\quad T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \quad \Rightarrow \quad [T_0] = ([L][C])^{\frac{1}{2}}$

on a $\quad u_L = L\dfrac{di}{dt} \quad \Rightarrow \quad [U] = [L]\dfrac{[I]}{[t]} \quad \Rightarrow \quad [L] = \dfrac{[U][t]}{[I]}$

on a $\quad i = C\dfrac{du_c}{dt} \quad \Rightarrow \quad [I] = [C]\dfrac{[U]}{[t]} \quad \Rightarrow \quad [C] = \dfrac{[I][t]}{[U]}$

alors $\quad [T_0] = ([L][C])^{\frac{1}{2}} = \left(\dfrac{[U][t]}{[I]} \cdot \dfrac{[I][t]}{[U]}\right)^{\frac{1}{2}} = ([t]^2)^{\frac{1}{2}} = [t]$

3.6 – Énergie totale du circuit RLC en série

$$E_t = E_e + E_m$$

$$E_t = \frac{1}{2}.C.u_c^2 + \frac{1}{2}.L.i^2$$

3.7 – Entretien des oscillations

Pour entretenir les oscillations on doit utiliser un générateur d'entretien pour récompenser l'énergie perdue par effet joule. La tension aux bornes du générateur d'entretien est proportionnelle à l'intensité du courant **u_g = k.i** **Avec k = R + r**

4 – Circuit (R,L,C) en série en régime forcé

Intensité efficace du courant alternatif sinusoïdale :

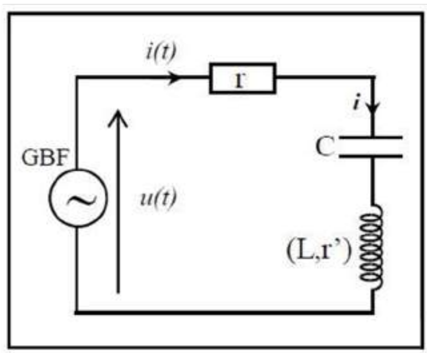
$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Tension efficace de tension alternative sinusoïdale :

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

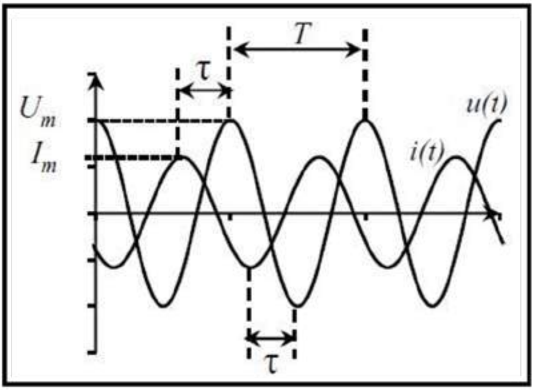
Déphasage entre u(t) et i(t)

$$|\varphi| = 2\pi\frac{\tau}{T}$$



4.1 –L'impédance d'un circuit RLC

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m}$$



4.2 –Phénomène de résonance

4.2.1 –Fréquence de résonance

A la résonance la fréquence du générateur (excitateur) est égale à la fréquence propre du circuit

$$N = N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

4.2.2 – L'impédance du circuit à la résonance

$$Z = Z_0 = R_t$$

4.2.3 – L'intensité efficace du courant à la résonance

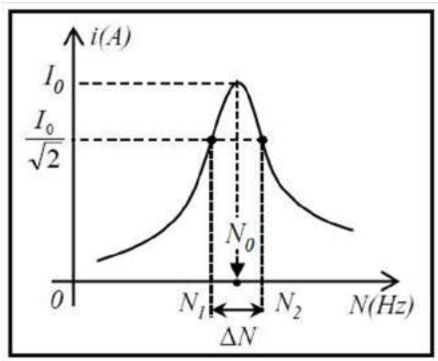
$$I_0 = \frac{U}{R_t}$$

4.2.4 –Déphasage à la résonance

$$\varphi = 0$$

4.3 –La largeur de la bande passante à -3décibiles

On appelle bande passante à -3décibiles d'un circuit RLC l'intervalle de fréquence $[N_1, N_2]$ du générateur pour lequel l'intensité efficace du courant $I \geq \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ (I_0: L'intensité maximale efficace à la résonance)



La largeur de la bande passante est :

$$\Delta N = N_2 - N_1$$

Le facteur de qualité

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N}$$

4.4 –La puissance en régime alternatif sinusoïdale

4.4.1 –La puissance instantanée

$$p(t) = U.I.(\cos\varphi + \cos(2\omega t + \varphi))$$

4.4.2 –La puissance moyenne

$$P = U.I.\cos\varphi$$

le facteur de puissance: $\cos\varphi$

5 – Les ondes électromagnétique

Une onde électromagnétique est composée d'un champ électrique et d'un champ magnétique qui se propagent tous deux à la même vitesse. Dans le vide, les ondes électromagnétiques se propagent à la célérité de la lumière : c = 3.108m.s^{-1}. Les ondes électromagnétiques n'ont pas besoin de support matériel pour se propager. On observe des phénomènes de diffraction, d'interférence, elles se réfléchissent et se réfractent comme les ondes lumineuses ce qui montre que les ondes lumineuses sont des ondes électromagnétiques

La nécessité de la modulation :

On veut transporter un signal (musique, son, image, etc ...) . Ces signaux ont une basse fréquence de l'ordre de 1kHz, en fait ces signaux ne peuvent pas être transmises directement pour plusieurs raisons :

* Les ondes de basses fréquences sont fortement amorties ;
* Les dimensions de l'antenne réceptrice de ces ondes est irréalisables du fait de leurs dimensions
* L'intervalle des basses fréquences est très étroit qui a pour effet de rendre l'antenne incapable de sélectionner le signal transmis parmi d'autres.

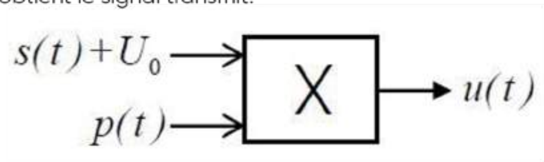
La solution :

C'est de transporter le signal dans une plage des hautes fréquences, ce qui nécessite l'utilisation d'une onde porteuse de haute fréquence qui porte le signal de BF sous forme d'une onde modulante.

6 – Modulation d'amplitude et démodulation

6.1 – Modulation d'amplitude

Le principe de modulation d'amplitude consiste à transmettre une onde de basse fréquence au moyen d'une onde électromagnétique porteuse de haute fréquence puis par démodulation on obtient le signal transmit.



$$u(t) = K.[s(t) + U_0].p(t)$$

- $s(t)$: Signal modulant $s(t) = S_m \cos 2\pi f_s t$
- U_0 : Tension de décalage ; K : Coefficient multiplicateur
- $p(t)$: La porteuse $p(t) = P_m \cos 2\pi f_P t$
- $u(t)$: Tension modulée

$$u(t) = K.P_m.U_0\left[\frac{S_m}{U_0} cos\, 2\pi f_s t + 1\right].cos\, 2\pi f_P t$$

$$u(t) = A[m \cos 2\pi f_s t + 1].\cos 2\pi f_P t \qquad \begin{cases} A = K.P_m.U_0 \\ \mathrm{m} = \dfrac{\mathrm{S_m}}{\mathrm{U_0}} \ \text{(taux de modulation)} \end{cases}$$

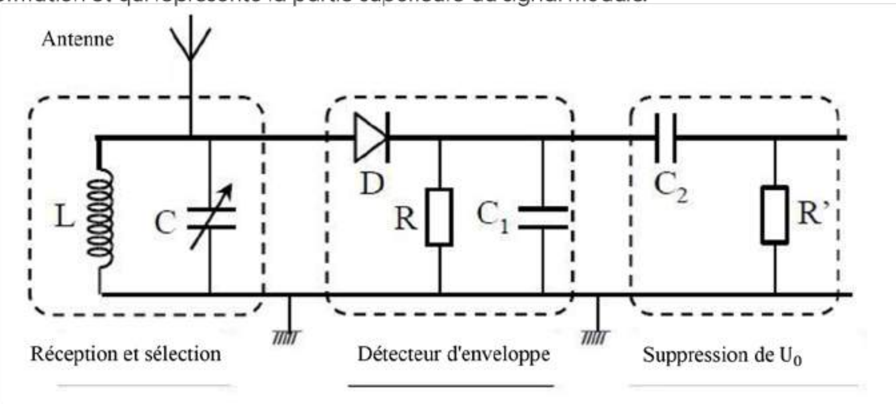
Les conditions pour avoir une modulation de bonne qualité sont:

$$\mathrm{m} = \frac{\mathrm{S_m}}{\mathrm{U_0}} = \frac{U_{max} - U_{min}}{U_{max} + U_{min}} < \mathbf{1}$$

$$f_P \gg f_s$$

6.2 –La démodulation

La démodulation consiste à récupérer au niveau du récepteur le signal modulant qui contient l'information et qui représente la partie supérieure du signal modulé.



Pour obtenir une bonne démodulation il faut que la constante de temps du dipôle RC1 vérifie la condition suivante: $T_P \ll \tau = R.C_1 < T_S$

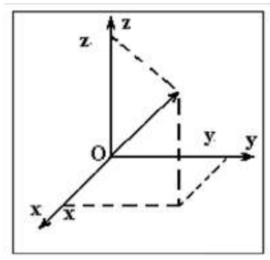
pour sélectionner la fréquence de l'onde porteuse que l'on veut capter,il faut varier l'inductance de la bobine ou la capacité du condensateur jusqu'à ce la fréquence propre f_0 du circuit LC soit égale à la fréquence de l'onde porteuse $f_0 = f_P$

La fréquence propre f_0 du circuit LC : $$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

IV – Mécanique

1 – Les lois de Newton

1.1 – Vecteur position



$$\overrightarrow{OG} = x.\vec{\imath} + y.\vec{\jmath} + z\vec{k}$$

Le module du vecteur position : $OG = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ en (m)

1.2 – Vecteur vitesse instantanée

$$\vec{V}_G = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$$

$$\vec{V}_G = \frac{dx}{dt}\vec{\imath} + \frac{dy}{dt}\vec{\jmath} + \frac{dz}{dt}\vec{k} \qquad \text{Et} \qquad \vec{V}_G = \mathrm{v}_x.\vec{\imath} + \mathrm{v}_y.\vec{\jmath} + \mathrm{v}_z\vec{k}$$

Alors

$$\mathrm{v}_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \quad ; \quad \mathrm{v}_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y} \quad ; \quad \mathrm{v}_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}$$

Le module du vecteur vitesse : $V_G = \sqrt{\mathrm{v}_x{}^2 + \mathrm{v}_y{}^2 + \mathrm{v}_z{}^2}$ en (m/s)

1.3 – Vecteur accélération

$$\vec{a}_G = \frac{d\vec{V}_G}{dt}$$

1.3.1 – Les coordonnées du vecteur accélération dans un repère cartésien

$$\vec{a}_G = \frac{d\vec{V}_G}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\vec{\imath} + \frac{dv_y}{dt}\vec{\jmath} + \frac{dv_z}{dt}\vec{k} \qquad \text{d'où} \qquad \vec{a}_G = a_x.\vec{\imath} + a_y.\vec{\jmath} + a_z\vec{k}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \ddot{x} \quad ; \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \ddot{y} \quad ; \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \ddot{z}$$

Le module du vecteur vitesse : $a_G = \sqrt{a_x{}^2 + a_y{}^2 + a_z{}^2}$ en (m/s^2)

1.3.2 – Les coordonnées du vecteur accélération dans un repère Frenet

$\vec{a}_G = a_t\,\vec{u} + a_n\,\vec{n}$

$$\begin{cases} a_t = \dfrac{dv}{dt} & \text{: La composante tangentielle du vecteur accélération} \\ a_n = \dfrac{v^2}{\rho} & \text{: La composante normale du vecteur accélération} \end{cases}$$

ρ : est le rayon de courbure de la trajectoire (si la trajectoire est un cercle ρ=R (rayon du cercle))

1.4 –Les lois de Newton

1.4.1 – La première loi de Newton (Principe d'inertie)

$\sum\vec{F}_{ext} = \vec{0}$

- $\vec{V}_G = \vec{0}$ (Le centre d'inertie du corps est au repos)
- $\vec{V}_G = \overrightarrow{Cte}$ (Le centre d'inertie du corps est en mouvement rectiligne uniforme)

1.4.2 – La deuxième loi de Newton

$$\sum\vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G$$

Pour résoudre un problème de dynamique en utilisant deuxième loi de Newton on doit toujours suivre les étapes suivantes:

1- On précise le système étudié
2- On fait le bilan des forces extérieures qui s'exercent sur ce système
3- On représente ses forces
4- On écrit la relation vectorielle de la deuxième loi de Newton $\sum\vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G$
5- Puis on projette cette relation après avoir choisi un repère orthonormé lié à un référentiel Galiléen

1.4.3 – La troisième loi de Newton (Principe de l'action et de réaction)

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$

1.5 – Le mouvement rectiligne uniforme

Le mouvement rectiligne uniforme est caractérisé par :
- Une trajectoire rectiligne.
- Une accélération nulle $a_G = 0$.
- Une vitesse constante $v = v_0 = Cte$.
- L'équation horaire du mouvement est : $x = vt + x_0$

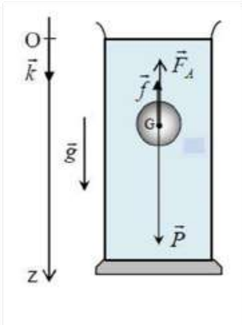
1.6 – Le mouvement rectiligne uniformément varié

Le mouvement rectiligne uniformément varié est caractérisé par
- Une trajectoire rectiligne.
- Une accélération constante $a_G = Cte$.
- L'équation de la vitesse $v = at + v_0$.
- L'équation horaire du mouvement est : $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$

2 – La chute verticale d'un solide

2.1 – La chute verticale d'un solide dans un fluide par frottement

2.1.1- Les forces qui s'exercent sur le solide sont:



-Son poids $\vec{P} = m.\vec{g}$

-La poussée d'Archimède $\vec{F}_A = -\rho_f.V.\vec{g}$

V: le volume du liquide déplacé = le volume du corps

-La force de frottement $\vec{f} = -k.\vec{v}^n$ (n = 1 ou n= 2)

Avec v la vitesse du corps (S)

2.1.1- Les forces qui s'exercent sur le solide sont:

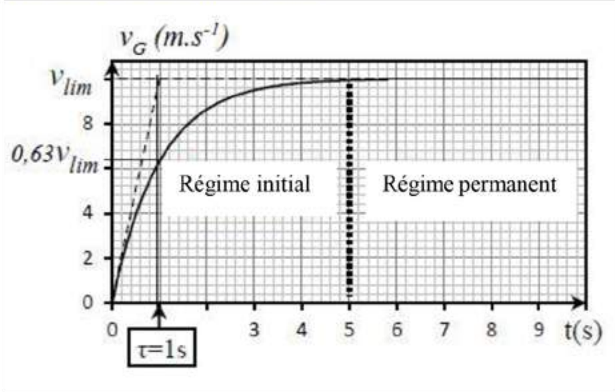
En appliquant 2ème loi de Newton : $\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{f} = m.\vec{a}_G$

$$m.g - \rho_f.V.g - k.v^n = m.\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = A - B.v^n$$

Avec : $A = g\left(1 - \frac{\rho_f V}{m}\right) = g(1- \frac{\rho_f}{\rho})$ et $B = \frac{k}{m}$

2.1.3-Les grandeurs caractérisant le mouvement



En régime initial : l'accélération a t=0 $$a_0 = A = g(1 - \frac{\rho_f V}{m}) = g(1 - \frac{\rho_f}{\rho})$$

En régime permanent : la vitesse limite

$$a = 0 \quad \text{donc} \quad v_{lim} = \left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{1}{n}}$$

Le temps caractéristique est définit par :

$$\tau = \frac{v_{lim}}{a_0}$$

2.1.4-Solution de l'équation différentielle par la méthode d'Euler

$$a_i = A - B.v_i^n$$

$$v_{i+1} = v_i + a_i.\Delta t \quad \text{avec } \Delta t \text{ est le pas de calcul}$$

2.2 – La chute libre d'un solide dans un fluide par frottement

Un solide est en chute libre s'il n'est soumis qu'à l'action de son poids

En appliquant 2ème loi de Newton : $\vec{P} = m.\vec{a}_G$

$$m.g = m.a_G \quad \text{si l'axe OZ est vers le bas}$$

$$a_G = g$$

Donc le mouvement de chute libre du solide est rectiligne uniformément varié

$$a_G = g$$

$$v_G = gt + v_0$$

$$z_G = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + z_0$$

3 – Les mouvements plans

3.1 – Le mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur

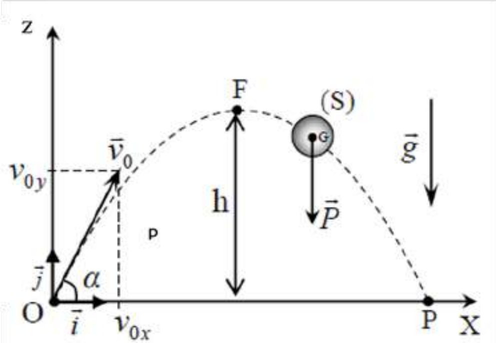
3.1.1- les coordonnées du projectile

Le projectile soumis uniquement à son poids

En appliquant 2ème loi de Newton : $\vec{P} = m.\vec{a}_G$

Par projection sur (oxy) :

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = v_0.\cos\alpha \\ v_z = -gt + v_0.\sin\alpha \end{cases}$$



Par intégration les équations horaires du mouvement : $\begin{cases} x = v_0.\cos(\alpha).t \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0.\sin(\alpha).t \end{cases}$

3.1.2- L'équation de la trajectoire

On obtient l'équation de la trajectoire en éliminant le temps entre x et z

$$z = -\frac{1}{2}.\frac{g}{v_0^2.\cos^2\alpha}x^2 + \tan\alpha.x$$

3.1.3-Le sommet S de la trajectoire : au point S la vitesse selon l'axe OZ est nulle

$$x_S = \frac{{v_0}^2.\sin(2\alpha)}{2g}$$

$$z_S = \frac{{v_0}^2.\sin^2(\alpha)}{2g}$$

3.1.4-La portée OP : au point on a z = 0

Est la distance OP qui sépare le point de lancement du projectile et le point de sa tombée sur ox.

$$OP = x_P = \frac{{v_0}^2.\sin(2\alpha)}{g}$$

3.2 – Le mouvement d'une particule chargée dans le champ électrique uniforme

Une particule de charge q et de masse m dans un champ électrique uniforme est soumise à l'action d'une force électrique $\vec{F} = q.\vec{E}$ (on néglige le poids de la particule)

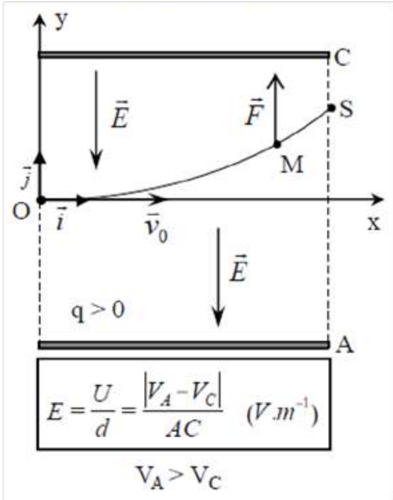
En appliquant 2ème loi de Newton : $\vec{F} = m.\vec{a}_G$

$$q.\vec{E} = m.\vec{a}_G \quad \Rightarrow \quad \vec{a}_G = \frac{q.\vec{E}}{m}$$

Par projection sur les axes du repère

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\dfrac{q.E}{m} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = v_{0x} = v_0 \\ v_y = -\dfrac{q.E}{m}.t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = v_0.t \\ y = -\dfrac{q.E}{2m}.t^2 \end{cases}$$



L'équation de le trajectoire :

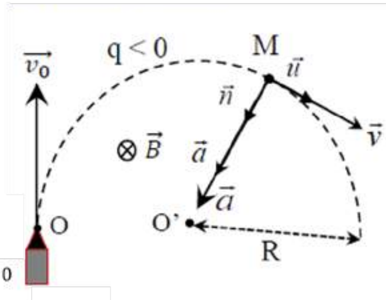
$$y = -\frac{q.E}{2m.v_0^2}.x^2$$

3.3 – Le mouvement d'une particule chargée dans le champ magnétique uniforme

Une particule de charge q et de masse m dans un champ magnétique uniforme est soumise à l'action d'une force magnétique $\vec{F} = q.\vec{v}\wedge\vec{B}$ (on néglige le poids de la particule)

Cette force est toujours perpendiculaire avec le vecteur vitesse

Alors $\vec{P} = \vec{F}.\vec{v} = \vec{0}$ donc son travail est nul $W(\vec{F}) = 0$



En appliquant théorème de l'énergie cinétique $\Delta E_c = W(\vec{F}) = 0$

$$E_{c_f} = E_{c_i} \Rightarrow E_C = Cte \quad \text{alors } v = Cte$$

L'expression vecteur accélération dans un repère Frenet

$$\vec{a}_G = \frac{dv}{dt}\,\vec{t} + \frac{v^2}{\rho}\,\vec{n}$$

Et puisque $v = Cte$ alors

$$\vec{a}_G = \frac{v^2}{\rho}\,\vec{n}$$

En appliquant 2ème loi de Newton : $\vec{F} = m.\vec{a}_G \quad \Rightarrow \quad q.\vec{v}\wedge\vec{B} = m.\vec{a}_G$

$$\vec{a}_G = \frac{q.\vec{v}\wedge\vec{B}}{m}$$

$$\frac{v^2}{\rho} = \frac{|q|.v_0.B}{m} \qquad \Rightarrow \rho = R = \frac{m.v_0}{|q|.B}$$

Le rayon est constant et la vitesse est constante alors le mouvement est circulaire uniforme

4 – Mouvement des satellites et planètes

4.1 – Les lois de Kepler

4.1.1 – La première loi de Kepler

Dans un référentiel héliocentrique, La trajectoire du centre d'une planète est une ellipse dont le centre du soleil est l'un des foyers.

4.1.2 – La deuxième loi de Kepler (lois des aires)

Le segment de droite reliant le soleil à la planète balaie des aires égales pendant des durées égales.

4.1.2 – La deuxième loi de Kepler (lois des aires)

Pour toutes les planètes du système solaires, le rapport entre le carré de la période de révolution T et le cube de la demi-longueur a du grand axe est le même: $\frac{T^2}{a^3} = Cte$

4.2 – La loi de gravitation universelle

Le système (le satellite de masse m) est soumis à la force de gravitationnelle $\vec{F}_{T/S}$ exercée par la terre de masse M_T

$$\vec{F}_{T/S} = G.\frac{M_T.m}{R^2}\vec{n}$$

En appliquant 2ème loi de Newton : $\vec{F}_{T/S} = m.\vec{a}_G$

$$G.\frac{M_T}{R^2}\vec{n} = \vec{a}_G$$

$$G.\frac{M_T}{R^2}\vec{n} = \frac{dv}{dt}\,\vec{t} + \frac{v^2}{R}\,\vec{n}$$

Alors

$$G.\frac{M_T}{R^2} = \frac{v^2}{R}$$

$$v_G = \sqrt{\frac{G.M_T}{R}} = \sqrt{\frac{G.M_T}{R_T + h}}$$

L'expression de la période de révolution T

$$T = \frac{2\pi R}{v_G} = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{G.M_T}}$$

Vérification de la troisième loi de Kepler :

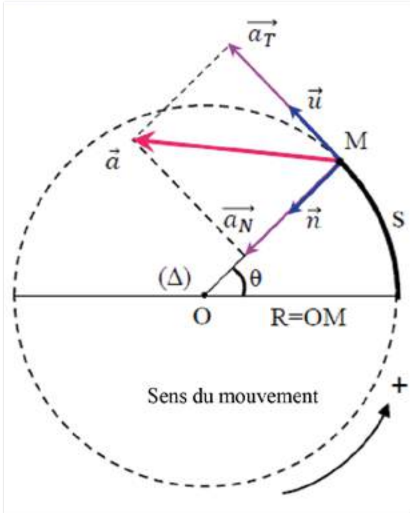
$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_T} = Cte$$

5 – Mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe fixe

5.1 – La relation entre S et θ

On repère la position d'un mobile en mouvement de rotation autour d'un axe fixe (Δ) par son abscisse curviligne S et son abscisse angulaire θ .

$$S=R.\theta$$



5.2 – La vitesse angulaire

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$$

La relation entre la vitesse linéaire v et la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ est : $v = R.\dot{\theta}$

5.3 – L'accélération angulaire

$$\ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

vecteur accélération dans un repère Frenet: $\vec{a}_G = a_t\,\vec{t} + a_n\,\vec{n}$

$$\vec{a}_G = \frac{dv}{dt}\,\vec{t} + \frac{v^2}{R}\,\vec{n}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d(R.\dot{\theta})}{dt} = R.\ddot{\theta}$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(R.\dot{\theta})^2}{R} = R.\dot{\theta}^2$$

5.4 –Le principe fondamentale de la dynamique pour un corps en rotation autour d'un axe fixe

$$\Sigma\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{ext}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

- J_Δ : Moment d'inertie du corps solide en $(Kg.m^2)$
- $\ddot{\theta}$: L'accélération angulaire en $\left(\mathrm{rad}/_{s^2}\right)$
- $\mathcal{M}_\Delta$: Le moment en N.m

Si $\ddot{\theta}$ =0 le solide est en mouvement de rotation uniforme et l'équation horaire du mouvement est:

$$\theta = \dot{\theta}.t + \theta_0$$

Si $\ddot{\theta} = Cte$ le solide est en mouvement de rotation uniformément varié et l'équation de la vitesse angulaire est:

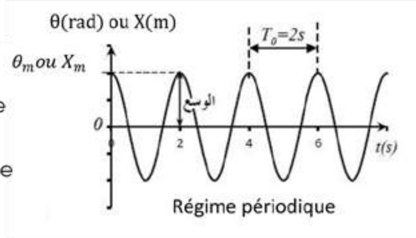
$$\dot{\theta} = \ddot{\theta}.t + \dot{\theta}_0$$

et l'équation horaire du mouvement est:

$$\theta = \frac{1}{2}\ddot{\theta}.t^2 + \dot{\theta}.t + \theta_0$$

6 – Système mécanique oscillant

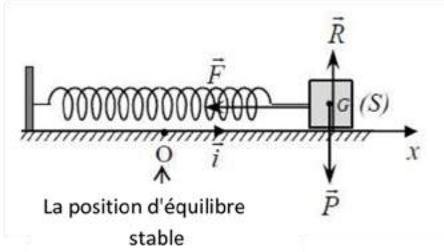
Un système mécanique oscillant est un système mécanique qui a un mouvement périodique autour de sa position d'équilibre stable.



Un mouvement oscillatoire est caractérisé par:
Sa position d'équilibre stable : est la position à laquelle le système tend à y revenir lorsque l'on éloigne légèrement.
Sa période propre T_0 : est le temps mis pour effectuer une oscillation.

Son amplitude $(X_m\,;\,\theta_m)$: est la valeur maximale positive que prend la grandeur qui exprime le décalage ou l'inclinaison de l'oscillateur de sa position d'équilibre.

6.1 –Le pendule élastique horizontal



Le système étudié {le solide (S)}

Bilan des forces :

- $\vec{P}$: Son poids
- $\vec{R}$: La force de réaction (on néglige les frottements)
- $\vec{F}$: La force de rappel (tension du ressort) $\vec{F} = -k.x.\vec{i}$

En appliquant 2ème loi de Newton : $\vec{F} + \vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a}_G$

La projection sur l'axe $(O,\vec{i}\,)$: $-k.x + 0 + 0 = m.\ddot{x}$

Alors l'équation différentielle du mouvement

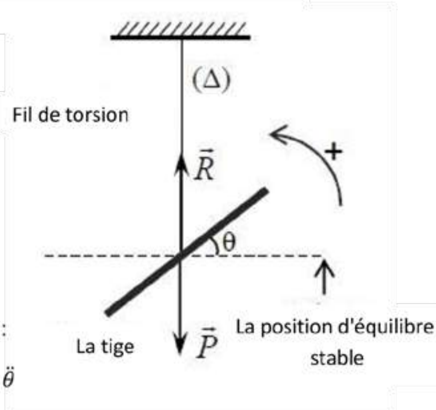
$$\ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0$$

La solution de l'équation différentielle est:

$$x(t) = X_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

$$\begin{cases} \varphi\text{: La phase du mouvement à t=0 en (rad)} \\ T_0 \text{ : La période propre en (s)} \\ T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} \end{cases}$$

6.2 –Le pendule de torsion



Le système étudié {la tige}

Bilan des forces :

- $\vec{P}$: Son poids
- $\vec{R}$: réaction du fil de suspension
- Moment du couple de torsion $\mathcal{M}_C = -C.\theta$

En appliquant le principe fondamental de la dynamique :

$$\sum\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{ext}) = J_\Delta.\ddot{\theta} \Rightarrow \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) + \mathcal{M}_C = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

On a $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0 \Rightarrow -C.\theta = J_\Delta.\ddot{\theta}$

Alors l'équation différentielle du mouvement

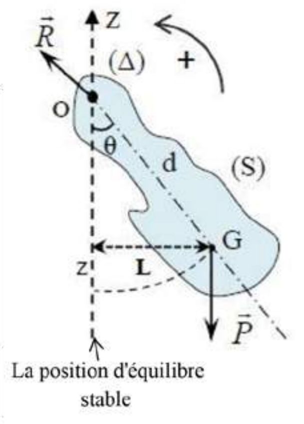
$$\ddot{\theta} + \frac{C}{J_\Delta}.\theta = 0$$

La solution de l'équation différentielle est:

$$\theta(t) = \theta_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

$$\begin{cases} \varphi\text{: La phase du mouvement à t=0 en (rad)} \\ T_0 \text{ : La période propre en (s)} \\ T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{J_\Delta}{C}} \end{cases}$$

6.3 –Le pendule pesant



Le système étudié { le solide (S)}

Bilan des forces :

- $\vec{P}$: Son poids
- $\vec{R}$: réaction de l'axe de rotation

En appliquant le principe fondamentale de la dynamique:

$$\sum\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{ext}) = J_\Delta.\ddot{\theta} \Rightarrow \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

On a $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0 \Rightarrow -m.g.d.\sin\theta = J_\Delta.\ddot{\theta}$

Alors l'équation différentielle du mouvement (pour θ faible sin θ=θ)

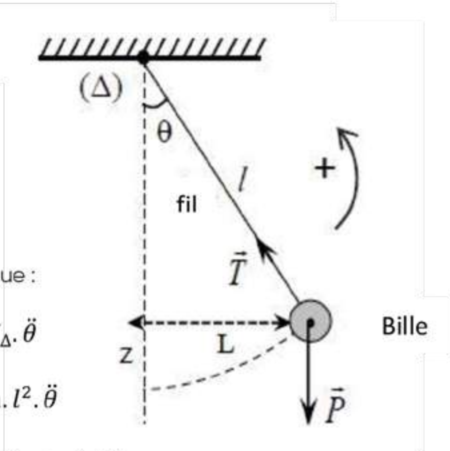
$$\ddot{\theta} + \frac{m.g.d}{J_\Delta}.\theta = 0$$

La solution de l'équation différentielle est:

$$\theta(t) = \theta_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

$$\begin{cases} T_0 \text{ : La période propre en (s)} \\ T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{J_\Delta}{m.g.d}} \end{cases}$$

6.4 –Le pendule simple



Bilan des forces :

- $\vec{P}$: Son poids
- $\vec{T}$: Tension du fil

En appliquant le principe fondamentale de la dynamique :

$$\sum \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_{ext}) = J_{\Delta}.\ddot{\theta} \Rightarrow \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P}) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{T}) = J_{\Delta}.\ddot{\theta}$$

$$\text{On a } \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{T}) = 0 \Rightarrow -m.g.l.\sin\theta = J_{\Delta}.\ddot{\theta} = m.l^2.\ddot{\theta}$$

Alors l'équation différentielle du mouvement (pour θ faible sin θ=θ)

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}.\theta = 0$$

La solution de l'équation différentielle est:

$$\theta(t) = \theta_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

$$\begin{cases} T_0 : \text{La période propre en (s)} \\ T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} \end{cases}$$

7 – Les aspects énergétiques

Le travail d'une force constante exercée sur un solide en mouvement de translation :

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = F.AB.\cos\left(\widehat{\vec{F},\overrightarrow{AB}}\right)$$

Le travail d'une force du moment constant exercée sur un solide en mouvement de rotation :

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}).\Delta\theta$$

7.1 – Étude énergétique du pendule simple

Le travail de la force de rappel exercée sur un solide en mouvement de translation :

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = -\frac{1}{2}.k(x_B^2 - x_A^2)$$

L'énergie potentielle élastique d'un pendule simple est : $E_{Pe} = \frac{1}{2}.k.x^2 + Cte$

L'énergie cinétique est : $E_c = \frac{1}{2}.m.v^2 = \frac{1}{2}.m.\dot{x}^2$

L'énergie mécanique est : $E_m = E_c + E_{Pe} = \frac{1}{2}.m.v^2 + \frac{1}{2}.k.x^2 + Cte$

Si les frottements sont négligeables alors $E_m = Cte$ donc :

$$\frac{dE_m}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_{Pe}}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}.m.2.\dot{x}\ddot{x} + \frac{1}{2}.k.2.x.\dot{x} = \dot{x}(m.\ddot{x} + k.x) = 0$$

L'équation différentielle : $(m.\ddot{x} + k.x) = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0$

7.2 – Étude énergétique d'un pendule de torsion

Le travail du moment de torsion : $W_{\theta 1 \to \theta 2}(\mathcal{M}_c) = -\frac{1}{2}.C(\theta_2^2 - \theta_1^2)$

L'énergie potentielle élastique d'un pendule simple est : $E_{Pt} = \frac{1}{2}.C.\theta^2 + Cte$

L'énergie cinétique est : $E_c = \frac{1}{2}.J_\Delta.\dot{\theta}^2$

L'énergie mécanique est : $E_m = E_c + E_{Pe} = \frac{1}{2}.J_\Delta.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}.C.\theta^2 + Cte$

Si les frottements sont négligeables alors $E_m = Cte$ donc :

$$\frac{dE_m}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_{Pe}}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}.J_\Delta.2.\dot{\theta}\ddot{\theta} + \frac{1}{2}.C.2.\theta.\dot{\theta} = \dot{\theta}(J_\Delta.\ddot{\theta} + C.\theta) = 0$$

L'équation différentielle : $J_\Delta.\ddot{\theta} + C.\theta = 0 \quad \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{C}{J_\Delta}.\theta = 0$

7.3 – Étude énergétique du pendule pesant

L'énergie potentielle élastique d'un pendule simple est : $E_{Pp} = \frac{1}{2}.m.g.d.\theta^2 + Cte$

L'énergie cinétique est : $E_c = \frac{1}{2}.J_\Delta.\dot{\theta}^2$

L'énergie mécanique est : $E_m = E_c + E_{Pe} = \frac{1}{2}.J_\Delta.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}.m.g.d.\theta^2 + Cte$

Si les frottements sont négligeables alors $E_m = Cte$ donc :

$$\frac{dE_m}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_{Pe}}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}.J_\Delta.2.\dot{\theta}\ddot{\theta} + \frac{1}{2}.m.g.d.2.\theta.\dot{\theta} = \dot{\theta}(J_\Delta.\ddot{\theta} + m.g.d.\theta) = 0$$

L'équation différentielle : $(J_\Delta.\ddot{\theta} + m.g.d.\theta) = 0 \quad \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{m.g.d}{J_\Delta}.\theta = 0$

Remarque : Pour le pendule simple c'est un cas particulier du pendule pesant on pose $J_\Delta = m.d^2$

m : La masse de bille ; d : La longueur du fil

L'équation différentielle : $\ddot{\theta} + \frac{m.g.d}{J_\Delta}.\theta = 0 \quad \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{m.g.d}{m.d^2}.\theta = 0$

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{d}.\theta = 0$$

8 – L'atome et la mécanique de Newton

8.1 – Notion de quantification de l'énergie

Lorsque la matière absorbe ou émet de l'énergie par rayonnement, elle ne peut échanger que des paquets d'énergies multiples entiers de $h.\nu$ d'où quantification de l'énergie.

8.2 –Quantification de l'énergie dans les atomes

Lorsqu'un atome est à son niveau d'énergie le plus bas, il est à son état fondamental : c'est l'état le plus stable. C'est la relation pour déterminer les différents niveaux de l'atome d'hydrogène.

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2} \qquad \boxed{E_0 = 13{,}6eV} \quad ;$$

n : un entier non nul

8.3 – Le photon

L'énergie du photon est :

$$E = h.\nu = h.\frac{C}{\lambda}$$

$$\begin{cases} h : \text{La constante de planck} \quad (h = 6{,}63.10^{-34}\ \text{j.S}) \\ \nu : \text{La fréquence en Hz} \end{cases}$$

8.4 –Postulats de Bohr

- L'électron tourne autour du noyau de l'atome dans des niveaux d'énergies quantifiés.
- L'atome n'existe que dans des niveaux d'énergies bien déterminés.
- Les variations d'énergie d'un atome sont quantifiées.
- Lorsque l'électron passe d'un niveau Ep à un niveau d'énergie inférieure En , il émis un rayonnement de fréquence ν telle que: $E_P - E_n = h.\nu$

Chimie

Cours valables pour les filières :
Sciences mathématiques
Sciences Expérimentales

V – Chimie

1 – Les transformations rapides et les transformations lentes

1.1 – Les réactions d'oxydoréductions

L'oxydation est une perte d'un ou plusieurs électrons.

La réduction est un gain d'un ou plusieurs électrons.

Un oxydant est une espèce chimique capable de capter un ou plusieurs électrons au cours d'une transformation chimique.

Un réducteur est une espèce chimique capable de céder un ou plusieurs électrons au cours d'une transformation chimique.

Chaque couple $ox\ /\ réd$ est caractérisé par sa demi-équation d'oxydoréduction:

$$ox + n.e^- \rightleftarrows réd$$

Une réaction d'oxydoréduction est caractérisée par un transfert d'électrons entre l'oxydant d'un couple $ox_1/\ réd_1$ et le réducteur d'un autre couple $ox_2/réd_2$.

$$(ox_1 + n_1.e^- \quad \rightleftarrows \quad réd_1).n_2$$

$$(réd_2 \quad \rightleftarrows \quad ox_2 + n_2.e^-).n_1$$

$$n_2.ox_1 \ + \ n_1\ réd_2 \ \rightarrow n_2.réd_1 + \ n_1\ ox_2$$

1.2 – Les transformations rapides

Une transformation rapide est une transformation qui se fait en une courte durée de telle façon qu'on ne peut pas suivre son évolution en fonction du temps avec l'oeil nu ou avec les appareils de mesure.

1.3 – Les transformations lentes

Une transformation lente est une transformation qui se fait dans une certaine durée de telle façon qu'on suivre son évolution en fonction du temps avec l'oeil ou avec les appareils de mesure.

1.4 – Les facteurs cinétiques

On appelle facteur cinétique tout paramètre capable d'influer sur la vitesse d'une transformation chimique comme l'Influence de la température et Influence de la concentration initiale des réactifs

2 – Suivi temporel d'une transformation – vitesse de réaction

2.1 – Les techniques du suivi temporel d'une transformation

Pour suivre temporellement l'évolution d'une transformation chimique on doit connaître sa composition à chaque instant, Il existe plusieurs méthodes qui permettent de suivre l'évolution d'une transformation parmis lesquelles il y'a:

Le dosage:

L'équation de réaction		α A +	β B	→	γ C +	δ D
L'état	avancement	Quantité de matière en mol				
initiale	0	$C_A.V_A$	$C_B.V_B$		0	0
à L'équivalence	x_E	$C_A.V_A-\alpha x_E$	$C_B.V_B-\beta x_E$		γx_E	δx_E

À l'équivalence : les deux réactifs sont limitants alors $C_A.V_A- \alpha x_E = 0$ et $C_B.V_B-\beta x_E = 0$

Donc : $$x_E = \frac{C_A.V_A}{\alpha} = \frac{C_B.V_B}{\beta}$$

$$\frac{C_A.V_A}{\alpha} = \frac{C_B.V_B}{\beta}$$ c'est la relation d'équivalance

La conductimétrie: $G = \sigma.k$

$\left\{\begin{array}{l} G \text{ : La conductance en siemens (S)} \\ k \text{ : La constante de cellule en (m)} \end{array}\right.$

$$\sigma = \sum_{i=1}^{i=n} \lambda_i.[X]_i$$

$\left\{\begin{array}{l} \sigma \text{ : La conductivité de la solution en S/m} \\ \lambda_i \text{ : La conductivité molaire ionique en } S.m^2.mol^{-1} \\ [X]_i \text{ : La concentration molaire effective en } mol/m^3 \end{array}\right.$

L'expression de l'avancement : $$x(t) = \frac{x_{max}}{\sigma_{max}}.\sigma(t)$$

La mesure de la pression

$$P.V = n.R.T \quad \begin{cases} P : \text{La pression en pascale (Pa)} \\ V : \text{Le volume en } m^3 \\ R : \text{La constante du gaz parfait } R = 8{,}314\ SI \\ T : \text{La température en degré kelvin } (\kappa) \end{cases}$$

L'expression de l'avancement : $$x(t) = \frac{\Delta P}{\Delta P_{max}}.x_{max}$$

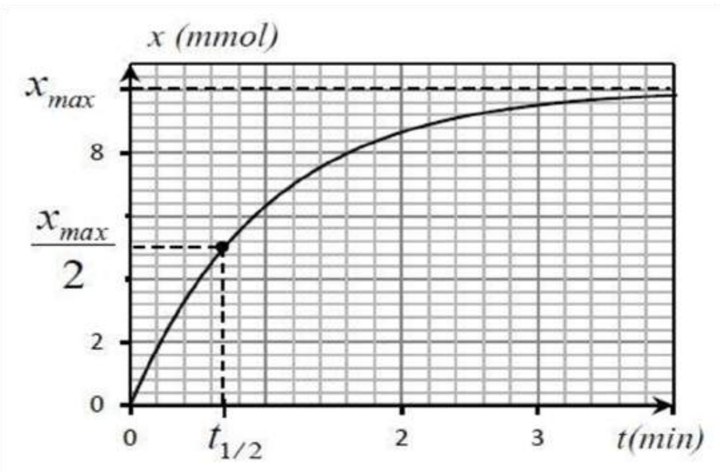
Avec : $\Delta P = P - P_{atm}$ $\quad et \quad$ $\Delta P_{\max} = P_{max} - P_{atm}$

2.2 – La vitesse volumique de la réaction

$$v = \frac{1}{V_s}.\frac{dx}{dt} \quad \begin{cases} \mathbf{v} : \text{La vitesse volumique de la réaction en mol/m}^3\text{.s (SI)} \\ V_s : \text{Volume total de la solution en (m}^3 \text{ ou L)} \\ \frac{dx}{dt} : \text{dérivée de l'avancement par rapport le temps en mol/s} \end{cases}$$

2.3 – Temps de demi-réaction

$$x(t_{1/2}) = \frac{x_{max}}{2}$$



3 – Transformations chimiques qui s'effectuent en deux sens

3.1 – Réactions acido–basique

3.1.1 – Acide et base de bronsted

On appelle **acide de Bronsted** toute espèce chimique capable de céder un proton H^+ pendant une transformation chimique.

On appelle **base de Bronsted** toute espèce chimique capable de capter un proton H^+ pendant une transformation chimique.

3.1.2 - Couple acide-base

Le couple acide-base est noté **A / B**

3.1.3 – Réaction acide-base

Au cours d'une réaction acido-basique il y'a échange d'un proton H^+ entre deux couples acide-base : A_2/B_2. et A_1/B_1 L'équation de la réaction entre l'acide A_1 du 1er couple et la base B_2 du 2ème couple s'écrit :

$$\begin{array}{c} A_1 \rightleftharpoons B_1 + H^+ \\ B_2 + H^+ \rightleftharpoons A_2 \\ \hline A_1 + B_2 \rightleftharpoons B_1 + A_2 \end{array}$$

3.2 – Définition du PH d'une solution aqueuse

$$\mathrm{PH} = -log[H_3O^+] \quad \Leftrightarrow \quad [H_3O^+] = 10^{-PH}$$

Le PH est une grandeur sans unité.
$[H_3O^+]$ est exprimée en mol/L dans la relation de pH.

3.3 – L'avancement d'une réaction chimique

3.3.1 –Avancement final et l'avancement maximal

L'avancement d'une réaction est la quantité de matière x des réactifs qui disparait ou des produits qui se forme selon les coefficients stoechiométriques.

L'avancement maximal x_{max} est l'avancement qui correspond à la disparition du réactif limitant.

L'avancement final x_f est la valeur de l'avancement qui correspond à l'état final d'une réaction limitée.

3.3.2 – Taux d'avancement final d'une réaction chimique

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$$

Si $\tau = 1 \Rightarrow x_f = x_{max}$ donc la réaction est totale.
Si $\tau < 1 \Rightarrow x_f < x_{max}$ la réaction est limitée.

4 – l'état d'équilibre d'un système chimique

4.1 – Quotient de la réaction

$$\alpha\, A \quad + \quad \beta\, B \quad \rightleftarrows \quad \gamma\, C \quad + \quad \delta\, D$$

$$Q_r = \frac{[C]^{\gamma}[D]^{\delta}}{[A]^{\alpha}[B]^{\beta}} \qquad \begin{cases} Q_r : \text{Quotient de réaction grandeur sans unité} \\ [X] : \text{Concentration molaire effective en mol/L} \end{cases}$$

4.2 – Quotient de la réaction à l'état d'équilibre

$$Q_{r,eq} = \frac{[C]_{eq}^{\gamma}[D]_{eq}^{\delta}}{[A]_{eq}^{\alpha}[B]_{eq}^{\beta}}$$

4.3 – Constante d'équilibre : K

$$\mathrm{K} = Q_{r,eq} = \frac{[C]_{eq}^{\gamma}[D]_{eq}^{\delta}}{[A]_{eq}^{\alpha}[B]_{eq}^{\beta}}$$

K : Est une grandeur sans unité

Elle ne dépend que de la température

5 – Transformations liées aux réactions acido-basiques

5.1 – Le produit ionique de l'eau

$$H_2O_{(l)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows H_3O^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$$

$$\mathrm{K_e} = [H_3O^+]_{eq}.[HO^-]_{eq}$$

Ke : s'appelle **le produit ionique** de l'eau. (il ne dépend que de la température).

$$\mathrm{PK_e} = -\log\mathrm{K_e} \qquad \Leftrightarrow \qquad \mathrm{K_e} = 10^{-\mathrm{PK_e}}$$

La relation entre PH et $\mathrm{PK_e}$: $\quad PH = \mathrm{PK_e} + \log[HO^-]$

5.2 – La constante d'acidité d'un couple acide – base (A/B)

$$A_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows H_3O^+_{(aq)} + B_{(aq)}$$

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_{eq}[B]_{eq}}{[A]_{eq}}$$

C'est une gradeur sans unité, qui ne dépend que de la température.

$$\mathrm{PK}_A = -\log\mathrm{K_A} \qquad \Leftrightarrow \qquad \mathrm{K_A} = 10^{-\mathrm{PK_A}}$$

La relation entre PH et $\mathrm{PK_A}$:

$$\mathrm{PH} = \mathrm{PK_A} + \log\frac{[B]_{eq}}{[A]_{eq}}$$

Si PH<$\mathrm{PK_A}$ alors l'acide est l'éspèce prédominante .
Si PH=$\mathrm{PK_A}$ alors l'acide et la base conjuguée ont la même concentration.
Si PH>$\mathrm{PK_A}$ alors la base est l'éspèce prédominante .

5.3 – Constante d'équilibre associée à une réaction acido-basique A_1/B_1 et A_2/B_2

$$A_1 + B_2 \rightleftarrows B_1 + A_2$$

La constante d'équilibre

$$K = \frac{K_{A_1}}{K_{A_2}} = 10^{pK_{A_2} - pK_{A_1}}$$

5.4 – Évolution spontanée d'un système chimique

Si $Q_{r,i} = K$ le système est en équilibre

Si $Q_{r,i} < K$ le système évolue spontanément dans le sens direct

Si $Q_{r,i} > K$ le système évolue spontanément dans le sens indirect

6 – Dosage acido-basique

Le dosage (ou titrage) consiste à déterminer la concentration d'une espèce chimique présente dans une solution dite solution titrée en faisant réagir cette solution avec une solution de concentration connue dite solution titrante.

Remarque : La réaction du dosage est rapide, totale et unique.

6.1 – Dosage d'un acide par une base

À l'équivalence : $C_A . V_A = C_B V_{BE}$

6.2 – Dosage d'une base par un acide

À l'équivalence : $C_A . V_{AE} = C_B V_B$

7 – Transformations spontanées dans les piles et récupération de l'énergie

7.1 – La pile Daniell

En général une pile est constituée :
-D'une plaque d'un métal M plongé dans une solution contenant les ions métalliques M^{m+} de ce métal.
-D'une plaque d'un métal N plongé dans une solution contenant les ions métalliques N^{n+} de ce métal.
-D'un pont salin qui relie les deux solutions.

Représentation conventionnelle : $\ominus\ N_{(s)}/N^{n+}_{(aq)} \therefore\because M^{m+}_{(aq)}/M_{(s)}\ \oplus$

à l'anode : $N_{(s)} \rightleftarrows N^{n+}_{(aq)} + ne^-$ oxydation anodique

à la cathode : $M^{m+}_{(aq)} + me^- \rightleftarrows M_{(s)}$ réduction cathodique

équation bilan : $mN_{(s)} + nM^{m+}_{(aq)} \rightarrow mN^{n+}_{(aq)} + nM_{(s)}$

7.2 – La quantité d'électricité débitée par une pile

La quantité d'électricité qui traverse le conducteur liant les deux bornes d'une pile durant le temps Δt est:

$$Q = I.\Delta t \qquad (1)$$

- Q : La quantité d'électricité en coulomb (c)
- I: L'intensité du courant électrique en ampère (A)
- Δt : La durée en seconde (s)

D'autre part :

$$Q = N.e$$

- N: Le nombre des porteurs des charges (les électrons)
- e e: La charge élémentaire $e = 1{,}6.10^{-19}c$

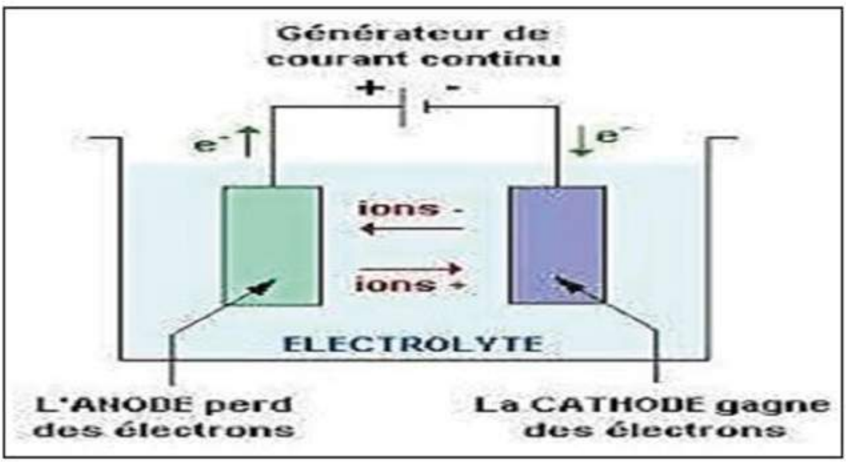
$$Q = n(e^-).F \qquad (2)$$

La grandeur ***F*** : s'appelle le faraday (le faraday est la valeur absolue de la charge d'une mole d'électrons)

D'après (1) et (2) on trouve $\quad I.\Delta t = n(e^-).F$

8 – Transformations forcées - l'électrolyse

Une transformation forcée est une transformation qui se déroule dans le sens opposé de l'évolution spontanée.
L'électrolyse est un exemple d'une transformation forcée.



- Le courant est imposé par le générateur
- L'électrode reliée au pôle – du générateur électrique est le siège d'une réduction ; il s'agit de la cathode
- L'électrode reliée au pôle + du générateur électrique est le siège d'une oxydation ; il s'agit de l'anode

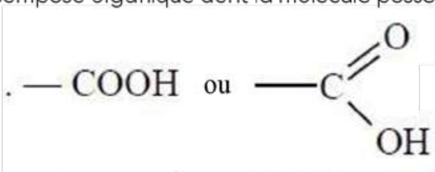
9 – Réaction d'estérification et d'hydrolyse

9.1 – Les alcools

La molécule d'alcool contient le groupement fonctionnel **-OH** appelé groupement hydroxyle.
La formule brute générale des alcools : **R-OH** (**R** est un groupe alkyl C_nH_{2n+1})
Le nom de l'alcool se déduit du nom de l'alcane correspondant (qui comporte le même nombre d'atomes de carbones) en remplacent le (**e**) dans la terminaison du nom de l'alcane par (**ol**)

9.2 – Les acides carboxyliques

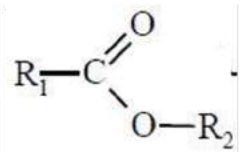
L'acide carboxylique est un composé organique dont la molécule possède le groupement fonctionnel suivant:



La formule brute générale des acides carboxyliques : **R-COOH**
Le nom d'acide carboxylique se déduit du nom de l'alcane correspondant en remplacent le (**e**) dans la terminaison du nom de l'alcane par (**oïque**) que l'on fait précéder par le mot " **acide** "

9.3 – Les esters

Les esters sont des composés organiques de formule brute générale :



$(R_2 \neq H)$

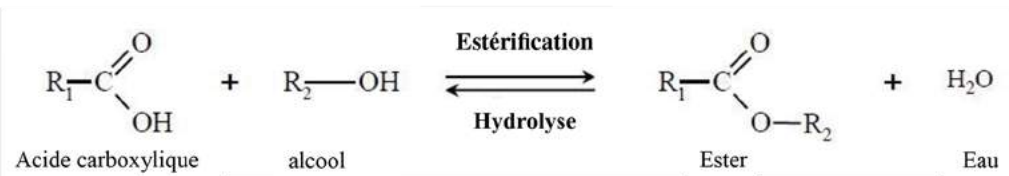
$(R_1 = H \text{ ou } R_1 = C_nH_{2n+1})$

Le nom de l'ester se compose de deux parties:
La première partie se dérive du nom de l'acide correspondant en remplacent la terminaison (**oïque**) par (**oate**) La deuxième partie c'est le nom du radical alkyl ***R₂***

9.4 –Réaction d'estérification, Réaction d'hydrolyse

La réaction d'un acide carboxylique avec un alcool conduit à la formation d'ester et d'eau cette réaction s'appelle **estérification.**

La réaction entre l'ester et l'eau conduit à la formation d'un acide carboxylique et d' alcool cette réaction s'appelle **hydrolyse** ,c'est la réaction inverse de la réaction d'estérification.



Remarque : La réaction d'estérification et la réaction d'hydrolyse est une réaction **lente et limitée**
La constante d'équilibre de cette transformation est :

$$K = \frac{[R_1COOR_2]_{eq}.[H_2O]_{eq}}{[R_1COOH]_{eq}.[R_2OH]_{eq}}$$

9.5 – Le rendement d'estérification

Le rendement de la réaction d'estérification est égal au rapport de la quantité de matière du produit obtenue n_{exp} par celle maximale attendue n_{th}

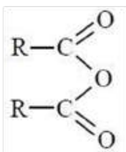
$$r = \frac{n_{exp}}{n_{th}}$$

9.6 – Les facteurs influençant

Influence sur la vitesse de la réaction d'estérification	**Influence sur l'état final**
Le système chimique atteint son état d'équilibre plus rapidement sans influer sur sa composition finale soit: -Par élévation de la température -En utilisant le catalyseur (H_3O^+)	Pour déplacer l'équilibre dans le sens de la formation de l'ester et augmenter le rendement de l'estérification on doit soit : -Éliminer l'un des produits : l'eau ou l'ester. -Utiliser de l'un des réactifs(l'alcool ou l'acide) en excès

10 – Contrôle de l'évolution d'un système chimique
10.1 – Anhydride de l'acide carboxylique

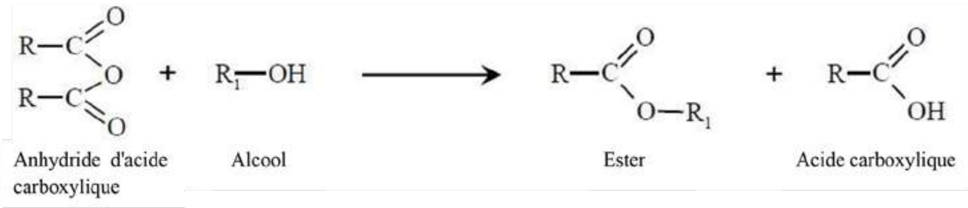
Les anhydrides d'acide sont des composés organiques de formule brute générale :



Le nom de l'anhydride se dérive de celui de l'acide carboxylique correspondant en remplaçant le mot acide par anhydride.

10.2 –Préparation d'un ester à partir d'un anhydride d'acide carboxylique

La réaction entre anhydride d'acide carboxylique et un alcool se conduit à la formation d'un ester et d'un acide carboxylique selon l'équation suivante.



Remarque : Cette réaction est rapide et totale.

10.3 –Réaction de saponification

La saponification est une réaction chimique totale entre ester et la soude (hydroxyde de sodium) .

HEM Business and Engineering School

Livret Bachelier

www.hem.ac.ma