Exercice 7

On considère la suite $(U_n)_n$ définie par :

$U_0 = 2 \;\; et \;\; U_{n+1} = 2U_n - 1$

1) montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) \;\; U_n > 1$

2) étudier la monotonie de la suite $(U_n)_n$

3) on pose $X_n = U_n - 1$

a) montrer que $(X_n)_n$ est une suite géométrique

b) déterminer U_n en fonction de n

c) calculer la somme $S_n = \sum_{k=0}^{k=n} U_k$

7pts

EXERCICE 01

Soit ABC un triangle et soit $G = Bar\{(A;2);(B;3);(C;-1)\}$.

0.5pts

0.75pts

1)Montrer que : $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ et construire le point G.

1pts

2)Soit K un point défini par $5\overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{AB}$.

0.75pts

a- Montrer que : $K = Bar\{(A;2);(B;3)\}$.

b- Montrer que $G = Bar\{(K;5);(C;-1)\}$.

2pts

c-Déduire que les points G ; K et C sont alignés.

1pts

3)Soit $H = Bar\{(B;3);(C;-1)\}$.

1pts

a-Montrer que : $G = Bar\{(H;1);(A;1)\}$.

b-Déduire l'intersection des droites (AH) et (KC).

4)Déterminer l'ensemble des points M tels que : $\frac{5}{4}\left\|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\right\|$

4pts — EXERCICE 02

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ on considère les points : $A(2;0)$; $B\left(1;\sqrt{3}\right)$

1.5pts — 1)Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB}$ et les distances AO et AB.

1.5pts — 2)Calculer $\cos\left(\overrightarrow{AO};\overrightarrow{AB}\right)$ et $\sin\left(\overrightarrow{AO};\overrightarrow{AB}\right)$.

0.5pts — 3)a-Déterminer la mesure principale de l'angle $\left(\overrightarrow{AO};\overrightarrow{AB}\right)$.

0.5pts — b-En déduire la nature du triangle ABC.

9pts — EXERCICE 03

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ on considère les points : $A(-1;2)$; $B(3;-4)$

Soit (C) l'ensemble des points M du plan vérifient : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=-4$.

1.25pts — 1)a-Montrer que : $x^2+y^2-2x+2y-7=0$ est une équation cartésienne de l'ensemble (C).

1.25pts — b-Montrer que (C) est un cercle de centre $\Omega(1,-1)$ et de rayon $R=3$.

0.5pts — 2)a-Vérifier que $K(1;2)\in(C)$.

1pts — b-Donner une équation cartésienne de la droite tangente (D) au cercle (C) au point K.

0.75pts — 3)a-Montrer que la droite (Δ) d'équation $x+y+3=0$ coupe le cercle (C) en deux points.

1.25pts — b-Déterminer les cordonnées des points d'intersection de la droite (Δ) et le cercle (C).

1.5pts — 4)Résoudre graphiquement le système : $\begin{cases} x^2+y^2-2x+2y-7<0 \\ x+y+3>0 \end{cases}$.

0.5pts — 5)a-Vérifier que le point $H(1;4)$ est situé à l'extérieur du cercle (C).

1pts — b-Donner les équations des tangentes au cercle (C) et qui passe par le point H.

Soit (u_n) la suite numérique définie par :

$$u_0 = 2 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = \frac{5u_n - 1}{u_n + 3} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

et soit f la fonction numérique définie sur $I = [1;+\infty[$

par : $$f(x) = \frac{5x-1}{x+3}$$

1) Montrer que f est strictement croissante sur I

et en déduire que : $f([1;+\infty[) \subset [1;+\infty[$

2) Montrer que : $(\forall x \in I)\ f(x) - x = -\frac{(x-1)^2}{x+3}$

puis en déduire que : $(\forall x \in I)\ f(x) \leq x$

3) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N})\ u_n > 1$

4) Montrer que la suite (u_n) est décroissante puis en

Exercice 04

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x)=\dfrac{\sqrt{2x+5}-3}{x-2}$.

① Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f.

② Étudier le signe de la fonction f sur D_f.

③ a) Montrer que la fonction f est majorée par $\dfrac{2}{3}$. Le nombre $\dfrac{2}{3}$ est-il la valeur maximale absolue de f ?

b) En déduire que la fonction f est bornée sur D_f.

Exercice 08

On considère les fonctions numériques f et g définies par : $f(x) = \dfrac{1}{3}(x^2 - 2x)$ et $g(x) = \sqrt{x-2}$.

Soit $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$ les courbes représentatives de f et g respectivement dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

① Montrer que les courbes $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$ sont sécantes aux points $A(2;0)$ et $B(3;1)$.

② Construire les courbes $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$.

③ Déterminer graphiquement $g([2;3])$ et $g([3;+\infty[)$.

④ Soit h la fonction numérique définie par : $h(x) = f \circ g(x)$.

a) Déterminer D_h l'ensemble de définition de la fonction h.

b) Étudier les variations de la fonction h.

Exercice 09

Soit la fonction numérique f définie sur l'intervalle $I = [4;24]$ par : $f(x) = \sqrt{x-4} + \sqrt{24-x}$.

① Montrer que pour tout $x \in I$: $(28-x) \in I$ et $f(28-x) = f(x)$.

② a) Étudier la monotonie de la fonction f sur l'intervalle $[4;14]$.

b) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle I.

c) En déduire une comparaison des nombres : $\sqrt{3} + \sqrt{17}$; $\sqrt{2} + \sqrt{18}$; $\sqrt{5} + \sqrt{15}$

Exercice 11

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} - x$.

① Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f.

② a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}^+$: $0 \leqslant f(x) < 1$.

b) Montrer que pour tout $x \in \left]-\infty; -2\right]$: $f(x) \geqslant 2$.

③ a) Montrer que la fonction f est strictement croissante sur $\left[0; +\infty\right[$ et décroissante sur $\left]-\infty; -2\right]$.

b) Dresser le tableau de variations de la fonction f.

Exercice 11 : Soit l'ensemble :

$(C_m) = \{M\ (x, y) \in (\mathcal{P}) / x^2 + y^2 - 2mx + 4my + 4m^2 - 1 = 0\}$

où m est un réel.

1- Montrer que pour tout m dans $\mathbb{R}$, l'ensemble (C_m) est un cercle et déterminer ses éléments.

2- Déterminer l'équation cartésienne du plus petit cercle (C_m).

3- Déterminer l'ensemble dans lequel varient les centres Ω_m quand m décrit $\mathbb{R}$

4- a) Déterminer pour quelles valeurs de m le point $A(-1,2)$ appartient-il à (C_m)

b) Soit $M_0(x_0; y_0))$ un point donné dans le plan, existent-ils toujours des réels m
qui vérifient $M_0 \in (C_m)$

5- Déterminer s'il existe l'intersection de tous les cercles (C_m)

Exercice1 : dans Le plan $(\mathcal{P})$ est rapporté à un repère orthonormé $\mathcal{R}\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ Considérons les points

$A(1;-3)$ et $B(3;7)$ et $C(-3;1)$

1)Montrer que le triangle ABC est rectangle en C

2)Calculer la surface du triangle ABC

Exercice2: dans Le plan $(\mathcal{P})$ est rapporté à un repère orthonormé $\mathcal{R}\left(O;i;j\right)$ Considérons les points

$A(5;0)$ et $B(2;1)$ et $C(6;3)$

1) Calculer $\cos\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$ et $\sin\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$

2)en déduire une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$

Exercice3 : déterminer une équation cartésienne de la droite (D) qui passe par $A(0;1)$ et qui admet $\vec{n}(2;1)$ comme vecteur normal

Exercice4 :donner un vecteur normal a la droite (D) dans les cas suivants : 1)$(D):x-2y+5=0$

2)$(D):2y-3=0$ 3)$(D):x-1=0$

Exercice9: dans Le plan $(\mathcal{P})$ est rapporté à un repère orthonormé et direct $\mathcal{R}\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ Considérons les points $A(1;-1)$ et $B(4;-1)$ et $C(-2;2)$

1) Calculer : $\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}$ et $\det\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$

2)en déduire une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$

3)Calculer la surface du triangle ABC
4)déterminer une équation cartésienne de la hauteur du triangle ABC passant par A
5)déterminer une équation cartésienne de la bissectrice de l'angle $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$

Exercice10 : déterminer l'équation cartésienne du cercle de centre $\Omega(-1;2)$ et de rayon $r=3$

Exercice11 :Déterminer L'ensemble (E) dans les cas suivants :

1) (E): $x^2+y^2-x+3y-4=0$

2)(E): $x^2+y^2-6x+2y+10=0$

3) (E): $x^2+y^2-4x+5=0$

6) Soit (v_n) la suite définie par : $v_n = \dfrac{1}{u_n - 1}$.

a) Montrer que la suite (v_n) est arithmétique de raison $r = \dfrac{1}{4}$.

b) Exprimer v_n et u_n en fonction de n.