

Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \ln(ab) + \ln\left(\frac{a}{b}\right) - \ln a^2 + \ln e$$

$$B = \ln e^2 + 2 \ln \sqrt{e} - 3 \ln\left(\frac{1}{e}\right) + 2 \ln\left(\frac{e}{2}\right) - 8 + \ln 4$$

$$C = \ln(a+b) + \ln(a-b) - \ln(a^2 - b^2)$$

avec  $a$  et  $b$  deux réels strictement positifs et  $a > b$

## EXERCICE 2

Écrire sous la forme d'une combinaison linéaire de logarithmes de deux entiers premiers les expressions suivantes :

$$A = \ln 27 - \ln 25; \quad B = \ln \frac{48}{25} - \ln \sqrt{8} + 2 \ln 5; \quad C = \ln(\sqrt{5}-2)^{2018} + \ln(\sqrt{5}+2)^{2018}$$

## EXERCICE 3

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $f$  dans les cas suivants :

$$\textcircled{1} \quad f(x) = \ln(x) + \ln(x-1) \quad \textcircled{2} \quad f(x) = \ln(x^2-1) \quad \textcircled{3} \quad f(x) = x \ln(x^2-3x+2)$$

### EXERCICE 13

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes:

$$\boxed{1} \sim \ln(2x-1) - \ln(x) \leq 0 \quad \boxed{2} \sim \ln(3x-2) \geq 2\ln(x) - \ln(2x-1)$$

### EXERCICE 14

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes:

$$\boxed{1} \sim \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) \leq 0 \quad \boxed{2} \sim \ln\left(\frac{2x-1}{x-3}\right) > 1$$

### EXERCICE 15

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes:

$$\boxed{1} \sim \frac{\ln(x)+1}{1-\ln(x)} \geq 0 \quad \boxed{2} \sim \ln^2(x) - \ln(x) - 2 \geq 0$$

### EXERCICE 16

Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  les deux systèmes:

$$(S_1): \begin{cases} 3\ln(x) + 2\ln(y) = 7 \\ 2\ln(x) + 3\ln(y) = 8 \end{cases} \quad (S_2): \begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ \ln(x) + \ln(y) = -\ln 3 \end{cases}$$

**EXERCICE 20**

Déterminer les limite suivantes:

$$\boxed{1} \lim_{x \rightarrow +\infty} x + \ln(x) \quad \boxed{2} \lim_{x \rightarrow +\infty} x - \ln(x) \quad \boxed{3} \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - \ln(x)$$

**EXERCICE 21**

Déterminer les limite suivantes:

$$\boxed{1} \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - x \ln(x) \quad \boxed{2} \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - \ln^2(x) \quad \boxed{3} \lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln(x) - \ln^2(x)$$

**EXERCICE 22**

Déterminer les limite suivantes:

$$\boxed{1} \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - \ln(x)) \ln(x) \quad \boxed{2} \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - x) \ln(x) \quad \boxed{3} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{1 - \ln(x)}$$

**EXERCICE 23**

Déterminer les limite suivantes:

$$\boxed{1} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \ln(x)}{x - \ln(x)} \quad \boxed{2} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^2(x)}{x} \quad \boxed{3} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^n(x)}{x}$$

**EXERCICE 24**

Déterminer les limite suivantes:

$$\boxed{1} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \ln^2(x)}{x+1} \quad \boxed{2} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x-3)}{2x-1} \quad \boxed{3} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2+1)}{x}$$

### EXERCICE 25

Déterminer les limite suivantes:

$$\boxed{1} \sim \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(x^2+1)}{x} \quad \boxed{2} \sim \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x\sqrt{x}-1)}{2x-1} \quad \boxed{3} \sim \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(\ln(x))}{x}$$

### EXERCICE 26

Déterminer les limite suivantes:

$$\boxed{1} \sim \lim_{x \rightarrow 0^+} x - \ln(x) \quad \boxed{2} \sim \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} - \ln(x) \quad \boxed{3} \sim \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} + \ln(x)$$

### EXERCICE 27

Déterminer les limite suivantes:

$$\boxed{1} \sim \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(\sin x) \quad \boxed{2} \sim \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \ln(1 - \cos x) \quad \boxed{3} \sim \lim_{x \rightarrow 0} \tan^2(x) \ln(1 - \cos x)$$

### EXERCICE 28

Déterminer les limite suivantes:

$$\boxed{1} \sim \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln^2(x) + \ln(x) \quad \boxed{2} \sim \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln^2(x) \quad \boxed{3} \sim \lim_{x \rightarrow 0^+} x (1 - \ln(x))^2$$

### EXERCICE 7

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes:

①  $\ln(x) = 2$     ②  $\ln(x) = -3$

### EXERCICE 8

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes:

①  $\ln(3x+1) = 0$     ②  $\ln(2-x) = -3$

### EXERCICE 9

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes:

①  $\ln(x) + \ln(x-1) = \ln(2x-3)$     ②  $\ln(2x+2) + \ln(x+4) = 3\ln 2$

### EXERCICE 10

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes:

①  $\ln(x-2) \ln(2x-3) = 0$     ②  $\ln(2x) = 2(\ln(3-x) - \ln \sqrt{x+1})$

### EXERCICE 11

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes:

①  $\ln^2(x) - 3\ln(x) + 2 = 0$     ②  $\ln^2(x) + 3\ln(x) - 4 = 0$