

Chapitre 7 : Équilibre d'un solide susceptible de tourner autour d'un axe fixe

توازن جسم صلب قابل للدوران حول محور ثابت

Situation de départ

« Un bébé peut lever un adulte → »

Quelle est la grandeur physique qui traduit ce phénomène et de quoi elle dépend ?



I-Moment d'une force par rapport à un axe fixe :

1 - Mise en évidence expérimentale du moment d'une force :

① On exerce des forces de différentes directions (D) sur l'extrémité d'une porte, observer puis remplir Le tableau suivant :

Forces	\vec{F}_1	\vec{F}_2	\vec{F}_3
Situations			
Observations	La porte ne tourne pas autour de l'axe (Δ)	La porte ne tourne pas autour de l'axe (Δ)	La porte tourne autour de l'axe (Δ)

② Quelle force est capable de tourner la porte autour de l'axe (Δ) de la porte ? Elle est comment sa Direction (D) par rapport à l'axe (Δ) ?

C'est La force \vec{F}_3 ; sa direction (D) n'est pas parallèle à l'axe de rotation (Δ) et ne se croise pas avec lui

③ On note d la distance séparant l'axe fixe de rotation de (Δ) la porte et la direction d'une force dont l'intensité est notée F capable de Tourner cette porte autour de son axe (Δ) (DOC 1)

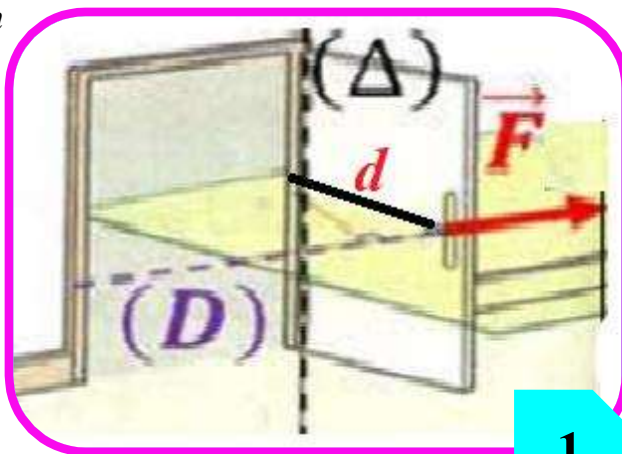
③ ① Si on fixe F ; faut il augmenter ou diminuer d Pour faciliter la rotation de la porte autour de (Δ) ?

Il faut augmenter d

③ ② Si on fixe d ; faut il augmenter ou diminuer F Pour faciliter la rotation de la porte autour de (Δ) ?

Il faut augmenter F

③ ③ La capacité ou l'efficacité d'une force \vec{F} de tourner un corps autour d'un axe fixe (Δ) de rotation est dite moment de la force et il noté $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F})$; Dédurre à partir des questions ③ ① et ③ ② l'expression de $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F})$



1

à partir des questions 3.1 et 3.2 on déduit que le moment $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F})$ est directement proportionnel à F et d donc : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = F \cdot d$

3.4 La porte peut tourner dans deux sens selon sens de la force , Modifier l'expression trouvée de $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F})$ pour tenir cette information en compte .

On fixe un sens positif de rotation et le moment de la force sera positif si cette dernière fait tourner le corps dans le sens fixé et négatif dans le cas contraire : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = \pm F \cdot d$

2 - Conclusion :

2-1 Effet d'une force sur la rotation d'un corps

une force \vec{F} peut tourner un solide autour d'un axe fixe (Δ) si sa ligne d'action n'est pas **parallèle** à l'axe (Δ) et **ne se croise pas avec lui**.

2-2 Définition de Moment d'une force

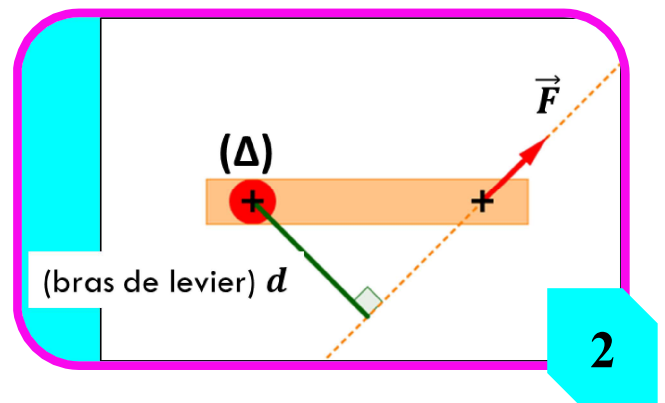
Le moment d'une force \vec{F} par rapport un axe fixe (Δ) est une grandeur physique algébrique traduisant la capacité de \vec{F} à produire une rotation d'un solide autour de cet axe

2-3 Expression du Moment d'une force

Le moment d'une force \vec{F} par rapport un axe fixe (Δ) est noté $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F})$ et il est égale au produit de l'intensité F de cette force et la **distance d** entre sa ligne d'action et l'axe de rotation (Δ) :

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = \pm F \cdot d$$

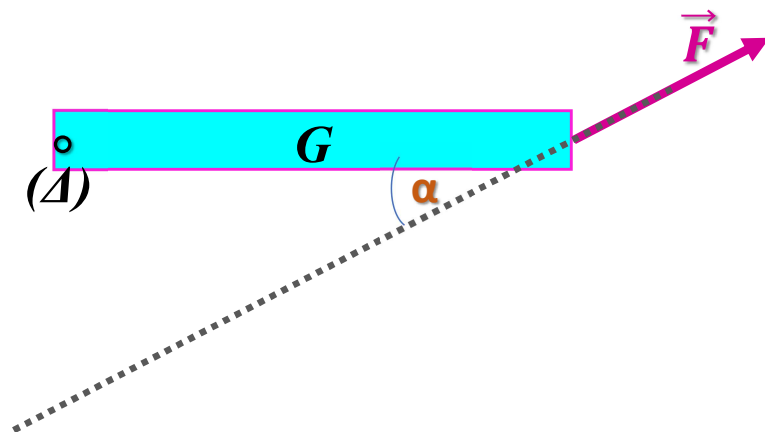
- l'unité SI de $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F})$ est N.m
- La distance d est appelée « bras de levier » et elle correspond à la longueur de segment passant par l'axe de rotation (Δ) et perpendiculaire à la ligne d'action de \vec{F} (DOC 2)



Application

Une barre homogène de centre d'inertie G , de masse $m=300g$ de longueur $L=2m$, susceptible de tourner autour d'un axe (Δ) fixé à son extrémité gauche ; On exerce à l'autre extrémité de la barre une force \vec{F} dont la Ligne d'action est inclinée par rapport à lui avec un angle $\alpha=30^\circ$ (figure ci-dessous) On donne : $F=3N$ et $g=10N/Kg$.

1. Etablir le bilan des forces exercées sur la barre et les représenter sans souci d'échelle sur la figure



2. Fixer un sens positif et calculer les moment de toutes les forces

II-Théorème des moments :

1-Activité expérimentale

- **Objectif:**

Vérifier le théorème des moments (2^{ème} condition d'équilibre)

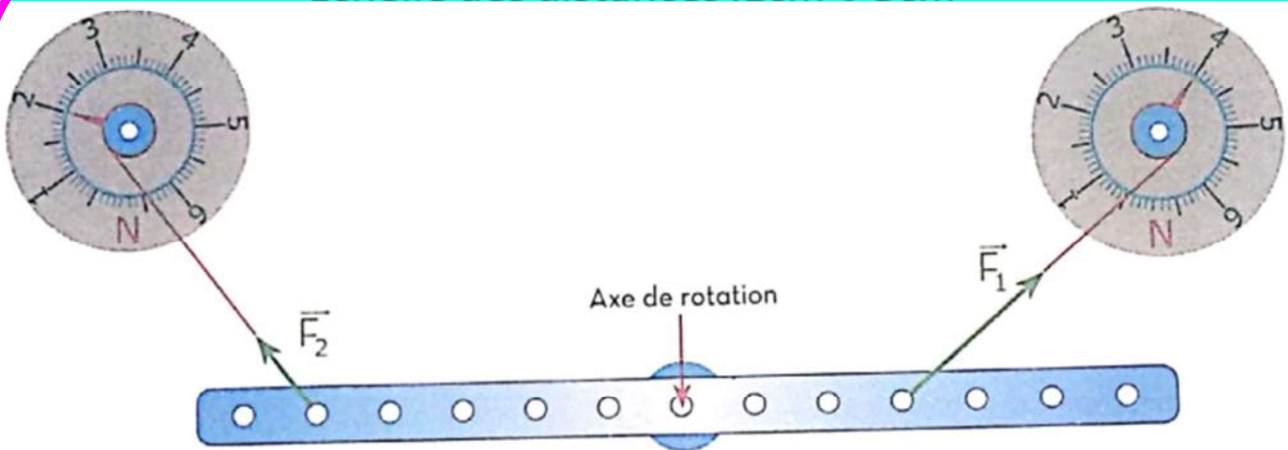
- **Matériel :**

Barre métallique à trous – deux dynamomètres – fils

- **Manipulation :**

Réaliser à l'aide de deux dynamomètres **l'équilibre** de la barre susceptible de tourner autour d'un axe fixe (Δ) et passant par son centre de gravité Comme il est indiqué sur le DOC 3

Échelle des distances : 1cm \rightarrow 5cm



3

① Etablir le bilan des forces exercées sur la barre

② Préciser les forces à moment nul par rapport et par rapport à et nul à (Δ)

$$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P}) = \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{R}) = 0$$

car les lignes d'actions de \vec{P} et \vec{R} se croisent avec l'axe (Δ).

③ Choisir un sens positif de rotation et compléter le remplissage de tableau suivant :

Forces	Intensité	bras de levier d	Moment par rapport à (Δ)
\vec{F}_1			
\vec{F}_2			

④ Calculer la somme algébrique des moments de toutes les forces par rapport à (Δ) et conclure

.....

.....

.....

2-Énoncé de théorème des moments

Lorsqu'un corps solide pouvant tourner autour d'un axe fixe (Δ) est en équilibre, alors la somme algébrique de moments de toutes les forces appliquées à lui par rapport à cet axe est **nulle**.

$$\sum \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = 0$$

Remarque :

📌 ce théorème est dit également la 2^{ème} condition d'équilibre d'un solide .

3-Conditions générales d'équilibre d'un solide

Pour qu'un un corps solide pouvant tourner autour d'un axe fixe (Δ) soit en équilibre soumis à l'action de n Forces ;ces forces doivent satisfaire les deux conditions générales suivantes :

✓ 1^{ère} condition :la somme vectorielle de toutes ces forces doit être nulle :

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0} \quad (\text{Immobilité du centre de gravité } G)$$

✓ 2^{ème} condition: la somme algébrique des moments par rapport à (Δ) de toutes ces forces par doit être nulle : $\sum_{i=1}^n \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_i) = 0$ (absence de rotation autour de l'axe (Δ))

III-Le moment d'un couple de deux forces :

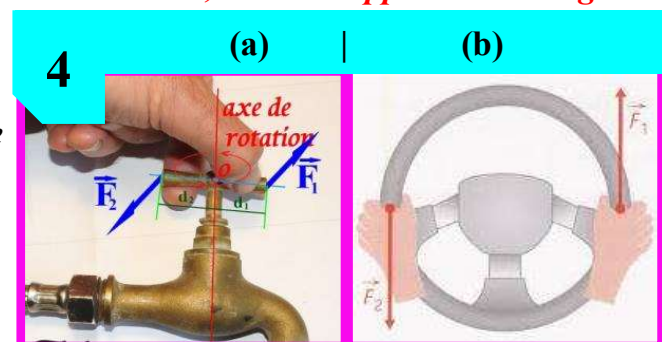
1-Couple de deux forces

On dit que deux forces forment un couple ,s'elles ont **la même intensité** , **des sens opposés** et **des lignes d'action parallèles** .

Exemples

■ Lorsque on ouvre le robinet on exerce sur lui un couple de deux forces (DOC 4/a)

■ Lorsque on conduit une véhicule on exerce un couple de deux force sur son volant (DOC 5/b)



2-Activité expérimentale

2-1 Activité expérimentale

• **Objectif:**

Trouver l'expression de moment d'un couple de deux forces

• **Matériel :**

□ Barre métallique trouées de masse – 3 dynamomètres à fil

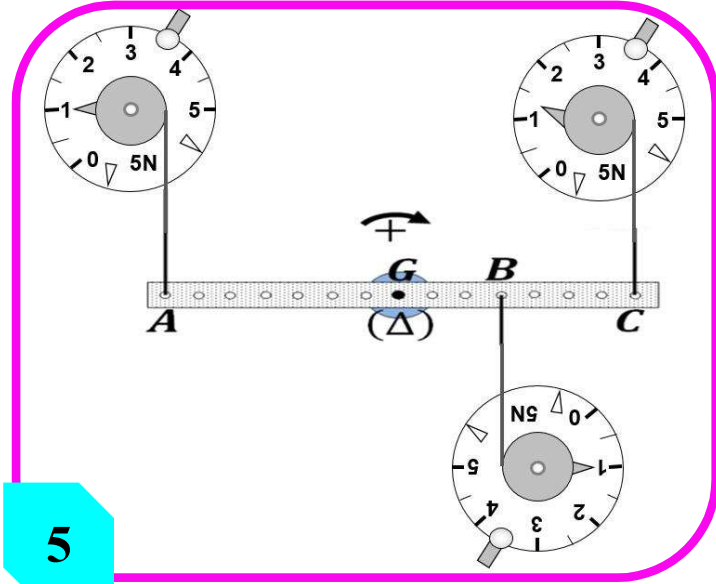
□ **Manipulation :**

Réaliser **l'équilibre** de la barre susceptible de tourner autour d'un axe fixe (Δ) et passant par son centre de gravité à l'aide des 3 dynamomètres comme il est indiqué sur le DOC 5

On donne : $AB=19\text{cm}$ et $AG=GC=13,6\text{cm}$

① Faire l'inventaire des forces exercées sur la barre et les représenter sans souci d'échelle sur la figure

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



5

② Parmi ces forces lesquelles forment un couple de deux forces ? Justifier votre réponse .

.....
.....

③ Exprimer le moment noté \mathcal{M}_C de couple de ces deux forces en fonction de leur intensité commune et de la distance séparant leurs lignes d'action et calculer sa valeur

.....
.....

④ Si on change la position de l'axe (Δ) de rotation de la barre , \mathcal{M}_C va-t-il changer de valeur ?

.....
.....

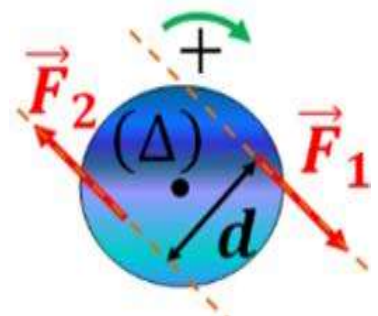
⑤ Vérifier par calcul la 2^{ème} condition d'équilibre (Théorème des moments) pour cette barre

.....
.....

2-2 Conclusion

Le moment d'un couple de deux forces \vec{F}_1 et \vec{F}_2 , noté \mathcal{M}_C par rapport à un axe fixe de rotation **ne dépend pas** de la **position** de cet axe ; il dépend seulement de **l'intensité commune F** de ces deux forces et de la distance **d** entre **leurs lignes d'action** :

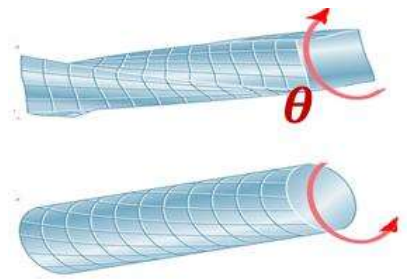
$$\mathcal{M}_C = \pm F \cdot d$$



IV- Moment d'un couple de torsion :

1-Couple de torsion

On torsade un fil métallique en exerçant un couple de deux forces ; dès qu'on supprime ce couple Le fil **reprend sa forme initiale** en exerçant un **couple de torsion** dont le **moment est noté \mathcal{M}_T**



2-Expression de moment d'un couple de torsion

2-1 Activité expérimentale

On utilise l'appareil de torsion (DOC6) pour trouver l'expression de moment de torsion. On pose deux masses identiques sur chacune des plateaux de l'appareil pour créer un couple qui nous permet par l'intermédiaire de la barre de torsader le fil métallique. On augmente la valeur de ces masses et on note l'angle de torsion θ du fil correspondant à chaque valeur de ces masses (DOC 7)

1 Donner l'expression de moment de couple \mathcal{M}_c créé par les deux masses en fonction de m , g et d ($d=A_1A_2$)

.....

.....

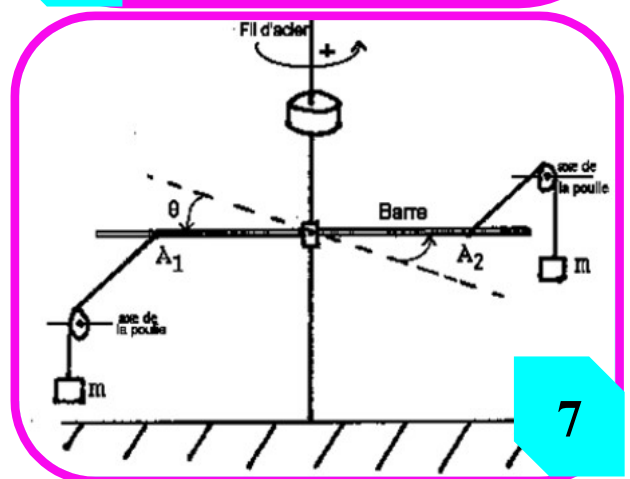
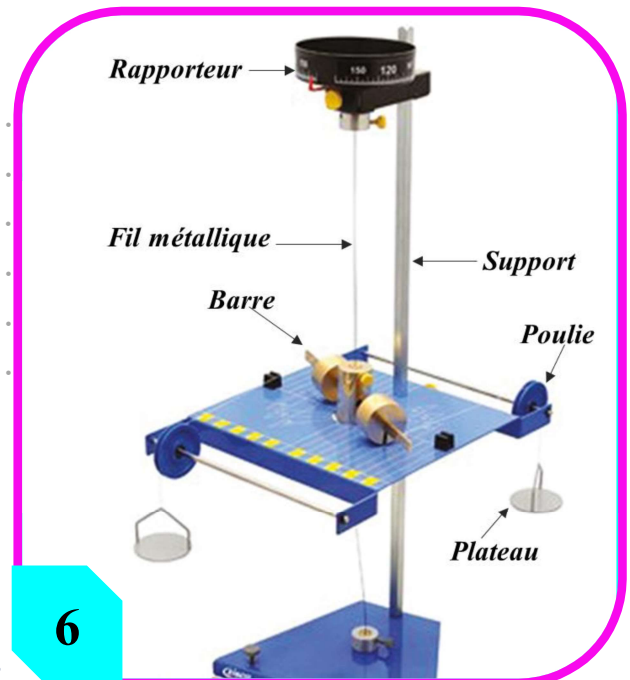
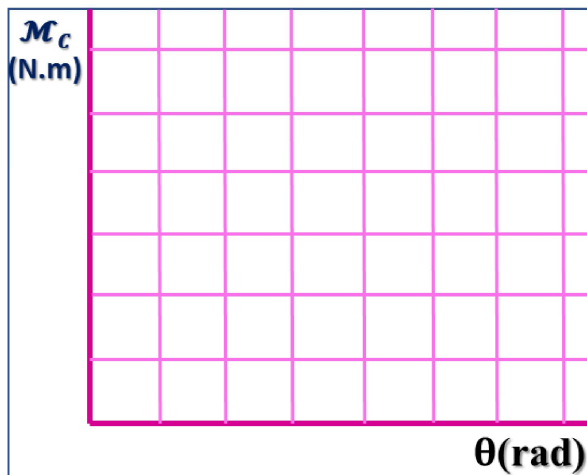
.....

2 Compléter le remplissage de tableau suivant ($d=2cm$)

$m(Kg)$	0,05	0,10	0,15	0,20
$\mathcal{M}_c(N.m)$	0,01	0,02		
$\theta(rad)$	0,24	0,48	0,72	0,96

3 Tracer $\mathcal{M}_c=f(\theta)$ et déterminer l'équation de la courbe

Obtenue



4 La barre est en équilibre : en appliquant le théorème des moments exprimer \mathcal{M}_T en fonction de θ

2-2 Conclusion

Le moment \mathcal{M}_T (en N.m) de couple de torsion d'un fil métallique est proportionnel à sa **constante de torsion C** (en N.m/rad) (elle dépend de sa nature et ses dimensions) et de **l'angle avec lequel on le torsade θ** (en rad) :

$$\mathcal{M}_T = - C\theta$$

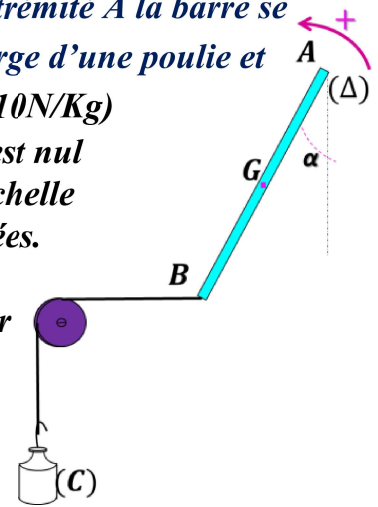
Exercice 1

Utilisation des 2 conditions d'équilibre



La figure ci-après représente une barre homogène (AB) de masse $m=0,2\text{Kg}$ et de longueur L et pouvant tourner sans frottement autour d'un axe fixe (Δ), passant par son extrémité A la barre se trouve en équilibre par l'intermédiaire d'un fil horizontal passant par la gorge d'une poulie et attaché à un corps (C) de masse m' à son extrémité (on donne : $\alpha=45^\circ$ et $g=10\text{N/Kg}$)

- ① Que représente physiquement le moment d'une force et dans quel cas il est nul
- ② Faire le bilan des forces exercées sur (AB) et les représenter sans souci échelle
- ③ Exprimer les moments des forces par rapport à (Δ) en fonction des données.
- ④ En appliquant la 2^{ème} condition d'équilibre sur (AB) trouver l'expression de l'intensité de la tension de fil en fonction de m , g et α et calculer sa valeur
- ⑤ En appliquant la 1^{er} condition d'équilibre (méthode géométrique) sur (AB) trouver les caractéristiques de la réaction de l'axe (Δ)
- ⑥ En utilisant la 1^{ère} condition d'équilibre sur (C) et l'expression trouvée à la question ④ montrer que : $m' = \frac{m \cdot \tan(\alpha)}{2}$ et calculer sa valeur



Exercice 2

La balançoire



Ali et Omar se placent sur une balançoire mobile autour d'un axe fixe (Δ), passant par son centre de gravité. elle mesure $L=8\text{m}$ de long. Ali s'assied à l'extrémité. Il a une masse de 35 kg. Omar a une masse de 40 kg. (on donne : $g=10\text{N/Kg}$)

- ① Etablir l'inventaire des forces exercées sur la balançoire lorsque elle est en position d'équilibre horizontale et les représenter sans souci d'échelle
- ② À quelle distance de l'axe (Δ), doit-il s'asseoir Omar pour que la balançoire soit en position d'équilibre horizontale ?
- ③ Omar veut aussi s'asseoir à l'autre extrémité de la balançoire Tout en gardant cette dernière en position d'équilibre horizontale ; Pour cela Ali a posé sa cartable de masse m sur la balançoire à une distance $d=2,5\text{m}$ de l'axe (Δ) Dans sa coté . Calculer La valeur de m .



Exercice 3

Torsion d'un fil de cuivre



On fixe au centre de gravité G d'une barre homogène (AB) de longueur $L=50\text{cm}$ un fil de cuivre de constante de torsion C et torsadé avec un angle $\theta = 30^\circ$ la barre est en équilibre grâce à deux poulies liées à ses extrémités l'une est attachée à un Corps (C) (en équilibre) de masse $m=200\text{g}$ et l'autre est liée à un ressort de constante de raideur $K=50\text{N/m}$ allongé avec 4cm.

- ① Calculer les intensités des tensions des deux fils accrochés aux extrémités A et B de la barre (on donne $g=10\text{N/Kg}$)
- ② Montrer que ces deux tensions forment un couple
- ③ Calculer la valeur du moment \mathcal{M}_C de ce couple
- ④ Rappeler l'expression du moment \mathcal{M}_T de couple torsion du fil
- ⑤ En appliquant le théorème des moments sur (AB) exprimer \mathcal{M}_C en fonction de \mathcal{M}_T .
- ⑥ En déduire la valeur de la constante C de torsion de ce fil. De quoi dépend elle ?

