Prof oulahri	Chapitre 6 : Calcul trigonométrique 13-01-2025

Exercice 1:

$(\forall x \in \mathbb{R})$ on pose $P(x) = sin(2x) + cos(2x) - 1 + sinx - cosx$

1) a) Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R})$

$\otimes$ $sin(2x) + cos(2x) - 1 = 2sinx.(cosx - sinx)$

$\otimes$ $cosx - sinx = \sqrt{2}cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

b) En déduire que $P(x) = \sqrt{2}\left(2\sin(x) - 1\right) \times \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

2) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$

b) En déduire les solutions de l'équation $P(x) = 0$ dans l'intervalle $[0; 2\pi]$

Exercice 02

Soit $x \in \mathbb{R}$

1) Transformer en produit les expressions suivantes :

$\oplus A(x) = \cos(x) + \cos(3x)$ **;** $\oplus B(x) = \cos(2x) + \cos(4x)$

2) En déduire que : $A(x) + B(x) = 4cos(x)cos\left(\frac{x}{2}\right)cos\left(\frac{5x}{2}\right)$

3) Montrer que

$sinx + sin2x + sin3x + sin4x = 4cos(x) \times cos\left(\frac{x}{2}\right) \times sin\left(\frac{5x}{2}\right)$

Exercice 3:

$(\forall x \in \mathbb{R})$ on pose : $P(x) = \sqrt{3}cos(3x) + sin(3x) - \sqrt{3}cosx - sinx$

1) Montrer que $P(x) = 2cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) - 2cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$

2) Montrer que $P(x) = -4sinx.sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$

4) En déduire les solutions de l'équation $P(x) = 0$ dans l'intervalle $[0; 2\pi]$

Exercice 04:

$(\forall x \in \mathbb{R})$ on pose : $A(x) = \sqrt{3}sin(4x) - 8sin^2x.cos^2x$

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2\cos(x) - 1 = 0$

2) Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}); 1 - cos(4x) = 8sin^2x.cos^2x$

3) En déduire que : $(\forall x \in \mathbb{R}); A(x) = 2cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $A(x) = 0$

5) Résoudre dans $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$ l'inéquation $A(x) \leq 0$