Exercice 07

Soit ABCD est un carré de centre O tel que $\overline{(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD})} \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

Soit r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et les points M ; N et P tel que $r(B) = M$; $r(C) = N$ et $r(D) = P$

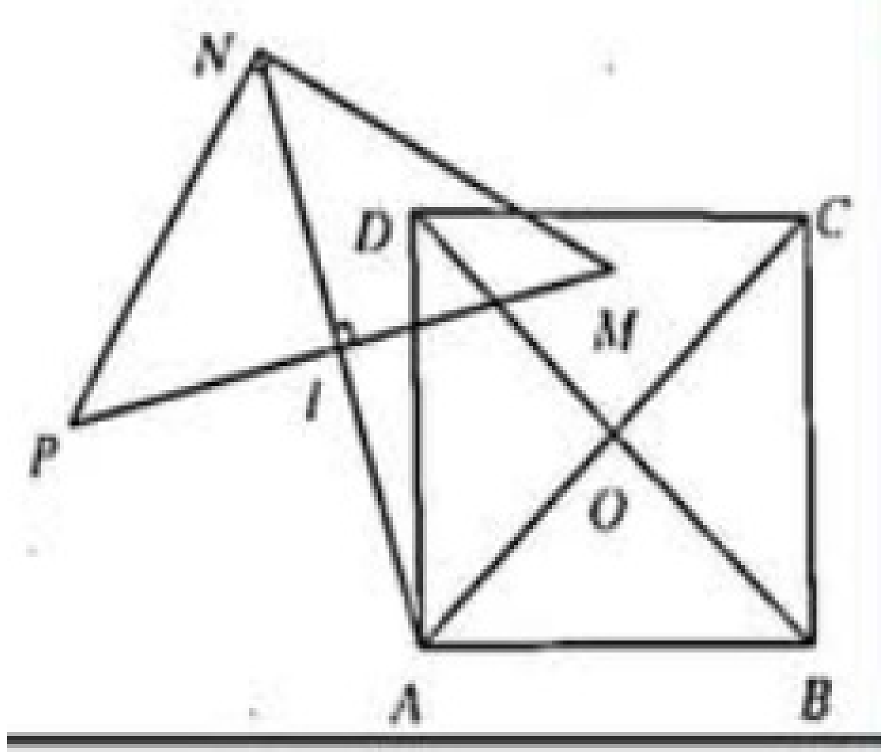
1)Construire les points M ; N et P

2)Montrer que $NM = PN$ et $\overline{(\overrightarrow{NP};\overrightarrow{NM})} \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ puis en déduire la nature du triangle MNP

3)Montrer que $(MP) \perp (AN)$

4) Soit I un point tel que $(MP)\cap(AN) = \{I\}$

Montrer que $r(O) = I$ puis en déduire la nature de triangle OAI



Exercice 05

Soit(C) un cercle de centre O et A un point appartient au cercle (C)

1) Construire le cercle (C') l'image de cercle (C) par la rotation r de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$

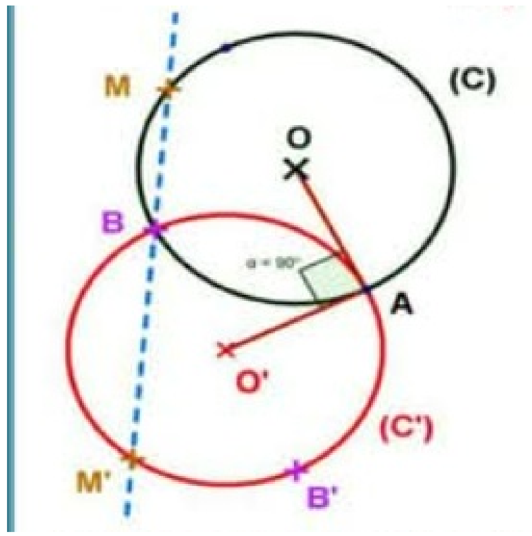
2) Soient A et B les point d'intersections des cercles (C) et (C')

Et un point M appartient au cercle (C)

d) Construire les points M' et B' tels que $r(M) = M'$ et $r(B) = B'$

e) Montrer que $(BM) \perp (B'M')$ et que $(BM') \perp (B'M')$

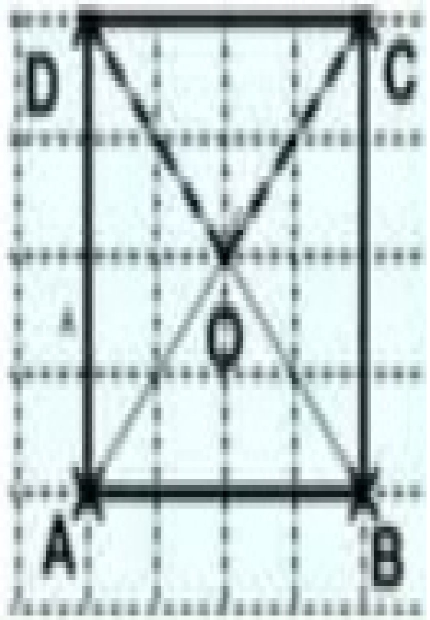
f) En déduire que les points M ; B et M' sont alignés



Exercice 01

$ABCD$ un carré de centre O tel que : $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

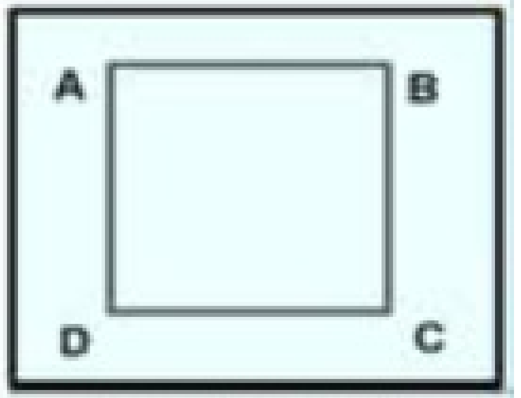
Soit r_A la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.



1) Déterminer $r_A(A)$; $r_A(B)$ et $r_A(D)$
2) Déterminer l'angle de rotation r_O de centre O qui transforme A en B
3) Déterminer l'angle de rotation r_O de centre O qui transforme A en C

Solution

Exercice 06



$ABCD$ un carré , à l'extérieur du carré on construit un triangle équilatéral DCJ et à l'intérieur du carré on construit un triangle équilatéral BCI

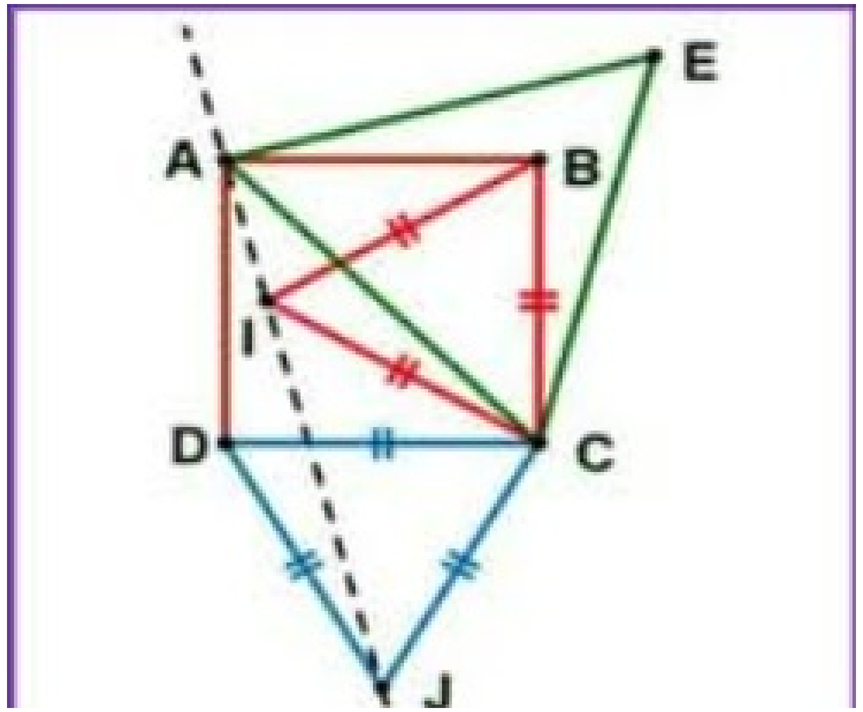
1) Construire une figure

2) Soient E un point tel que le triangle ACE est équilatéral avec B à l'intérieur de ce triangle

Soit r_C la rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

Déterminer $r_C(D)$; $r_C(B)$ et $r_C(E)$

3) En déduire que les points A ; J et I sont alignés



Exercice 6

Soit f la fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - x} & ; \ x < 1 \\ f(x) = \dfrac{-2x + k}{\sqrt{x^2 + 2} + 1} & ; \ x \geq 1 \end{cases}$$

a) calculer les limites $\lim\limits_{x \to +\infty} f_m(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

b) calculer la limite $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x)$

c) calculer $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$ puis déduire b

pour que f admette une limite en $a = 1$

a) Calculer $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{(ax+1)^2 - 1}{x}$

b) montrer par récurrence que

$$\lim_{x \to 0} \frac{(ax+1)^n - 1}{x} = na \text{ , } a \in \mathbb{R}^*$$

c) en déduire $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\left(11x+1\right)^{157} + \left(3x-1\right)^{97}}{x}$

Exercice 9

Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to+\infty} x^2\left(1-\cos\frac{1}{x}\right) \quad , \quad \lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{\tan x}-\sqrt{\sin x}}{x^2\sqrt{x}}$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{7-x}}{\sqrt{2x+3}-\sqrt{15-2x}} \quad , \quad \lim_{x\to 0}\frac{x^2}{1-\sqrt{\cos x}}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{4-x}}{x-1} \quad , \quad \lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+3}-x-1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{2}}$$

$$\lim_{x\to 5}\frac{\sqrt{x+4}-\sqrt{x-4}-2}{\sqrt{x-1}-2}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x-\sqrt{x}+1}-\sqrt{x-1} \quad ; \quad \lim_{\substack{x\to 0\\ x>0}} xE\left(\frac{4}{x^2}\right)$$

$$\lim_{x\to\sqrt{2}}\frac{(1-x^2)\sqrt{x^2+2}+2}{x^2-2} \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty}\frac{E\left(\sqrt{x}\right)}{x+1}$$

Montrer que

$$\lim \frac{1}{x}E(x)=1 \quad , \quad \lim x^2E\left(\frac{1}{x}\right)=-\infty$$

Les limites

Exercice 8

Soit la fonction $f(x) = \dfrac{\sin x + E(x)}{x}$

a) montrer que $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 1$

b) calculer $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$

c) montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}^{+*})\ \ |f(x) - 1| \leq \dfrac{2}{x}$

en déduire la limite $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

Exercice 13

Soit f la fonction définie par :

$$f(x)=\frac{1-\cos x\cos 2x\cos 3x}{x^2}$$

1) vérifier que

$$\frac{1-\cos x\cos 2x}{x^2}=\frac{1-\cos x}{x^2}+\cos x\frac{1-\cos 2x}{x^2}$$

Et calculer $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x\cos 2x}{x^2}$

2) en déduire que $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=7$

Déterminer les limites suivantes :

$\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}}\dfrac{2x+3}{x^2-1}$	$\lim\limits_{\substack{x\to\frac{1}{2}\\x>\frac{1}{2}}}\dfrac{4x-3}{2x-1}$	$\lim\limits_{\substack{x\to-3\\x>-3}}\dfrac{2x+1}{x^2-9}$
$\lim\limits_{\substack{x\to-2\\x<-2}}\dfrac{x(x+3)}{(x-1)(x+2)}$	$\lim\limits_{\substack{x\to0\\x<0}}\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{x+2}{x^2}\right)$	$\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}}\dfrac{2x^2-x+3}{x^2-x}$
$\lim\limits_{\substack{x\to2\\x>2}}\dfrac{\sqrt{x-2}}{x^2-2x}$	$\lim\limits_{\substack{x\to0\\x<0}}\dfrac{x+2-2\sqrt{x+1}}{x^2}$	$\lim\limits_{\substack{x\to3\\x>3}}\dfrac{\sqrt{x-3}+x^2-9}{x-3}$

Exercice (4)

Calculer les limites

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x+2\sin x}{2\tan 3x-x}$	$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{4x-\sin 2x}{x+\tan 3x}$	$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos 3x}{x^2}$
$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos x-1}{x\sin 3x}$	$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x^2}$	$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos x+\cos 3x-2}{x^2}$
$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2\sin x-\sin 2x}{x^3}$	$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sin(\pi x)}{x-1}$	$\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{1+\cos x}{\sin x}$
$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1+\sin x}{1-\cos x}$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin x}{x}$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3-2\cos x}{x^2+1}$
$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-3\sin x}{2\cos 3x-5x}$	$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos ax-\cos bx}{x^2}$	$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1+\cos x}{\sin x}$