## Fonction exponentielle népérienne :

- **Définition :**

La fonction **exponentielle népérienne**, notée $\exp$, est la fonction réciproque de la fonction $ln$. On pose : $\forall x \in \mathbb{R} \quad \exp(x) = e^x$

- **Conséquences et propriétés :**

| | |
|---|---|
| $\forall x \in \mathbb{R} \quad e^x > 0$ <br> $\forall x \in \mathbb{R} \quad ln\left(e^x\right) = x$ | $\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R} \quad e^x \times e^y = e^{x+y}$ |
| $\forall x \in \left]0, +\infty\right[ \quad e^{lnx} = x$ | $\forall x \in \mathbb{R} \quad \left(e^x\right)^r = e^{rx} \quad (r \in \mathbb{Q})$ |
| $\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \left]0; +\infty\right[$ <br> $e^x = y \Leftrightarrow x = lny$ | $\forall x \in \mathbb{R} \quad \dfrac{1}{e^x} = e^{-x}$ |
| $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$ <br> $e^x > e^y \Leftrightarrow x > y$ | $\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R} \quad \dfrac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$ |

- **Domaine de définition :**

| $f$ une fonction numérique de la variable réelle $x$ définie par : | Domaine de définition de $f$ : |
|---|---|
| $f(x) = e^x$ | $D_f = \mathbb{R}$ |
| $f(x) = e^{u(x)}$ | $D_f = \left\{x \in \mathbb{R} \,/\, x \in D_u\right\}$ |

- **Limites usuelles :**

| | | |
|---|---|---|
| $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$ | $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{e^x}{x^n}\right) = +\infty$ | $(n \in \mathbb{N}^*)$ |
| $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$ | $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(x^n e^x\right) = 0$ | |
| $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$ | | |

- **Continuité:**

La fonction $x \mapsto e^x$ est continue sur l'intervalle $\mathbb{R}$

Si $u$ est une fonction continue sur un intervalle I alors la fonction $x \mapsto e^{u(x)}$ est continue sur I

1

# exponentielle

## La fonction exponentielle

la fonction reciproque de ln.

on la note : exp

$$\exp(x) = e^x$$

## Proprietes

1. $y = e^x \iff x = \ln(y)$
2. $(\forall x \in \mathbb{R})$ ; $e^x > 0$
3. $e^{\ln(x)} = x$ et $\ln(e^x) = x$
4. Même proprietes des puissantes

$$e^x \cdot e^y = e^{x+y} \quad ; \quad \frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$$

$$e^{-x} = \frac{1}{e^x} \quad ; \quad (e^x)^y = e^{x \cdot y}$$

$$e^0 = 1 \quad ; \quad e^1 = e \ (\simeq 2,7)$$

## les limites de L'exp

1. $\lim\limits_{-\infty} e^x = 0$ , 3. $\lim\limits_{+\infty} e^x = +\infty$
2. $\lim\limits_{x \to -\infty} x^n e^x = 0$ , 4. $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$
5. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

## La dérivee de $x \to e^{U(x)}$

Si $U$ est dérivable sur un ensemble $D$

$$(\forall x \in D), \ \left(e^{U(x)}\right)' = U'(x) \cdot e^{U(x)}$$

$$(e^x)' = e^x$$

## Application

Résoudre L'equation

$$e^{x^2+2x} = 1$$

$$\iff e^{x^2+2x} = e^0$$

$$\iff x^2 + 2x = 0$$

$$\iff x(x+2) = 0$$

$$\iff x = 0 \text{ ou } x + 2 = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } x = -2$$

$$S = \{-2, 0\}$$

Résoudre

$$e^{x+1} = 2$$

$$\iff \ln(e^{x+1}) = \ln(2)$$

$$\iff x + 1 = \ln(2)$$

$$\iff \boxed{x = \ln(2) - 1}$$

page ②

$e^{x-2} \geq 1$

$\Leftrightarrow \ln(e^{x-2}) \geq \ln(1)$

$\Leftrightarrow x-2 \geq 0$

$\Leftrightarrow x \geq 2$


$S = [2, +\infty[$

→ $e^{-x+3} \geq 3$

$\Leftrightarrow \ln(e^{-x+3}) \geq \ln(3)$

$\Leftrightarrow -x+3 \geq \text{Ln}(3)$

$\Leftrightarrow -x \geq \ln(3) - 3$

$\Leftrightarrow x \leq -\ln(3) + 3$

$S = ]-\infty, -\ln(3)+3]$

→ simplifier

• $e^{\ln(3)} = 3$, $e^{-\text{Ln}(2)} = \dfrac{1}{e^{\text{Ln}(2)}} = \dfrac{1}{2}$

• $\dfrac{e^3}{e^{-2}} = e^{3-(-2)} = e^5$

• $\dfrac{e^1}{e^{\text{Ln}(2)}} = \dfrac{e}{2}$

→ **les limites**

calculer les limites suivantes

• $\lim\limits_{x\to-\infty} (x^2+x)e^x$  F.I

$= \lim\limits_{x\to-\infty} x^2.e^x + xe^x = 0$

car $\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty} x^2 e^x = 0 \\ \lim\limits_{-\infty} xe^x = 0 \end{cases}$

• $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^2+1}$  on a F.I

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \underbrace{\dfrac{e^x}{x^2}}_{+\infty} \cdot \dfrac{1}{\left(1+\underbrace{\frac{1}{x^2}}_{0}\right)}$

$= +\infty$

car $\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^2} = +\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x^2} = 0 \end{cases}$

→ $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{2x}-1}{x}$

on a F.I

$= \lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{2x}-1}{2x} \cdot 2$

$= 1 \times 2 = 2$

page ③

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x}{e^x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{\frac{e^x}{x}} = 0$$

$+\infty$

car $\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

→ Calculer $f'(x)$ dans chaque

- $f(x) = x \cdot e^x$

$(UV)' = U'V + V'U$

$$f'(x) = (x)' \cdot e^x + (e^x)' \cdot x$$
$$= 1 \cdot e^x + e^x \cdot x$$
$$= e^x(1+x)$$

- $f(x) = \frac{e^x}{x}$

$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - V'U}{V^2}$

$$f'(x) = \frac{(e^x)' \cdot x - (x)' e^x}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{e^x \cdot x - 1 \cdot e^x}{x^2}$$
$$= \frac{(x-1)e^x}{x^2}$$

$\frac{a}{b}$ $\frac{b}{a}$

$\frac{2}{3} = \frac{1}{\frac{3}{2}}$

→ $f(x) = e^{x^2}$

$(e^{U(x)})' = U'(x) \cdot e^{U(x)}$

$$f'(x) = (x^2)' \cdot e^{x^2}$$
$$= (2x)\, e^{x^2}$$

- **Dérivabilité :**

la fonction $x \mapsto e^x$ est dérivable sur $\mathbb{R}$

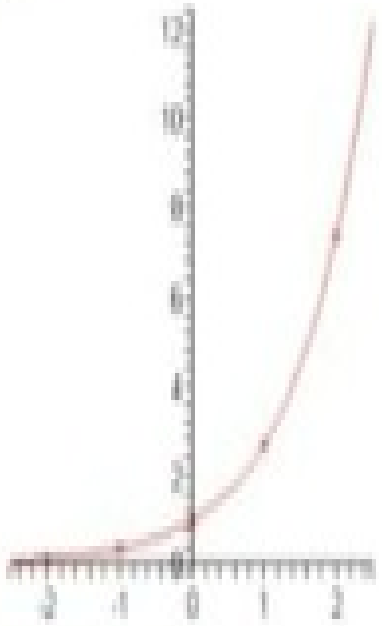
et on a: $\forall x \in \mathbb{R} \quad \left(e^x\right)' = e^x$

Si $u$ est une fonction est dérivable sur un intervalle $I$

alors la fonction $x \mapsto e^{u(x)}$ est dérivable sur $I$

et on a: $\forall x \in I \quad \left(e^{u(x)}\right)' = u'(x) \times e^{u(x)}$

- **Représentation graphique de exp :**



**Ex 1 :** Determiner le domaine de définition des fonctions suivantes :

① $f(x) = e^{x^2-1}$ ② $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ ③ $f(x) = e^{\sqrt{x}}$

④ $f(x) = \frac{1}{e^x-1}$ ⑤ $f(x) = \ln(e^x-1)$ ⑥ $f(x) = e^{\frac{1}{3-\ln x}}$

---

**Ex 2 :** Simplifier les expressions suivantes :

① $e^{\ln 3}$ ; ② $\ln e^4$ ; ③ $e^{-\ln x}$ ; ④ $e^{\frac{1}{2}\ln 8}$

⑤ $e^{2\ln 3}$ ; ⑥ $e^{1+\ln 2}$ ; ⑦ $e^{3-\ln 2}$ ; ⑧ $e^x . e^{-2x}$

⑨ $e^{3x}.e^{-3x+1}$ ; ⑩ $e^{1-x}.e^{2x+3}$ ; ⑪ $(e^{-x})^4(e^x)^{-3}$ ; ⑫ $e^{3x}.e^{-3x+1}$

---

① $f(x) = e^{x^2-1}$

$D_f = \mathbb{R}$ ( car $x \longrightarrow x^2-1$ polynome)

② $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$

$D_f = \mathbb{R}^*$

③ $f(x) = e^{\sqrt{x}}$

$D_f = \mathbb{R}^+ = [0, +\infty[$

④ $D_f = \{ x \in \mathbb{R} / e^x - 1 \neq 0 \}$

$= \{ x \in \mathbb{R} / e^x \neq 1 \}$

$= \{ x \in \mathbb{R} / x \neq \ln(1) \}$

$= \{ x \in \mathbb{R} / x \neq 0 \} = \mathbb{R}^*$

⑤ $f(x) = \ln(e^x - 1)$

$D_f = \{ x \in \mathbb{R} / e^x - 1 > 0 \}$

$= \{ x \in \mathbb{R} / e^x > 1 \}$

$= \{ x \in \mathbb{R} / x > 0 \}$

$= ]0, +\infty[$

⑥ $f(x) = e^{\frac{1}{3-\ln x}}$

$D_f = \{ x \in \mathbb{R} / 3 - \ln(x)$

**Ex 1 :** Determiner le domaine de définition des fonctions suivantes :

① $f(x)=e^{x^2-1}$ ② $f(x)=e^{\frac{1}{x}}$ ③ $f(x)=e^{\sqrt{x}}$

④ $f(x)=\frac{1}{e^x-1}$ ⑤ $f(x)=\ln(e^x-1)$ ⑥ $f(x)=e^{\frac{1}{3-\ln x}}$

**Ex 2 :** Simplifier les expressions suivantes :

① $e^{\ln 3}$ ; ② $\ln e^4$ ; ③ $e^{-\ln 2}$ ; ④ $e^{\frac{1}{2}\ln 8}$

⑤ $e^{2\ln 3}$ ; ⑥ $e^{1+\ln 2}$ ; ⑦ $e^{3-\ln 2}$ ; ⑧ $e^x.e^{-2x}$

⑨ $e^{3x}.e^{-3x+1}$ ; ⑩ $e^{1-x}.e^{2x+3}$ ; ⑪ $(e^{-x})^4(e^x)^{-3}$ ; ⑫ $e^{3x}.e^{-3x+1}$

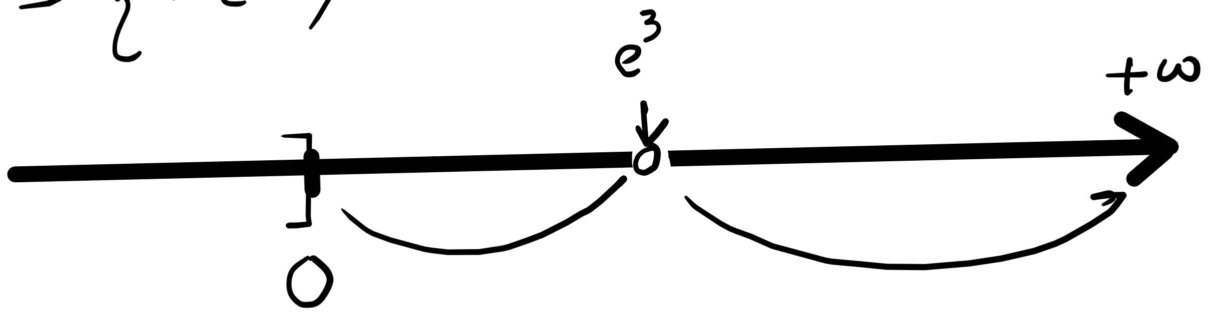
$\frac{1}{2}\ln(x)=\ln\sqrt{x}$

⑥ $f(x)=e^{\frac{1}{3-\ln(x)}}$

$D_f=\{x\in\mathbb{R} \,/\, 3-\ln(x)\neq 0, x>0\}$ $\quad e^{\frac{1}{2}}+8 \rightarrow$ Ranya

$=\{x\in\mathbb{R} \,/\, \ln(x)\neq 3 \text{ et } x>0\}$ $\quad \frac{1}{2}\cancel{+}8 \rightarrow$ Taha

$=\{x\in\mathbb{R} \,/\, x\neq e^3 \text{ et } x>0\}$




$=]0,e^3[\cup]e^3,+\infty[$

EXR ② ④ $e^{\frac{1}{2}\ln(8)}=e^{\ln(\sqrt{8})}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ ✓

**Ex 1 :** Determiner le domaine de définition des fonctions suivantes :

① $f(x) = e^{x^2-1}$ ② $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ ③ $f(x) = e^{\sqrt{x}}$

④ $f(x) = \frac{1}{e^x - 1}$ ⑤ $f(x) = \ln(e^x - 1)$ ⑥ $f(x) = e^{\frac{1}{3-\ln x}}$

---

**Ex 2 :** Simplifier les expressions suivantes :

① $e^{\ln 3}$ ; ② $\ln e^4$ ; ③ $e^{-\ln 2}$ ; ④ $e^{\frac{1}{2}\ln 8}$

⑤ $e^{2\ln 3}$ ; ⑥ $e^{1+\ln 2}$ ; ⑦ $e^{3-\ln 2}$ ; ⑧ $e^x . e^{-2x}$

⑨ $e^{3x} . e^{-3x+1}$ ; ⑩ $e^{1-x} . e^{2x+3}$ ; ⑪ $(e^{-x})^4 (e^x)^{-3}$ ; ⑫ $e^{3x} . e^{-3x+1}$

② $\ln(e^4) = 4$

③ $e^{-\ln(2)} = \frac{1}{e^{\ln(2)}} = \frac{1}{2}$

⑤ $e^{2\ln(3)} = e^{\ln(3^2)}$
$= 3^2 = 9$

⑥ $e^{1+\ln(2)} = e^1 \times e^{\ln(2)}$
$= e \cdot 2 = 2e$

⑦ $e^{3-\ln(2)} = e^3 \cdot e^{-\ln(2)}$
$= e^3 \cdot \frac{1}{2}$

⑧ $e^x . e^{-2x} = e^{x-2x} = e^{-x}$

⑨ $e^{3x} . e^{-3x+1} = e^{3x-3x+1} = e^1 = e$

**Ex 1 :** Determiner le domaine de définition des fonctions suivantes :

① $f(x) = e^{x^2-1}$ ② $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ ③ $f(x) = e^{\sqrt{x}}$

④ $f(x) = \frac{1}{e^x - 1}$ ⑤ $f(x) = \ln(e^x - 1)$ ⑥ $f(x) = e^{\frac{1}{3-\ln x}}$

---

**Ex 2 :** Simplifier les expressions suivantes :

① $e^{\ln 3}$ ; ② $\ln e^4$ ; ③ $e^{-\ln 2}$ ; ④ $e^{\frac{1}{2}\ln 8}$

⑤ $e^{2\ln 3}$ ; ⑥ $e^{1+\ln 2}$ ; ⑦ $e^{3-\ln 2}$ ; ⑧ $e^x . e^{-2x}$

⑨ $e^{3x} . e^{-3x+1}$ ; ⑩ $e^{1-x} . e^{2x+3}$ ; ⑪ $(e^{-x})^4 (e^x)^{-3}$ ; ⑫ $e^{3x} . e^{-3x+1}$

⑩ $e^{1-x} . e^{2x+3} = e^{1-x+2x+3}$
$= e^{4+x}.$

⑪ $(e^{-x})^4 . (e^x)^{-3}$
$= e^{-4x} . e^{-3x} = e^{-7x}.$

⑫ $e^{3x} \times e$

**Baccalauréat Sciences Economiques et Gestion**
**Session : Normal** juin 2014

# MATHÉMATIQUES

Série : **Sciences Economiques**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **2 heures**

## Exercice 2 : ( 10,5 pts )

On considère la fonction numérique $f$ de la variable réelle $x$ définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x-1)^2 e^x$
Soit $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1 pt **1 -** **a)** Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

1,5 pt **b)** Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$, puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

0,5 pt **c)** Vérifier que pour tout $x$ de $\mathbb{R}$ ; $f(x) = \left(\dfrac{x-1}{x}\right)^2 x^2 e^x$

1,5 pt **d)** Montrer que : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$, puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

1 pt **2 -** **a)** Montrer que : $f'(x) = \left(x^2 - 1\right) e^x$ pour tout $x$ de $\mathbb{R}$.

2 pt **b)** Étudier le signe de $f'(x)$ puis calculer $f(1)$ et $f(-1)$ puis dresser le tableau de variation de $f$.

1 pt **3 -** Montrer que la fonction $F$ définie par : $F(x) = \left(x^2 - 4x + 5\right) e^x$ est la fonction primitive de $f$ sur $\mathbb{R}$.

**4 -** Dans la figure ci-dessous $(C)$ est la représentation graphique de la fonction $f$ dans un repère orthonormé $\left(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}\right)$

**Partie I :**

On considère la fonction numérique $g$ de la variable $x$ définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^x - x$.

1,25 pt **1 -** Calculer $g'(x)$ pour tout $x$ de $\mathbb{R}$ puis étudier son signe.

0,75 pt **2 - a)** Calculer $g(0)$ puis dresser le tableau de variations de la fonction $g$ sur $\mathbb{R}$. (Calcul des limites n'est pas demandé).

0,5 pt **b)** En déduire que : $g(x) > 0$ pour tout $x$ de $\mathbb{R}$.

**Partie II :**

On considère la fonction numérique $f$ de la variable $x$ définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2e^x - x^2$, et soit $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1,5 pt **1 -** Calculer : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ puis interpréter le résultat géométriquement.

0,5 pt **2 - a)** Vérifier que : $f(x) = 2x^2 \left( \dfrac{e^x}{x^2} - \dfrac{1}{2} \right)$ pour tout $x$ de $\mathbb{R}^*$.

1,5 pt **b)** Calculer : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ puis interpréter le résultat géométriquement.

0,5 pt **3 - a)** Montrer que : $f'(x) = 2.g(x)$ pour tout $x$ de $\mathbb{R}$

1 pt **b)** En déduire le signe de $f'$ puis dresser le tableau de variations de la fonction $f$ sur $\mathbb{R}$.

2 pt **4 -** Vérifier que : $f''(x) = 2(e^x - 1)$ pour tout $x$ de $\mathbb{R}$ et étudier le signe de $f''(x)$, puis en déduire que $(\mathcal{C})$ admet un point d'inflexion $I(0; 2)$.

1,5 pt **5 -** La figure en dessous représente une partie de la courbe $(\mathcal{C})$ dans l'intervalle $]-2; 2[$. Calculer l'aire de la partie hachurée.

On considère la fonction numérique $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3e^{2x} - 4e^{x} + 1$

Et soit $(C)$ la courbe représentative de la fonction $f$ dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

**0.75 pt** **1 -** Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

**1.5 pt** **2 -** Vérifier que $f(x) = e^{x}\left(3e^{x} - 4 + \dfrac{1}{e^{x}}\right)$ pour tout $x$ de $\mathbb{R}$ puis calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

**0.5 pt** **3 - a)** Montrer que $f'(x) = 2e^{x}(3e^{x} - 2)$ pour tout $x$ de $\mathbb{R}$.

**1.25 pt** **b)** Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ et vérifier que $f\left(\ln\left(\dfrac{2}{3}\right)\right) = -\dfrac{1}{3}$ puis dresser le tableau de variations de $f$.

**0.5 pt** **4 - a)** Vérifier que $f(x) = (3e^{x} - 1)(e^{x} - 1)$ pour tout $x$ de $\mathbb{R}$.

**1 pt** **b)** En déduire que la courbe $(C)$ coupe l'axe des abscisses en $O$ et $I(-\ln(3);0)$.

**1.25 pt** **c)** Montrer que $f''(x) = 4e^{x}(3e^{x} - 1)$ pour tout $x$ de $\mathbb{R}$ et étudier le signe de $f''(x)$ puis en déduire que $I$ est point d'inflexion de la courbe $(C)$.

**2.25 pt** **d)** Calculer $f'(0)$ et $f'(-\ln(3))$ puis construire $I$ et $B\left(\ln\left(\dfrac{2}{3}\right);-\dfrac{1}{3}\right)$ et les tangentes à la courbe $(C)$ au points $O, I$ et $B$, puis tracer la courbe $(C)$

$$\text{(on prend } \left\|\overrightarrow{i}\right\| = \left\|\overrightarrow{j}\right\| = 2cm \text{ et } \ln(2) \approx 0.7 \text{ et } \ln(3) \approx 1.1)$$

| | |
|---|---|
| | **Examen du Baccalauréat** **Session normal 2011** |

## Exercice 1 : (2.5 pts)

**0.5 pt** **1 -** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $t^2 - 3t + 2 = 0$.

**2 -** En déduire dans $]0; +\infty[$.

**1 pt** **a)** Les solutions de l'équation : $(lnx)^2 - 3lnx + 2 = 0$.

**1 pt** **b)** Ensembles des solutions de linéquation : $(lnx)^2 - 3lnx + 2 < 0$.

## Exercice 2 : (10 points)

**Partie I :**

On considère la fonction numérique $h$ définie sur $[0;+\infty[$ par : $h(x) = xe^x - 1$.

**1 pt** **1 -** Calculer $h'(x)$ pour tout $x$ de $[0;+\infty[$ puis montrer que $h$ est strictement croissante sur $[0;+\infty[$.

**1 pt** **2 -** **a)** Montrer qu'il existe un unique réel $\alpha$ de l'intervalle $]0;1[$ tel que : $h(\alpha) = 0$.

**0,5 pt** **b)** Dresser le tableau de variations de $h$ sur $[0;+\infty[$ ( Le calcul de $\lim\limits_{n\to+\infty} h(x)$ n'est pas demandé)

**1 pt** **c)** Déduire que : $h(x) < 0$ sur $]0;\alpha[$ et $h(x) > 0$ sur $]\alpha;+\infty[$

**Partie II :**

On considère la fonction numérique $g$ définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = e^x - 1 - \ln x$.

**0,75 pt** **1 -** **a)** Calculer : $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$ puis interpréter le résultat géométriquement.

**0,5 pt** **b)** Montrer que pour tout $x$ de $]0;+\infty[$ : $g(x) = \mathrm{e}^x\left(1 - \left(\frac{\ln x}{x}\right)\left(\frac{x}{\mathrm{e}^x}\right)\right) - 1.$

**1,25 pt** **c)** Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{g(x)}{x}$ puis interpréter le résultat géométriquement.

**1 pt** **2 -** **a)** Montrer que pour tout $x$ de $]0;+\infty[$ : $g'(x) = \frac{h(x)}{x}$

**1 pt** **b)** Etudie le signe de $g'(x)$ sur $]0;+\infty[$ puis dresser le tableau de variations de la fonction $g$ (le calcul de $g(\alpha)$ n'est pas demandé)