



1.5 1. Vérifier que $p(A) = \frac{1}{7}$ et calculer $p(B)$

2. On répète l'expérience citée ci-dessus 4 fois de suite dans les mêmes conditions.

1.5 Montrer que la probabilité pour que l'événement A se réalise exactement 3 fois est $\frac{24}{7^4}$

Exercice n°5:(9 pts)

Soit g la fonction numérique de la variable réelle x définie par : $g(x) = \frac{-2 + \ln x}{-1 + \ln x}$

Soit (C_g) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1 1. Vérifier que le domaine de définition de la fonction g est $D_g =]0; e[\cup]e; +\infty[$

1 2.a. Montrer que $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} g(x) = 1$

1.5 2.b. Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ et donner une interprétation géométrique du résultat.

1 2.c. Montrer que $\lim_{\substack{x \rightarrow e \\ x < e}} g(x) = +\infty$ et calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow e \\ x > e}} g(x)$

0.5 2.d. Donner une interprétation géométrique des deux résultats précédents.

1 3.a. Montrer que $g'(x) = \frac{1}{x(\ln x - 1)^2}$ pour tout x de D_g

1 3.b. Montrer que g est strictement croissante sur chacun des intervalles $]0; e[$ et $]e; +\infty[$

1 3.c. Calculer $g(e^2)$ puis dresser le tableau de variations de g

3.d. A l'aide du tableau de variations de g donner l'ensemble des solutions de l'inéquation :

3.d. A l'aide du tableau de variations de g donner l'ensemble des solutions de l'inéquation :

1 $g(x) \geq 0$

Exercice n°6:(2 pts)

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur IR par : $f(x) = e^{-x} - 1$

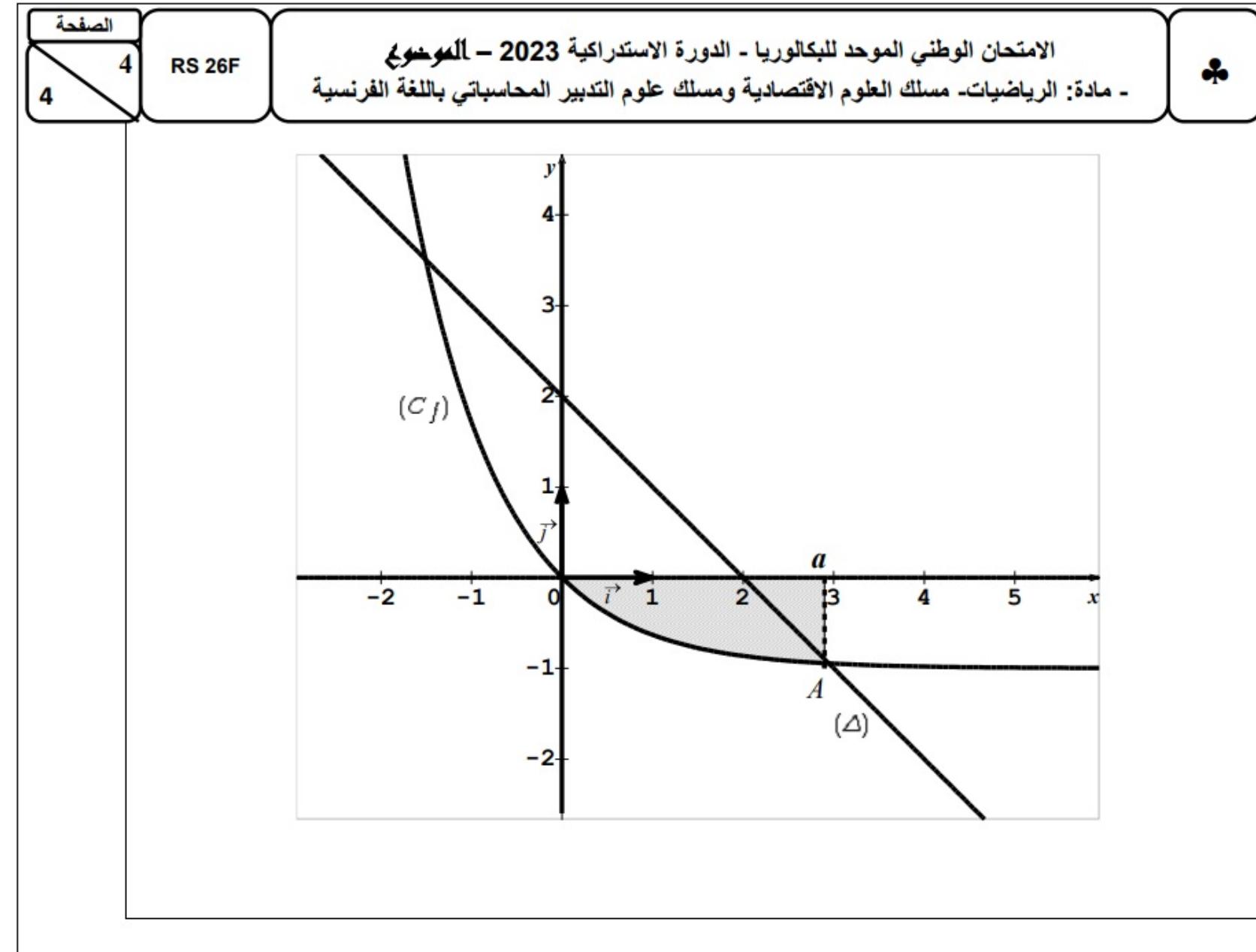
Soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ et (Δ) la droite d'équation $y = -x + 2$ et A le point d'abscisse a ($a > 0$), intersection de (C_f) et (Δ)

(Voir figure ci-dessous)

0.5 1. Vérifier que $e^{-a} = 3 - a$

1 2. Montrer que $\int_0^a (e^{-x} - 1) dx = -2$

0.5 3. En déduire l'aire de la partie hachurée.



Exercice n°2:(11pts)

Partie I

On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$g(x) = x^2 + 2 - 2 \ln x$$

- 1 1. Montrer que $g'(x) = 2\left(\frac{x^2-1}{x}\right)$
- 1 2. En déduire que g est strictement décroissante sur $]0;1]$ et que g est strictement croissante sur $[1;+\infty[$
- 0.25 3.a. Calculer $g(1)$
- 0.25 3.b. Dresser le tableau de variations de g (Le calcul des limites aux bornes n'est pas demandé)
- 0.5 3.c. En déduire que $g(x) \geq 3$ pour tout x de $]0;+\infty[$

Partie II

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$f(x) = x + 1 + \frac{2 \ln x}{x}$$

et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$ et donner une interprétation géométrique du résultat.
- 0.5 2.a. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 0.5 2.b. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x+1))$
- 0.25 2.c. Donner une interprétation géométrique du résultat
- 1 3.a. Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ pour tout x de $]0; +\infty[$
- 0.5 3.b. Déduire que f est strictement croissante sur $]0; +\infty[$
- 0.5 3.c. Dresser le tableau de variations de f
- 1 4.a. Montrer que $f''(x) = \frac{2}{x^3}(-3 + 2\ln x)$ pour tout x de $]0; +\infty[$
- 1 4.b. En déduire que la courbe (C_f) admet un point d'inflexion d'abscisse $e\sqrt{e}$
5. Dans la figure ci-dessous (C_f) est la courbe représentative de f et (Δ) la droite d'équation $y = x + 1$ dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 1 5.a. Montrer que $\int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2}(\ln 2)^2$
- 0.75 5.b. En déduire l'aire de la partie hachurée

0.75

5.b. En déduire l'aire de la partie hachurée