Lois de Newton

I- Référentiel :

1) Définition:

On appelle référentiel, un objet solide indéformable, par rapport auquel on étudie le mouvement d'un corps solide (S).

- On distingue trois types de référentiels:

a- Le référentiel terrestre :

Le référentiel terrestre est un référentiel lié à la surface de la Terre (arbre, laboratoire …). Il est adapté à l'étude des mouvements qui se fait sur la surface de la Terre ou à une altitude faible de cette surface.

b- Le référentiel géocentrique :

Le référentiel géocentrique est le référentiel lié au centre de la Terre. Il est adapté à l'étude du mouvement des satellites en orbite autour de la Terre.

c- Le référentiel héliocentrique ou de Copernic.

Le référentiel héliocentrique est le référentiel lié au centre du Soleil. Il est adapté à l'étude des astres en orbite autour du Soleil.

2) Référentiel galiléen :

*) Définition 1 :

On appelle référentiel galiléen ou référentiel d'inertie, un référentiel dans lequel le principe d'inertie est vérifié.

*) Définition 2 :

On appelle référentiel galiléen, un référentiel animé d'un mouvement rectiligne uniforme, par rapport au référentiel de Copernic (héliocentrique).

Remarque :

- ✓ Le référentiel héliocentrique constitue le meilleur référentiel galiléen.
- ✓ Tout référentiel, animé d'un mouvement rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen, est galiléen.
- ✓ le référentiel terrestre et le référentiel géocentrique sont deux référentiels non galiléens car la Terre tourne sur elle-même et autour du Soleil. Mais pour des expériences de courte durée (quelques secondes ou minutes) on peut considérer

que ces deux référentiels sont galiléen (car, dans ce cas, la Terre est animé d'un mouvement rectiligne uniforme par rapport au référentiel de Copernic)

- Par la suit ; on admettra que les référentiels terrestre et géocentrique sont des référentiels galiléens avec une bonne approximation.

II- Vecteur position $\overrightarrow{OG}$:

1) Repère cartésien :

Pour les mouvements dans l'espace, on associe au référentiel un repère cartésien $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, défini par une origine O et dirigé par les trois vecteurs unitaires $\vec{i},\vec{j}$ et $\vec{k}$ deux à deux perpendiculaires.

Remarque :

On réduit ce repère à :

- $R(O,\vec{i},\vec{j})$ pour un mouvement plan qui se fait dans le plan (Oxy).
- $R(O,\vec{i})$ pour un mouvement rectiligne qui se fait suivant l'axe (Ox).

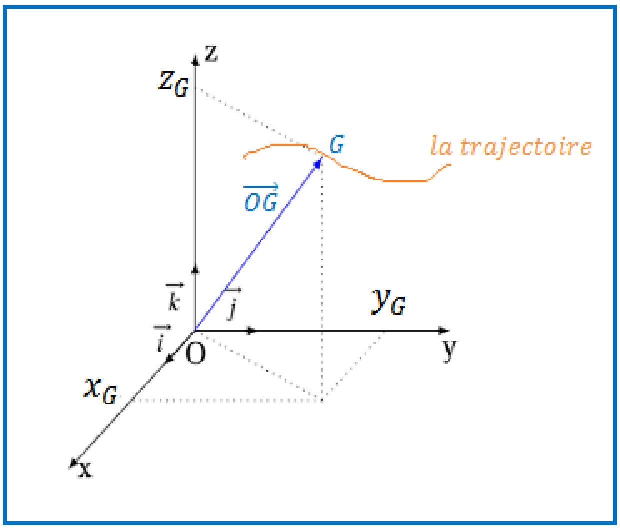
2) Repérage de la position :

Quant un solide est en mouvement, il existe un point de ce solide qui décrit le plus souvent un mouvement plus simple que les autres. Ce point est le centre d'inertie G du solide.

La position du centre d'inertie G d'un solide en mouvement peut être repérée, à chaque instant, par le vecteur position $\overrightarrow{OG}$.

Dans le repère d'espace précédemment défini, le vecteur position s'exprime à partir des coordonnées x, y et z du point G :

$$\overrightarrow{OG} = x_G.\vec{i} + y_G.\vec{j} + z_G.\vec{k}$$



Remarque :

- Si le solide est en mouvement, x_G, y_G et z_G sont des fonctions du temps $x_G(t), y_G(t)$ et $z_G(t)$.

- Les fonctions $x_G(t), y_G(t)$ et $z_G(t)$ sont appelées équations horaires du mouvement du point G.
- La courbe décrite par G en fonction du temps est appelée trajectoire du point G.

III- Le vecteur vitesse $\overrightarrow{v_G}$:

1) Définition :

On définit le vecteur vitesse $\overrightarrow{v_G}$ comme la dérivée du vecteur position $\overrightarrow{OG}$ par rapport au temps :

$$\boxed{\overrightarrow{v_G} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}}$$

Remarque :

- ✓ L'unité de la valeur de la vitesse dans le système internationnal des unité est : le mètre par seconde ; $m.s^{-1}$.
- ✓ Le vecteur vitesse est toujours tangent à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement.

2) Coordonnées du vecteur vitesse $\overrightarrow{v_G}$ dans un repère cartésien :

On sait que : $\overrightarrow{v_G} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$; et on a : $\overrightarrow{OG} = x_G.\vec{i} + y_G.\vec{j} + z_G.\vec{k}$

$$\begin{aligned}\text{Donc : } \overrightarrow{v_G} &= \frac{dx_G}{dt}.\vec{i} + \frac{dy_G}{dt}.\vec{j} + \frac{dz_G}{dt}.\vec{k} \\ &= \dot{x}_G.\vec{i} + \dot{y}_G.\vec{j} + \dot{z}_G.\vec{k} \\ &= v_x.\vec{i} + v_y.\vec{j} + v_z.\vec{k}\end{aligned}$$

Avec : $\begin{cases} v_x = \frac{dx_G}{dt} = \dot{x}_G \ ; \\ v_y = \frac{dy_G}{dt} = \dot{y}_G \ ; \\ v_z = \frac{dz_G}{dt} = \dot{z}_G \ . \end{cases}$

➢ La norme du vecteur vitesse $\overrightarrow{v_G}$ est : $v_G = \|\overrightarrow{v_G}\| = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2 + {v_z}^2}$

IV- Le vecteur accélération $\overrightarrow{a_G}$:

1) Définition :

D'une façon analogue au vecteur vitesse $\overrightarrow{v_G}$, on définit le vecteur accélération $\overrightarrow{a_G}$ comme la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps :

$$\boxed{\overrightarrow{a_G} = \frac{d\overrightarrow{v_G}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OG}}{dt^2}}$$

Remarque :

✓ L'unité de la valeur de l'accélération dans le système internationnal (SI) des unité est : le mètre par seconde au carré ; $m.s^{-2}$.

2) Coordonnées du vecteur accélération $\overrightarrow{a_G}$ dans un repère cartésien :

On sait que : $\overrightarrow{a_G} = \frac{d^2\overrightarrow{OG}}{dt^2}$; et on a : $\overrightarrow{OG} = x_G.\vec{\imath} + y_G.\vec{\jmath} + z_G.\vec{k}$

$$\begin{aligned} \text{Donc : } \overrightarrow{a_G} &= \frac{d^2x_G}{dt^2}.\vec{\imath} + \frac{d^2y_G}{dt^2}.\vec{\jmath} + \frac{d^2z_G}{dt^2}.\vec{k} \\ &= \ddot{x}_G.\vec{\imath} + \ddot{y}_G.\vec{\jmath} + \ddot{z}_G.\vec{k} \\ &= a_x.\vec{\imath} + a_y.\vec{\jmath} + a_z.\vec{k} \end{aligned}$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} a_x = \frac{d^2x_G}{dt^2} = \ddot{x}_G \; ; \\ a_y = \frac{d^2y_G}{dt^2} = \ddot{y}_G \; ; \\ a_z = \frac{d^2z_G}{dt^2} = \ddot{z}_G \; . \end{cases}$$

➢ La norme du vecteur accélération $\overrightarrow{a_G}$ est : $a_G = \|\overrightarrow{a_G}\| = \sqrt{a_x{}^2 + a_y{}^2 + a_z{}^2}$

*) Cas particuliers :

- Si le mouvement de G s'effectue dans le plan $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ du repère R, les relations précédentes seront :

$$\begin{cases} \overrightarrow{OG} = x_G.\vec{\imath} + y_G.\vec{\jmath} \\ \overrightarrow{v_G} = v_x.\vec{\imath} + v_y.\vec{\jmath} \\ \overrightarrow{a_G} = a_x.\vec{\imath} + a_y.\vec{\jmath} \end{cases}$$

- Si le mouvement de G est rectiligne et s'effectue suivant l'axe $(O,\vec{\imath})$ du repère R, on trouve :

$$\begin{cases} \overrightarrow{OG} = x_G.\vec{\imath} \\ \overrightarrow{v_G} = v_x.\vec{\imath} \\ \overrightarrow{a_G} = a_x.\vec{\imath} \end{cases}$$

Remarque :

Le produit scalaire des vecteurs $\overrightarrow{a_G}$ et $\overrightarrow{v_G}$ est :

$$\overrightarrow{a_G}.\overrightarrow{v_G} = \|\overrightarrow{a_G}\|.\|\overrightarrow{v_G}\|.\cos(\overrightarrow{a_G}.\overrightarrow{v_G})$$

Le signe du produit $\overrightarrow{a_G}.\overrightarrow{v_G}$ dépend de l'angle $\alpha = (\widehat{\overrightarrow{a_G}.\overrightarrow{v_G}})$;

- Si : $\overrightarrow{a_G}.\overrightarrow{v_G} > 0$, le mouvement est accéléré ;
- Si : $\overrightarrow{a_G}.\overrightarrow{v_G} < 0$, le mouvement est retardé ;
- Si : $\overrightarrow{a_G}.\overrightarrow{v_G} = 0$, le mouvement est uniforme.

V- Lois de Newton :

*) Force intérieures – Forces extérieures : (Rappel)

Pour classer les forces agissant sur un corps en forces intérieures et extérieurs, il faut définir le système étudié:

- Une force est dite extérieure si le corps qui l'exerce (acteur) est celui qui la subit (receveur) n'appartiennent pas au même système étudié.
- Une force est dite intérieure si le corps qui l'applique et le corps qui la subit appartiennent au même système étudié.

Remarque :

Si la somme vectorielle des forces extérieures appliquées sur le corps est égale au vecteur nul ($\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$) ; le corps est dit mécaniquement pseudo-isolé.

1) Première loi de Newton : Principe d'inertie (Rappel)

Dans un référentiel galiléen, si un corps est pseudo-isolé mécaniquement, alors le vecteur vitesse du centre d'inertie G du corps solide est constant : $\overrightarrow{v_G} = \overrightarrow{Cte}$.

- Deux cas se présentent :
  - Si le corps est au repos, il restera au repos $\overrightarrow{v_G} = \vec{0}$;
  - Si le corps est en mouvement, alors le mouvement du centre d'inertie G est rectiligne uniforme.

2) Deuxième loi de Newton : Principe fondamental de la dynamique (P.F.D) ;

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un solide est égale au produit de la masse du solide par le vecteur accélération de son centre d'inertie G :

$$\boxed{\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m.\overrightarrow{a_G}}$$

3) Troisième loi de Newton : Principe des actions réciproques ;

Lorsqu'un corps (A) exerce sur un corps (B) une force $\vec{F}_{A/B}$ alors le corps (B) exerce sur (A) une force $\vec{F}_{B/A}$. Que les corps (A) et (B) soient au repos ou en mouvement, cette interaction est telle que : $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$.

Remarque :

La troisième loi de Newton est vraie que le référentiel soit galiléen ou non. Elle s'applique pour les forces de contact et les forces à distance.

VI- Mouvement rectiligne uniformément varié :

1) Définition :

Le mouvement du centre d'inertie G d'un solide dans un référentiel terrestre est rectiligne uniformément varié si le vecteur accélération $\overrightarrow{a_G}$ est constant :

$\overrightarrow{a_G} = \overrightarrow{Cte}$

Remarque :

- ✓ Si $\overrightarrow{a_G}.\overrightarrow{v_G} > 0$, le mouvement de G est dit uniformément accéléré ;
- ✓ Si $\overrightarrow{a_G}.\overrightarrow{v_G} < 0$, le mouvement de G est dit uniformément retardé ;

2) Les équations du mouvement :

On considère un corps solide en mouvement rectiligne uniformément varié suivant l'axe (Ox) ;

Les conditions initiales prises sont : $x(t=0) = x_o$ et $v_G(t=0) = V_o$.

- ➢ Les équations du mouvement sont :
  - ✓ $a_G = Cte$: équation de l'accélération ;
  - ✓ $v_G(t) = a_G.t + V_o$: équation de la vitesse ;
  - ✓ $x_G(t) = \frac{1}{2}a_G.t^2 + V_o.t + x_o$: équation horaire du mouvement ;

VII- Applications :

**) Projection vectorielle : (Rappel)

(Voir le tableau)

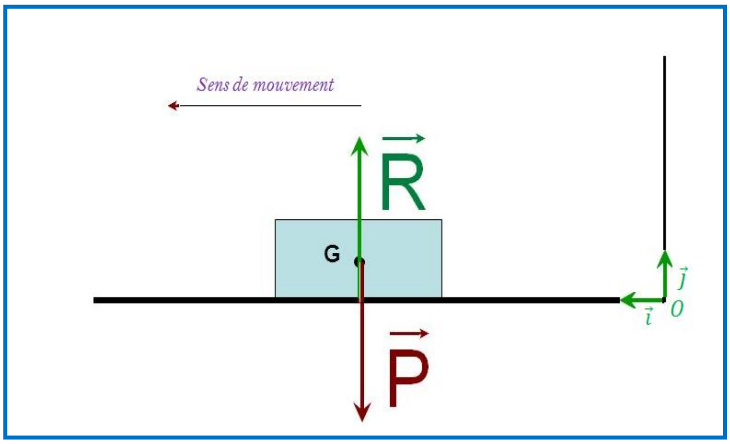
**)Réaction d'un plan sur un objet : (Rappel)

1er cas : Mouvement sans frottement : $\vec{R}$ est normale au plan.

*) Plan horizontal :

$$\vec{P}: \begin{cases} P_x = 0 \\ P_y = -P = -m.g \end{cases}$$

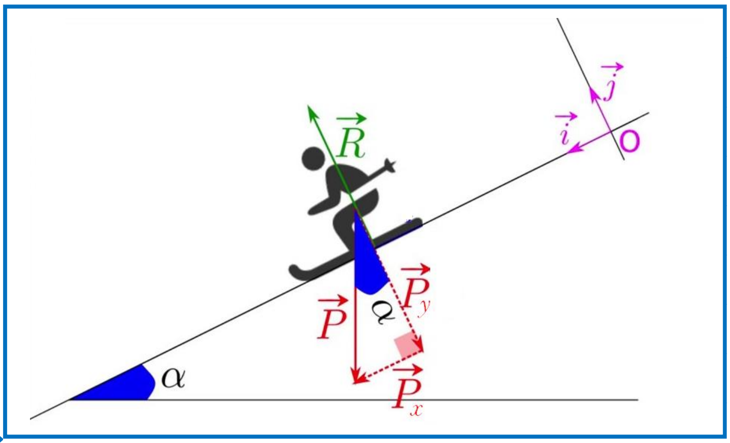
$$\vec{R}: \begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = R \end{cases}$$



*) Plan incliné :

$$\vec{P}: \begin{cases} P_x = m.g.sin\alpha \\ P_y = -m.g.cos\alpha \end{cases}$$

$$\vec{R}: \begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = R \end{cases}$$

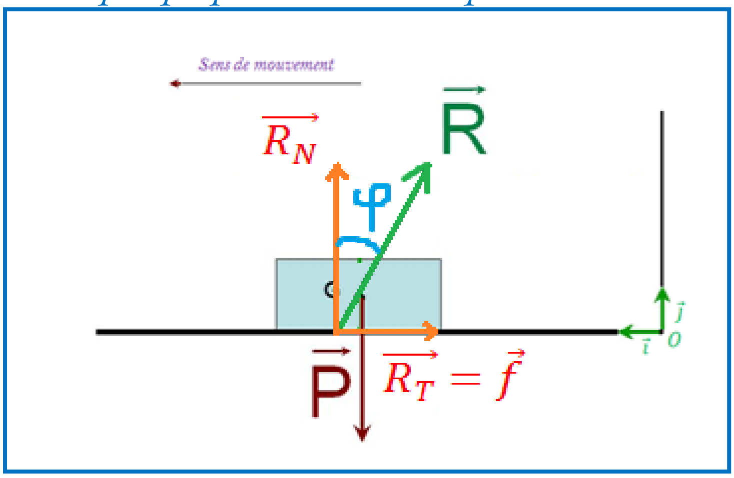


2ème cas : Mouvement avec frottement : $\vec{R}$ n'est pas perpendiculaire au plan.

*) Plan horizontal :

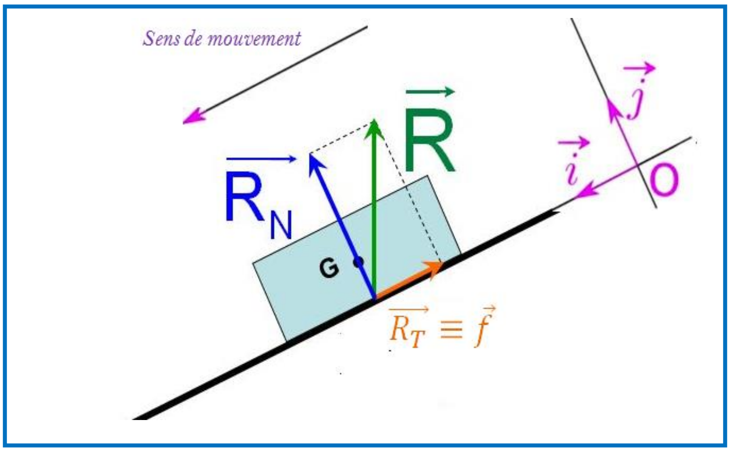
$$\vec{P}: \begin{cases} P_x = 0 \\ P_y = -P = -m.g \end{cases}$$

$$\vec{R}: \begin{cases} R_x = -R_T = -f \\ R_y = R_N \end{cases}$$



*) Plan incliné :

$$\vec{P}:\begin{cases} P_x = m.g.sin\alpha \\ P_y = -m.g.cos\alpha \end{cases}$$



$$\vec{R}:\begin{cases} R_x = -R_T = -f \\ R_y = R_N \end{cases}$$

Remarque :

✓ $\vec{R} = \overrightarrow{R_N} + \overrightarrow{R_T}$ avec :

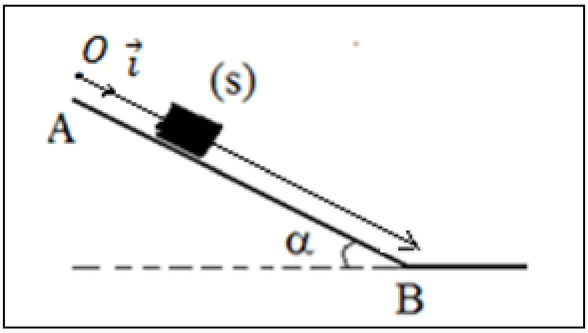
- $\overrightarrow{R_N}$: la composante normale ;
- $\overrightarrow{R_T}$: la composante tangentielle, notée aussi $\vec{f}$ (responsable aux frottements).

✓ $K = tan\varphi = \frac{f}{R_N}$: le coefficient du frottement et φ : l'angle de frottement.

Application :

Une pièce métallique de masse $m = 100Kg$, glisse sans frottement sur un plan incliné d'un angle α par rapport au plan horizontale.

Le mouvement de translation se fait suivant la ligne de plus grande pente parallèle à l'axe $(O, \vec{\imath})$.



1- Citer les forces appliquées sur la pièce métallique.

2- Représenter ces forces sur la pièce métallique.

3- Trouver l'expression du vecteur accélération. Et en déduire la nature du mouvement.

4- A $t = 0$, la pièce métallique part avec le vecteur vitesse initiale $V_0.\vec{\imath}$ à partir de la position A dans laquelle son centre d'inertie G est confondu avec O origine de l'axe $(O, \vec{\imath})$. Donner l'expression du vecteur vitesse puis du vecteur position $\overrightarrow{OG}$ en fonction du temps.

5- Calculer la vitesse de passage du centre d'inertie G de la pièce métallique par un point B situé à $1m$ de O.

Données : $\alpha = 10°$; $V_0 = 2m.s^{-1}$; $g = 10m.s^{-2}$

Réponse :