Mouvements plans

I- Mouvement d'un projectile dans un champ de pesanteur uniforme :

1) Définition :

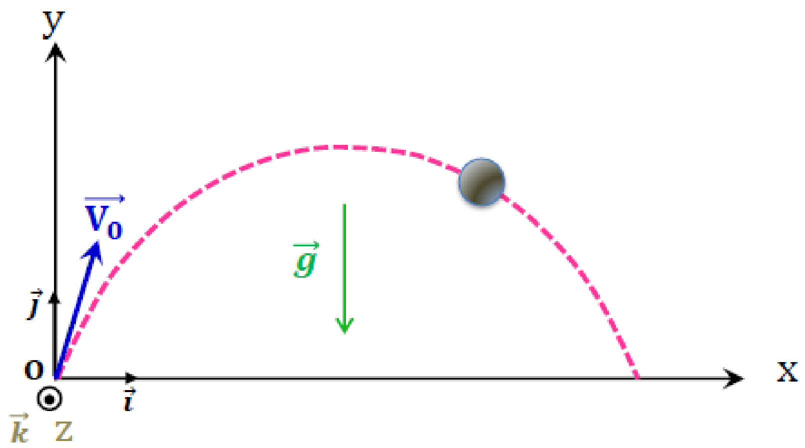
On appelle projectile tout corps lancé au voisinage de la terre avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$.

Pour simplifier l'étude, on négligera les forces de frottement de l'air et on supposera que le projectile n'est soumis qu'à son poids

$\Longrightarrow$ le projectile est animé d'un mouvement de chute libre.

2) Vecteur accélération $\vec{a}_G$:

On étudie le mouvement d'une bille d'acier (corps (S)) de masse m lancée d'un point O avec une vitesse $\vec{V}_0$ dans un champ de pesanteur uniforme :



Cette étude est réalisée dans un référentiel terrestre $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ considérée comme galiléen.

→ Bilan de forces :

*) Le système étudie : {la bille}.

✓ $\vec{P}$: le poids ;

→Appliquant la deuxième loi de Newton :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G$$

$\Longrightarrow \vec{P} = m.\vec{a}_G$; soit $m.\vec{g} = m.\vec{a}_G$

D'où : $\vec{a}_G = \vec{g}$

→ *Projection dans le repère* $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$:

✓ *Sur l'axe* $(O,\vec{i})$: $a_x = 0$

✓ *Sur l'axe* $(O,\vec{j})$: $a_y = -g$

✓ *Sur l'axe* $(O,\vec{k})$: $a_z = 0$

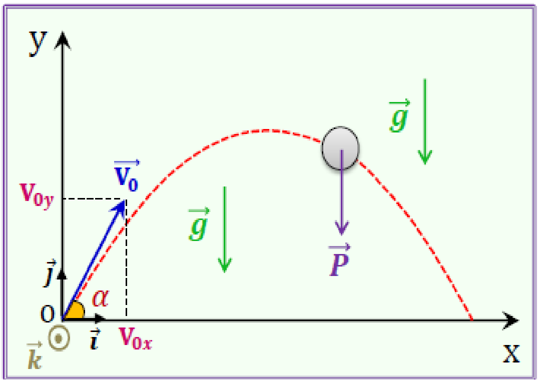
3) Vecteur vitesse $\vec{v}_G$:

On : $\begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = -g \\ a_z = \dfrac{dv_z}{dt} = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{Intégration}} \begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = -gt + C_2 \\ v_z = C_3 \end{cases}$

C_1, C_2 *et* C_3 *sont des constantes déterminées à partir des conditions initiales du vecteur vitesse* $\vec{v}_G$;

✓ *A t=0, on a :*

$$\vec{v}_G(t=0) = \vec{V}_0 = \begin{cases} v_{0x} = V_0.\cos\alpha \\ v_{0y} = V_0.\sin\alpha \\ v_{0z} = 0 \end{cases}$$



Donc :

$$\begin{cases} C_1 = V_0.\cos\alpha \\ C_2 = V_0.\sin\alpha \\ C_3 = 0 \end{cases}$$

D'où :

$$\begin{cases} v_x = V_0.\cos\alpha \\ v_y = -gt + V_0.\sin\alpha \\ v_z = 0 \end{cases}$$

Remarque :

✓ $v_x = Cte$; *le mouvement du projectile est uniforme selon l'axe horizontal* (Ox).

✓ $v_y = a.t + b$; *le mouvement du projectile est uniformément varié selon l'axe vertical* (Oy).

✓ *La vitesse* $\overrightarrow{v_G}$ *du centre d'inertie G du projectile à un instant t, s'écrit :*

$$\overrightarrow{v_G} = v_x.\vec{i} + v_y.\vec{j} \quad \text{sa norme est : } v_G = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}$$

4) Equations horaires du mouvement :

On : $\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = V_0.\cos\alpha \\ v_y = \frac{dy}{dt} = -gt + V_0.\sin\alpha \\ v_z = \frac{dz}{dt} = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{Intégration}} \begin{cases} x(t) = (V_0.\cos\alpha)t + C_1{}' \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (V_0.\sin\alpha)t + C_2{}' \\ z(t) = C_3{}' \end{cases}$

$C_1{}'$, $C_2{}'$ et $C_3{}'$ sont des constantes déterminées à partir des conditions initiales du vecteur position $\overrightarrow{OG}$;

✓ A t=0, on a :

$$\overrightarrow{OG}(t=0) = \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases} \quad \text{donc :} \begin{cases} C_1{}' = 0 \\ C_2{}' = 0 \\ C_3{}' = 0 \end{cases}$$

D'où , les équations horaires du mouvement sont :

$$\begin{cases} x(t) = (V_0.\cos\alpha)t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (V_0.\sin\alpha)t \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

Remarque :

$z(t) = 0$; le mouvement de G se fait dans le plan (Oxy) : c'est un mouvement plan.

5) Equation de la trajectoire :

On : $\begin{cases} x(t) = (V_0.\cos\alpha)t & (1) \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (V_0.\sin\alpha)t & (2) \end{cases}$

L'équation de la trajectoire s'obtient en éliminant le temps t entre les équations (1) et (2) :

$(1) \quad \Longrightarrow t = \frac{x}{V_0.\cos\alpha}$ puis on remplace dans l'équation (2), on obtient :

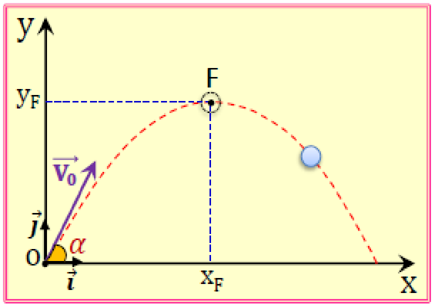
$$\boxed{y = -\frac{g}{2.V_0{}^2\cos^2\alpha}.x^2 + (\tan\alpha).x}$$

Equation de la trajectoire

6) Quelques caractéristiques de la trajectoire :

a- La flèche :

La flèche de la trajectoire est l'altitude maximale atteinte par le projectile ;
Soit $F(x_F, y_F)$ *le point correspondant sur la trajectoire ;*
On a :



$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=x_F} = 0\ ;$$

$$\Longrightarrow -\frac{g}{{V_0}^2 cos^2\alpha} . x_F + (tan\alpha) = 0$$

c.à.d. que: $-\frac{g}{{V_0}^2 cos^2\alpha} . x_F = -\frac{sin\alpha}{cos\alpha}$

d'où : $x_F = \frac{{V_0}^2 cos\alpha . sin\alpha}{g}$ *et comme :* $\sin(2\alpha) = 2cos\alpha . sin\alpha$

alors : $x_F = \frac{{V_0}^2 . \sin(2\alpha)}{2g}$

pour trouver l'expression de y_F *on remplace* x_F *par son expression dans l'équation de la trajectoire :*

$$y_F = -\frac{g}{2.{V_0}^2 cos^2\alpha} . \frac{{V_0}^4 . cos^2\alpha . sin^2\alpha}{g^2} + \frac{sin\alpha}{cos\alpha} . \frac{{V_0}^2 cos\alpha . sin\alpha}{g}$$

$$\Longrightarrow \qquad y_F = -\frac{{V_0}^2 . sin^2\alpha}{2g} + \frac{{V_0}^2 . sin^2\alpha}{g}$$

D'où : $y_F = \frac{{V_0}^2 . sin^2\alpha}{2g}$

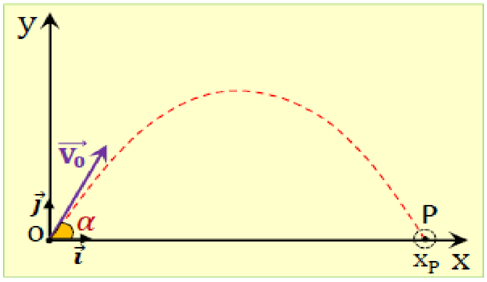
Remarque :

- ✓ y_F *est maximale si* $\sin^2\alpha = 1 \Longrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$
- ✓ *Au sommet de la trajectoire parabolique, la vitesse selon l'axe* (O, y) *devient nulle* $(v_y = 0)$ *; on aura alors en ce point F :* $v_F = v_x = V_0 . cos\alpha$

$$\Longrightarrow à\ t = t_F\ on\ a : v_y = -g t_F + V_0 . sin\alpha = 0$$

D'où : $t_F = \frac{V_0 . sin\alpha}{g}$

b- La portée :



La portée est la distance maximale parcourue par le projectile.

On a : $y_p = 0$

$$\Longrightarrow -\frac{g}{2.{V_0}^2 cos^2\alpha}.{x_p}^2 + (tan\alpha).x_p = 0$$

c.à.d. que: $x_p.\left(-\frac{g}{2.{V_0}^2 cos^2\alpha}.x_p + tan\alpha\right) = 0 \Longrightarrow \begin{cases} x_p = 0 & (1) \\ -\frac{g}{2.{V_0}^2 cos^2\alpha}.x_p + tan\alpha = 0 & (2) \end{cases}$

$$(2) \quad \Longrightarrow -\frac{g}{2.{V_0}^2 cos^2\alpha}.x_p = -tan\alpha = -\frac{sin\alpha}{cos\alpha}$$

D'où :

$$x_p = \frac{2.{V_0}^2.sin\alpha.cos\alpha}{g} = \frac{{V_0}^2.\sin(2\alpha)}{g}$$

Remarque :

✓ x_p *est maximale si :* $\sin(2\alpha) = 1 \Longrightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2}$ *d'où :* $\alpha = \frac{\pi}{4}$

Application n°1 : Exercice n° 1 ; Série n°11

الصفحة 7 / 8	RS30F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا – الدورة الاستدراكية 2018 – الموضوع – مادة: الفيزياء والكيمياء – شعبة العلوم الرياضية "أ" و"ب" – خيار فرنسية	

Exercice 3 : Mécanique (5,5 points) **Les deux parties I et II sont indépendantes**

Partie I : Mouvement d'un skieur

Cette partie de l'exercice décrit un modèle très simplifié du mouvement du centre d'inertie G d'un skieur dans deux phases de son parcours :

-Première phase : Mouvement rectiligne du skieur sur un plan incliné ;

-Deuxième phase : Chute libre du skieur dans le champ de pesanteur uniforme.

Données :- Masse du skieur : $m=60\,kg$;

-Intensité de l'accélération de la pesanteur : $g=9,8\,m.s^{-2}$.

On néglige l'action de l'air.

1-Première phase : mouvement du skieur sur un plan incliné.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G du skieur dans le repère $(O;\vec{i}_1;\vec{j}_1)$ lié à un référentiel terrestre considéré galiléen(figure 1).

Pour atteindre le sommet S d'une piste (P) rectiligne inclinée d'un angle $\alpha=23°$ par rapport à l'horizontale, le skieur part du point O sans vitesse initiale à t=0. Il est accroché à un câble rigide faisant un angle $\beta=60°$ avec l'horizontale. Le câble exerce sur le skieur une force de traction $\vec{F}$ constante dirigée selon la direction du câble(figure 1).

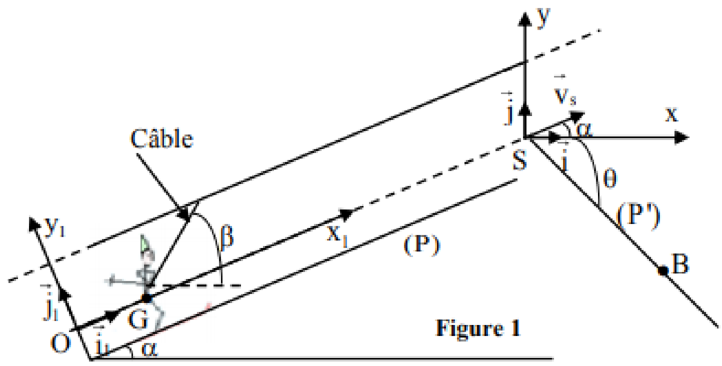


Figure 1

Durant toute cette phase, le skieur reste constamment en contact avec le sol. On note $\vec{R}_T$ et $\vec{R}_N$ respectivement les composantes tangentielle et normale de l'action du plan incliné sur le skieur avec $\|\vec{R}_T\|=k\|\vec{R}_N\|$; k étant le coefficient de frottement solide et $\|\vec{R}_T\|=f=80\,N$.

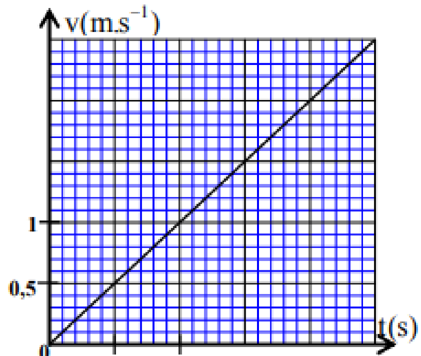


Figure 2

0,5 **1-1**-En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v du centre d'inertie G s'écrit : $\frac{dv}{dt}+\frac{f}{m}+g.\sin\alpha-\frac{F}{m}\cos(\beta-\alpha)=0$.

1-2- La courbe de la figure 2 représente la variation de la vitesse v en fonction du temps.

0,25 **1-2-1**-Déterminer graphiquement la valeur de l'accélération du mouvement de G.

0,25 **1-2-2-** Déduire l'intensité de la force de traction $\vec{F}$.

0,5 **1-3**-Déterminer la valeur de k .

2-Deuxième phase :Phase du saut

Le skieur arrivant au sommet S de la piste (P), lâche le câble et quitte la piste à un instant choisi comme une nouvelle origine des dates avec une vitesse $\vec{v}_S$ faisant l'angle α avec l'horizontale et de valeur $v_S=10\,m.s^{-1}$(figure 1).

On étudie le mouvement du centre d'inertie G du skieur dans le repère $(S;\vec{i};\vec{j})$ lié à un référentiel terrestre considéré galiléen.

Soit B la position de G sur la piste (P') qui est inclinée d'un angle $\theta=45°$ par rapport à l'horizontale (figure1).

0,5 **2-1**-Etablir les expressions numériques des équations horaires x(t) et y(t) du mouvement de chute libre de G dans le repère $(S,\vec{i},\vec{j})$.

0,5 **2-2**-En déduire que l'équation de la trajectoire de G s'écrit : $y=-5,8.10^{-2}\,x^2+0,42x$.

0,5 **2-3**-Trouver la longueur SB du saut.

Réponse :

Application n°1 : Exercice n° 1 ; Série n°11

الصفحة 7 / 8	RS 31	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا – الدورة الاستدراكية 2015 – الموضوع – مادة: الفيزياء والكيمياء – شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (الترجمة الفرنسية)

Mécanique (5,5 points) **Les parties I et II sont indépendantes**

Partie I : Mouvement d'une balle de tennis dans un champ de pesanteur uniforme

Le tennis est un sport qui a des règles codifiées. En simple messieurs, il est pratiqué par deux joueurs dont l'un se trouve dans une zone (A) et l'autre dans une zone (B). Les deux zones ont chacune une longueur L et sont séparées par un filet. Au cours du match, chaque joueur tente de faire tomber la balle de tennis dans la zone de l'adversaire.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G d'une balle de tennis dans le repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{k})$ lié à un référentiel terrestre que l'on considérera comme galiléen.

Le joueur se trouvant dans la zone (A) tente de faire passer la balle au dessus de son adversaire se trouvant dans la zone (B), à une distance d du filet. Pour cela il renvoie la balle, à un instant choisi comme origine des dates $(t=0)$, du point O avec une vitesse initiale $\vec{V_0}$ qui forme un angle α avec l'horizontale. Le point O se trouve à une distance D du filet et à une hauteur h de la surface du sol (figure ci- dessous).

Données :

- On néglige les frottements et les dimensions de la balle, et on prend $g=9,8\,m.s^{-2}$.
- $d=1\,m$; $D=13\,m$; $h=0,7\,m$; $L=12\,m$.
- $V_0=13\,m.s^{-1}$; $\alpha=45^\circ$.

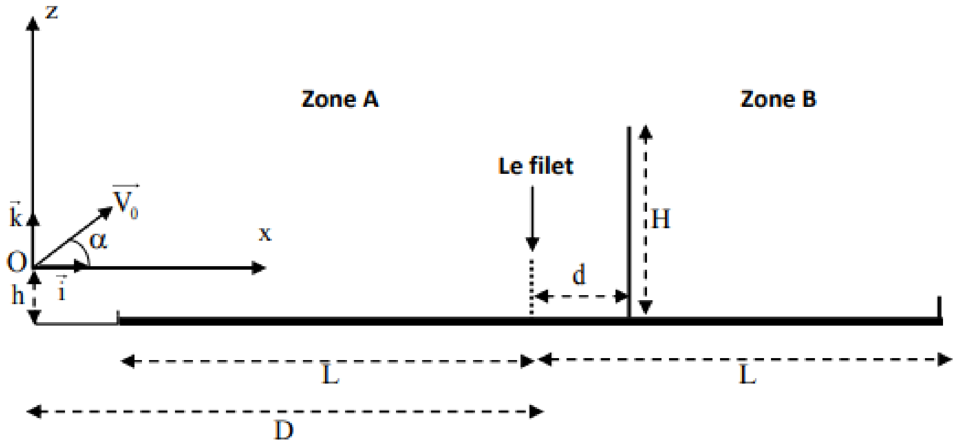
0,5 **1-** Etablir l'expression numérique $z=f(x)$ de l'équation de la trajectoire du centre d'inertie G .

0,5 **2-** Sachant que le joueur se trouvant dans la zone (B) tient sa raquette dans une position verticale et que l'extrémité supérieure de la raquette se trouve dans le plan du mouvement à une hauteur $H=3m$ de la surface du sol .Est ce que le joueur peut intercepter la balle dans cette situation ?

0,5 **3-** Montrer que la balle tombe dans la zone (B).

0,75 **4-** Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse de G à l'instant où la balle frappe le sol, En déduire sa direction par rapport à l'horizontale.

0,5 **5-** Déterminer, pour le même angle $\alpha=45^\circ$, les deux valeurs limites de la vitesse initiale V_0 , avec laquelle le joueur doit renvoyer la balle du point O pour que la balle frappe le sol dans la zone (B) en passant au dessus de l'adversaire situé dans la même position indiquée dans la question 2 .



Réponse :

II- Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme:

*) Particule chargée :

La particule chargée est un corps ponctuel qui possède une charge électrique, elle peut être :

- ✓ Un électron $(\bar{e})$: $q_{\bar{e}} = -e$;
- ✓ Un proton (p) : $q_p = +e$;
- ✓ Un cation (X^{n+}) : $q_{X^{n+}} = +n.e$;
- ✓ Un anion (X^{n-}) : $q_{X^{n-}} = -n.e$;

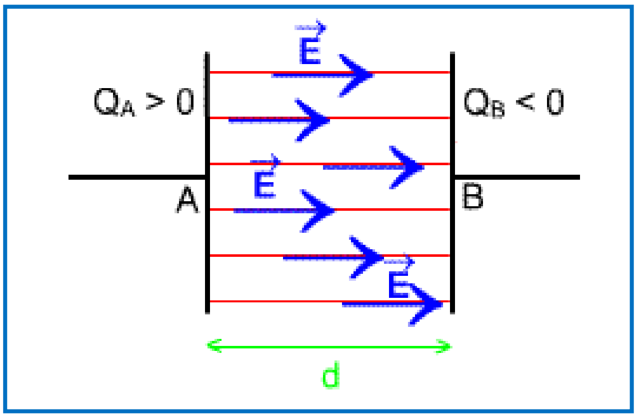
Avec :

$e = 1,6.10^{-19}C$: <u>la charge élémentaire</u>

*)Champ électrique uniforme :

Un champ électrique est dit uniforme s'il est constant en direction, en sens et en valeur : les lignes de champs sont alors toutes parallèles.

Exemple :



- ➤ Entre deux plaques métalliques planes et parallèle, soumises à une différence de potentielle : $U_{AB} = V_A - V_B$, il existe un champ électrique uniforme.
  - Les lignes de champ entre les plaques sont parallèles entre elles et perpendiculaires aux plans des plaques.
  - Le vecteur champ électrique $\vec{E}$ est orienté dans sens des potentielles décroissants(il est dirigé de la plaque ayant le plus grand potentiel vers celle ayant le plus petit potentiel)

$U_{AB} > 0 \Rightarrow V_A - V_B > 0 \Rightarrow V_A > V_B$ donc : $\vec{E}$ est dirigé de la plaque A vers la plaque B.

1) Force électrique :

« Toute particule chargée, de charge q, dans un champ électrique $\vec{E}$, est soumis à l'action d'une force électrique $\vec{F}$, donnée par : $\vec{F} = q\vec{E}$ »

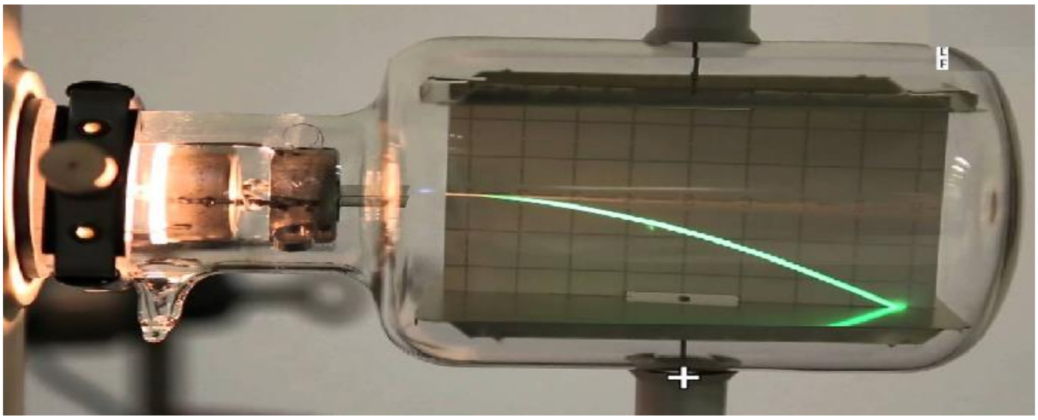
Remarque :

Nous considérons dans ce qui suit que le poids de la particule chargée est négligeable devant la force électrique.

2) Etude du mouvement d'une particule chargées dans un champ électrique uniforme :

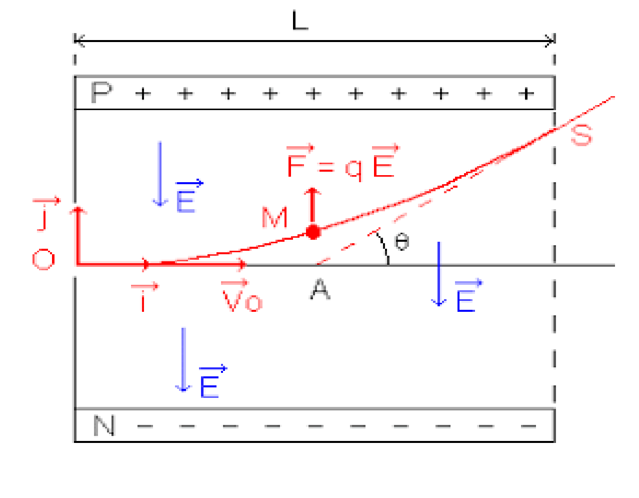
a) Expérience: Déviation d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme.

On utilise un tube de Crookes qui contient un canon d'électrons qui permet d'obtenir un faisceau d'électrons ayant la même vitesse et à l'intérieur duquel il y'a un champ électrique uniforme.



Les électrons entrent dans le champ électrique avec une vitesse $\vec{V_0}$ *perpendiculaire à* $\vec{E}$. *On constate expérimentalement que la trajectoire du faisceau d'électrons est parabolique.*

b) Etude théorique du mouvement :



Considérant le mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme dont le vecteur $\vec{E}$ *est orthogonal au vecteur vitesse* $\vec{V_0}$ *de la particule.*

Pour décrire le mouvement de la particule dans le référentiel du laboratoire, supposé galiléen, choisissons un repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j})$ *tel que :* $\vec{V_0} = V_0.\vec{i}$

Et $\vec{E} = -E.\vec{j}$

La particule de charge $q < 0$ *pénètre dans* *le champ en* O *à l'instant* $t = 0$. (*Figure ci-dessus*)

- **Equations horaires du mouvement :**

*) Système étudié : {l'électron}

*) Bilan des forces :

- $\vec{F}$: la force électrique ; $\vec{F} = q\vec{E}$

Remarque :

- ✓ $q = -e$ donc : $q < 0$; $\vec{F}$ et $\vec{E}$ ont deux sens opposés
- ✓ Le poids de l'électron est négligeable devant la force électrique (car la masse de l'électron est $m = 9{,}11.10^{-31} kg$ très petite)

*)Appliquant la deuxième loi de Newton :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G$$

$\Longrightarrow \vec{F} = m.\vec{a}_G$; et on sait que : $\vec{F} = q.\vec{E}$

donc : $q.\vec{E} = m.\vec{a}_G$ (1)

*) Projection de la relation (1) dans le plan (O,x,y) :

$$\begin{cases} 0 = m.a_x \\ -q.E = m.a_y \end{cases} \text{ avec : } q = -e \Rightarrow \quad d'où : \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{e.E}{m} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dV_x}{dt} = 0 \\ \frac{dV_y}{dt} = \frac{e.E}{m} \end{cases} \begin{cases} V_x = C_1 = V_0 \\ V_y = \frac{e.E}{m}.t + \cancel{C_2} \end{cases}$$

Remarque :

- Selon l'axe (Ox) le mouvement est rectiligne uniforme ;
- Selon l'axe (Oy) le mouvement est rectiligne uniformément varié (accéléré) ;

D'où :

- Equations horaires du mouvement selon l'axe (Ox) :$x(t) = V_0.t$ car : $x_o = 0$
- Equations horaires du mouvement selon l'axe (Oy) : $y(t) = \frac{1}{2}\frac{e.E}{m}.t^2$ car : $V_{0y} = 0$ et $y_0 = 0$

- **Equations de la trajectoire :**

On obtient l'équation de la trajectoire en éliminant t entre x et y, On a :

$x = V_0.t$ Et $y = \frac{1}{2}\frac{e.E}{m}.t^2$

donc: $t = \frac{x}{V_0}$,

en remplaçant dans y on obtient :$y = \frac{1}{2}\frac{e.E}{m}\frac{x^2}{{V_0}^2}$

Remarque :

- ✓ *Les coordonnées du point de sortie de l'électron du champ électrique:*

S est le point de sortie de l'électron $x_S = L$, *en remplaçant dans y on obtient :*

$$y_s = \frac{1}{2}\frac{e.E}{m}\frac{L^2}{{V_0}^2}$$

- ✓ *Vitesse de l'électron lorsqu'il quitte le champ électrique:*

On a : $x = V_0.t$ *le temps mis par l'électron pour arrive au point S est :*$t = \frac{L}{V_0}$, *d'où :*

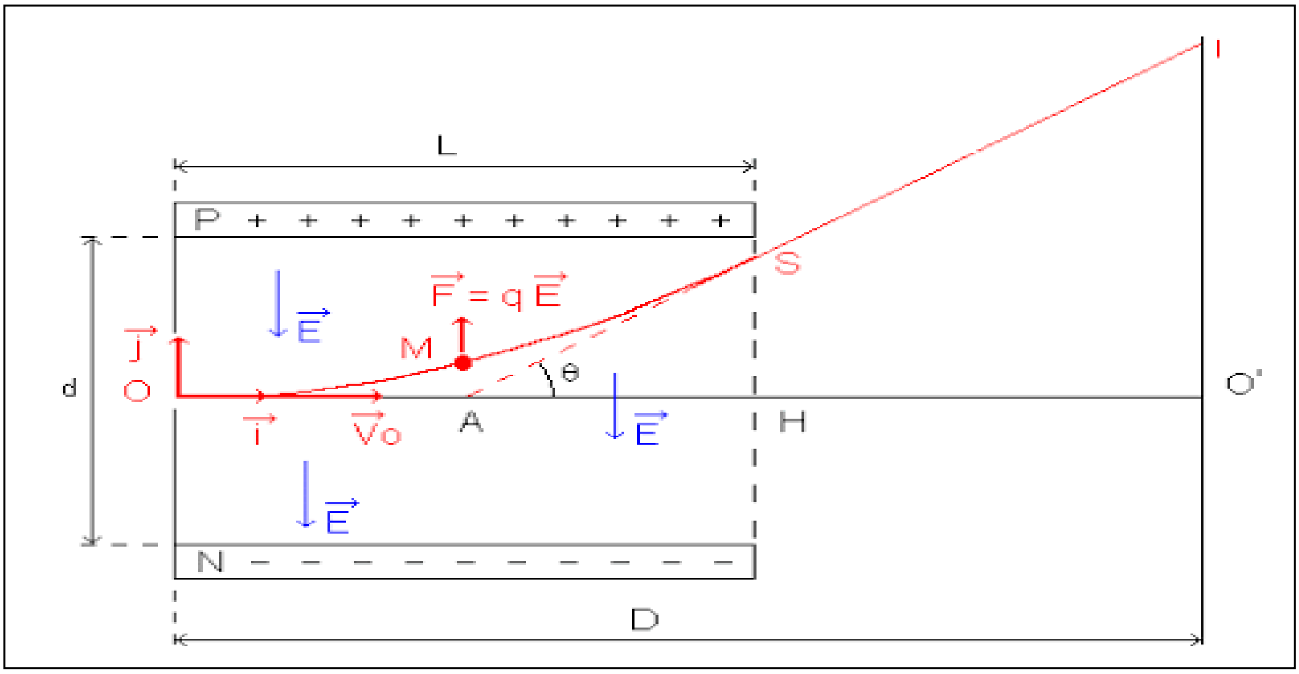
$$\overrightarrow{V_S}\begin{cases} V_{Sx} = V_0 \\ V_{Sy} = \frac{e.E}{m}\frac{L}{V_0} \end{cases}$$

On a :$\overrightarrow{V_S} = \overrightarrow{V_{Sx}} + \overrightarrow{V_{Sy}}$

$$\Rightarrow tan\theta = \frac{V_{Sy}}{V_{Sx}} = \frac{e.E}{m}\frac{L}{{V_0}^2}$$

- *Déflexion électrique:*

Après sa sortie du champ électrique l'électron a un mouvement rectiligne uniforme jusqu'à ce qu'il rencontre l'écran au point I.



Montrons que : $AH = \frac{L}{2}$

On a : $tan\theta = \frac{y_S}{AH}$ *avec:* $tan\theta = \frac{e.E}{m}\frac{L}{{V_0}^2}$ *et avec :* $y_s = \frac{1}{2}\frac{e.E}{m}\frac{L^2}{{V_0}^2}$ *donc :*

$$AH = \frac{y_S}{tan\theta} = \frac{1}{2}\frac{e.E}{m}\frac{L^2}{{V_0}^2} \times \frac{m.{V_0}^2}{e.E.L} = \frac{L}{2}$$

On appelle déflexion électrique la distance D_e *entre le point d'impact* O' *de la particule avec l'écran en absence du champ électrique et le point d'impact* I *de la particule avec l'écran en présence du champ électrique.*

On a : $tan\theta = \frac{y_S}{AH} = \frac{D_e}{D-OA}$

III- Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme:

**) Champ magnétique uniforme :*

Un champ magnétique, régnant dans une zone de l'espace, est dit uniforme si en tout point de cette zone le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ *conserve :*

- ✓ *La même direction ;*
- ✓ *Le même sens ;*
- ✓ *Le même module(intensité).*

1) Force magnétique :

a-Loi de Lorentz :

« Toute particule chargée, de charge q, animée d'une vitesse $\vec{v}$ *dans un champ magnétique* $\vec{B}$*, est soumis à l'action d'une force magnétique* $\vec{F}$ *appelée force de Lorentz, donnée par :* $\vec{F} = q.\vec{v} \wedge \vec{B}$ *»*

Remarque :

Nous considérons dans ce qui suit que le poids de la particule chargée est négligeable devant la force magnétique (force de Lorentz).

***)Rappel : Propriétés du produit vectoriel :*

Si $\vec{A} \wedge \vec{B} = \vec{C}$*, alors :*

- ➢ *Propriété 1 :*

$\|\vec{C}\| = \|\vec{A}\|.\|\vec{B}\|.|sin(\alpha)|;$ α*: l'angle entre les vecteurs* $\vec{A}$ *et* $\vec{B}$ *.*

- ➢ *Propriété 2 :*

$$\begin{cases} \vec{A} \perp \vec{C} \\ \quad et \\ \vec{B} \perp \vec{C} \end{cases} \Leftrightarrow \quad \vec{C} \perp \text{au plan } (\vec{A}, \vec{B})$$

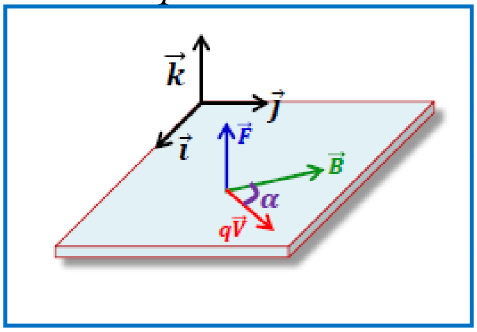
- **Propriété 3 :**

Les vecteurs $\vec{A}$, $\vec{B}$ et $\vec{C}$, dans ce sens, constituent <u>un trièdre direct</u> .

b-Caractéristiques de la force magnétique de Lorentz :

Le produit vectoriel des vecteurs $q.\vec{v}$ et $\vec{B}$ permet de déterminer les caractéristiques de $\vec{F}$:

- *Point d'action :* la particule elle-même car elle est considérée ponctuelle.
- *Ligne d'action :* La perpendiculaire au plan défini par $\vec{v}$ et $\vec{B}$. (Figure ci-contre)
  ($\vec{F}$ est à la fois perpendiculaire à $\vec{v}$ et $\vec{B}$)



- *Sens :* Défini par le trièdre direct $(q\vec{v}\,, \vec{B}, \vec{F})$
- *Intensité :* $F = |q|.v.B.|sin(\alpha)|$

<u>Avec</u> :

q : Charge de la particule (C) ;

v : Vitesse de la particule ($m.s^{-1}$) ;

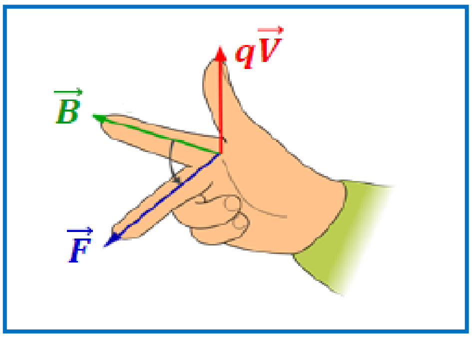
B : Intensité du champ magnétique (T) (tesla) ;

α : angle formé par $\vec{v}$ et $\vec{B}$ $(°)$(degré);

F : Intensité de la force de Lorentz (N).

<u>Remarque :</u>

- Nous considérons dans ce qui suit que <u>le vecteur vitesse $\vec{v}$ est perpendiculaire à $\vec{B}$</u>, alors : $F = |q|.v.B$.
- la main droite peut servir à trouver le sens d'une force magnétique : le pouce, l'index, le majeur pris dans cet ordre sont placés suivant les vecteurs $q\vec{v}$, $\vec{B}$ et $\vec{F}$ du trièdre direct (Figure ci-contre).



- Représentation de $\vec{B}$ dans l'espace :

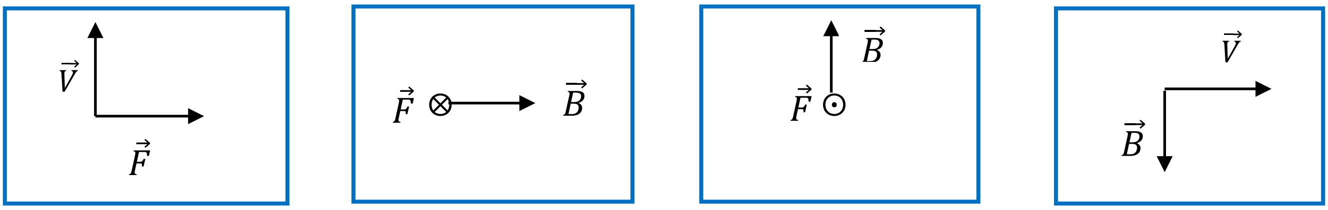
$\odot\vec{B}$: signifie que $\vec{B}$ est perpendiculaire au plan de la page est dirigé vers l'avant.

$\otimes\vec{B}$: signifie que $\vec{B}$ est perpendiculaire au plan de la page est dirigé vers l'arrière.

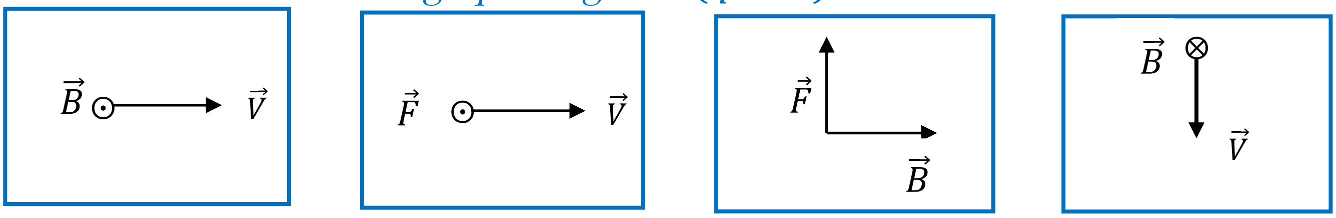
Application n°2 : Exercice n° 2 ; Série n°11

Reproduire les schémas ci-dessous, et y représenter dans chaque cas le vecteur manquant parmi les vecteurs : $\vec{v}$ vecteur vitesse, $\vec{B}$ vecteur champ magnétique, $\vec{F}$ force de Lorentz.

1- 1er cas : la charge q est positive $(q > 0)$:



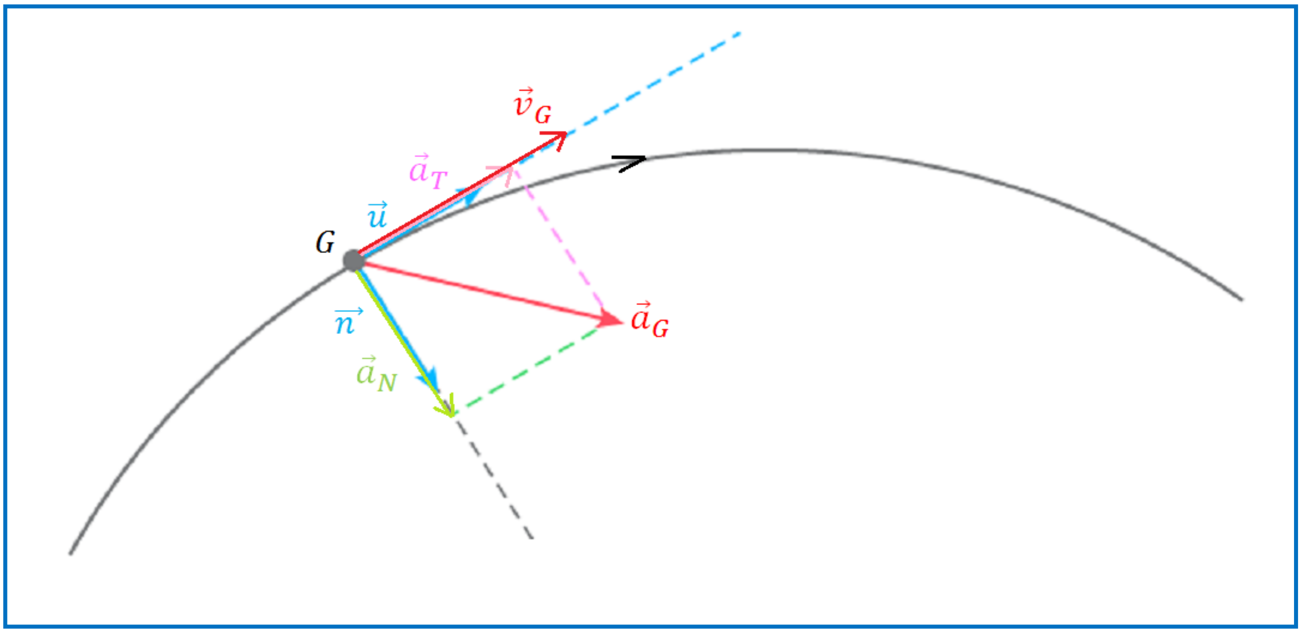
2- 2ème cas : la charge q est négative $(q < 0)$:



2) Coordonnées du vecteurs accélération $\vec{a}_G$ dans la base de Frenet :

La base de Frenet est une base de projection non liée au référentiel.

Le repère de Frenet $(G, \vec{u}, \vec{n})$ est un repère orthonormé, d'origine confondue avec le centre d'inertie G du système étudie, de vecteur unitaire $\vec{u}$ tangent à la trajectoire et de même sens du mouvement, et vecteur unitaire $\vec{n}$ normal à $\vec{u}$ et orienté vers la concavité de la trajectoire (Figure ci-dessous);



Le vecteur accélération $\vec{a}_G$ *exprimé dans la base de Frenet est alors :*

$$\vec{a}_G = \vec{a}_T + \vec{a}_N$$
$$= a_T.\vec{u} + a_N.\vec{n} \; ; \qquad \textit{avec :}$$

- ✓ $\vec{a}_T = a_T.\vec{u}$ *: le vecteur accélération tangentielle :* $a_T = \frac{dv_G}{dt}$;
- ✓ $\vec{a}_N = a_N.\vec{n}$ *: le vecteur accélération normale :* $a_N = \frac{{v_G}^2}{\rho}$;

ρ *étant le rayon de courbure de la trajectoire.*

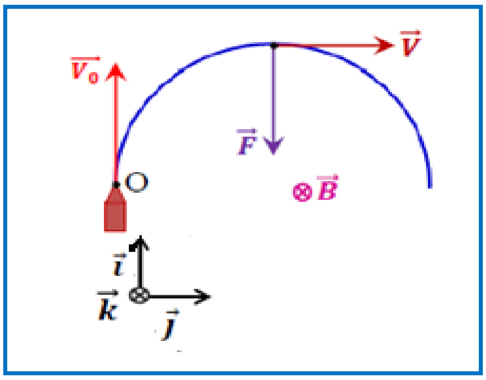
3) Etude théorique du mouvement :

Considérant le mouvement d'une particule chargée mobile dans un champ magnétique uniforme dont le vecteur $\vec{B}$ *est orthogonal au vecteur vitesse* $\vec{V}_0$ *de la particule.*

Pour décrire le mouvement de la particule dans le référentiel du laboratoire, supposé galiléen, choisissons un repère orthonormé $R(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ *tel que :*

$\vec{B} = B.\vec{k}$ *et* $\vec{V}_0 = V_0.\vec{\imath}$.

La particule de charge $q < 0$ *pénètre dans le champ en* O *à l'instant* $t = 0$. *(Figure ci-contre)*



a- Le vecteur accélération $\vec{a}_G$:

→ *Bilan de forces :*

*) *Le système étudie :* {la particule chargée}.

- $\vec{F}$ *: la force de Lorentz ;*

→ *Appliquant la deuxième loi de Newton :*

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G$$

$\Longrightarrow \vec{F} = m.\vec{a}_G$ *; et on sait que :* $\vec{F} = q.\vec{v} \wedge \vec{B}$

donc : $q.\vec{v} \wedge \vec{B} = m.\vec{a}_G$

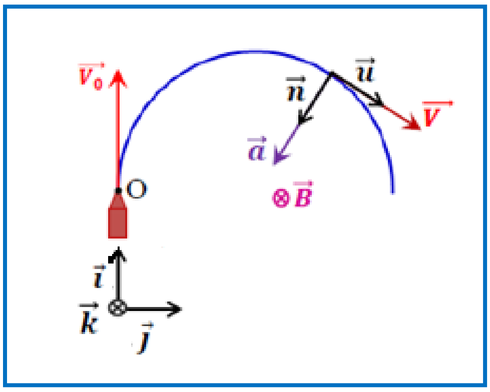
d'où : $\vec{a}_G = \frac{q}{m}.\vec{v} \wedge \vec{B}.$

b- Les deux coordonnées a_T et a_N dans la base de Frenet :

On a : $\vec{a}_G = \frac{q}{m}.\vec{v} \wedge \vec{B}$ *donc :* $\vec{a}_G \perp \vec{v}$

Et comme : $\vec{v} = v.\vec{u}$ *alors :* $\vec{a}_G \perp \vec{u}$

donc : $a_T = 0$ (1)



$$\Longrightarrow \begin{cases} \vec{a}_G = a_N.\vec{n} = \frac{{V_0}^2}{\rho}\vec{n} \\ \quad et \\ \vec{a}_G = \frac{q}{m}.\vec{v} \wedge \vec{B} \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \quad a_N = \frac{{V_0}^2}{\rho} = \frac{|q|}{m}.V_0.B \quad (2)$$

c- Type de mouvement :

Montrons que le mouvement de la particule est plan :

On a : $\vec{a}_G = \frac{q}{m}.\vec{v} \wedge \vec{B}$ *donc :* $\vec{a}_G \perp \vec{B}$

Et comme : $\vec{B} = B.\vec{k}$ *alors :* $\vec{a}_G \perp \vec{k}$ *donc :* $a_z = 0$

Et on a : : $a_z = \frac{dv_z}{dt} = 0 \Longrightarrow v_z = C$

Pour déterminer C on utilise les conditions initiales $(t = 0)$ *du vecteur vitesse* $\vec{v}_G$ *;*

✓ *A* $t = 0$, *on a :* $\vec{v}_G(t = 0) = \vec{V}_0 = \begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \\ V_{0z} = 0 \end{cases}$

c.à.d. que : $C = 0$

Donc : $v_z = 0$

Et on a : : $v_z = \frac{dz}{dt} = 0 \Longrightarrow z(t) = C'$

Pour déterminer C on utilise les conditions initiales $(t = 0)$ *du vecteur position* $\overrightarrow{OG}$ *;*

✓ *A* $t = 0$, *on a :* $\overrightarrow{OG}(t = 0) = \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$

c.à.d. que : $C' = 0$

Donc : $z(t) = 0$

D'où, le mouvement de la particule est plan, qui se fait dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$ *orthogonal à* $\vec{B}$.

d- Nature du mouvement :

Montrons que le mouvement de la particule est circulaire uniforme :

On a d'après la relation (1) *:* $a_T = \frac{dv_G}{dt} = 0 \Longrightarrow v_G = Cte = V_0$

Donc le mouvement de la particule est uniforme ;

Et on a d'après la relation (2) :

$\rho = \frac{V_0.m}{|q|.B} = Cte = R \Longrightarrow$ le rayon de courbure de la trajectoire est constant

Donc le mouvement de la particule est circulaire ;

D'où le mouvement de la particule est circulaire uniforme.

e- La période T du mouvement :

La période T du mouvement est la durée nécessaire pour faire un tour complet , elle s'exprime par la relation : $\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$ (s)

Avec : $v = R.\omega$; ω : vitesse angulaire (rad)

Donc : $T = \frac{2\pi.R}{v}$

Pour la particule chargée, on a : $v = V_0$ et $R = \frac{V_0.m}{|q|.B}$, D'où : $T = \frac{2\pi.m}{|q|.B}$

Application n°3 : Exercice n° 3 ; Série n°11

Dans un accélérateur de particules, les ions hélium He^{2+}, de masse $m_{He} = 6{,}68.10^{-27}Kg$, sont accélérés jusqu'à une vitesse $V_0 = 1{,}25.10^{7}m.s^{-1}$. Ils pénètre dans une région où règne un champ magnétique $\vec{B} = B.\vec{\imath}$ uniforme de valeur $B = 1{,}30\ T$. Leur vecteur vitesse $\vec{V_0} = V_0.\vec{k}$ est perpendiculaire au vecteur champ magnétique $\vec{B}$.

1- Calculer l'intensité de la force magnétique.

2- Caractériser le mouvement de ces ions.

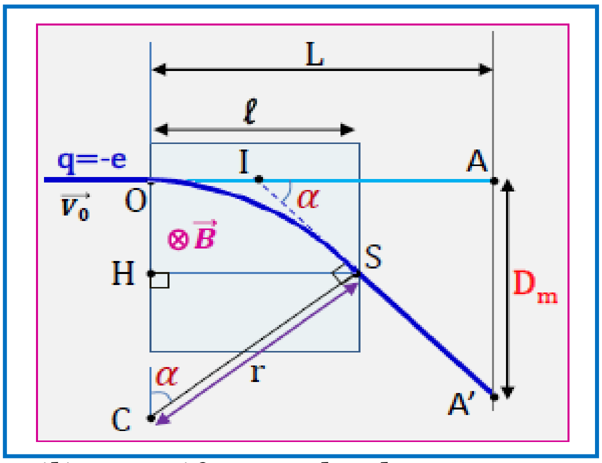
3- Calculer :

3.1- le rayon de la trajectoire ;

3.2- la durée d'un tour.

On donne : la charge élémentaire ; $e = 1{,}6.10^{-19}C$.

Réponse :



4) La déflexion magnétique D_m:

Un faisceau de particules identiques, de charge q et de masse m, pénètre en O dans une région de largeur ℓ où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, est dirigé suivant OA(Figure ci-contre). Dans le champs magnétique, les particules décrivent un arc de cercle de rayon $r = \frac{V_0.m}{|q|.B}$ et sortent du champ au point S.

À partir de ce point, leur mouvement est alors rectiligne uniforme selon la tangente en S à la trajectoire circulaire.

Elles arrivent en A' sur l'écran (E) perpendiculaire à OA et situé à la distance L du point O.

- $D_m = AA'$: appelée *déflexion magnétique* ;
- $\alpha = (\widehat{IA, IA'}) = (\widehat{CO, CS})$: appelée *déviation magnétique.*

**)Montrons que la déflexion magnétique est donnée par :* $D_m = \frac{L.\ell.|q|.B}{m.V_0}$

Réponse :

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

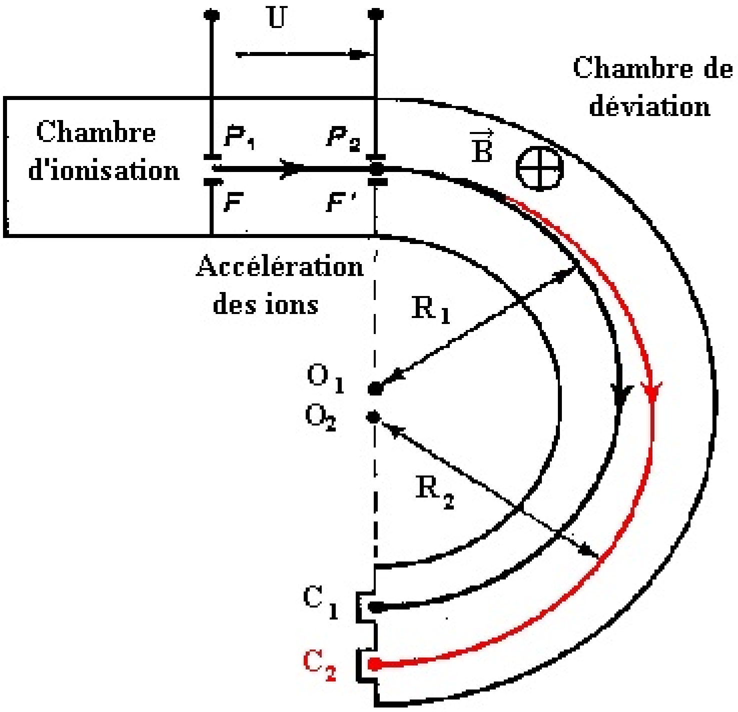
....

....

....

....

....


U
Chambre de
déviation
Chambre
d'ionisation
P1
P2
F
F'
B
Accélération
des ions
R1
O1
O2
R2
C1
C2