Satellites et planètes

I. Lois de Kepler

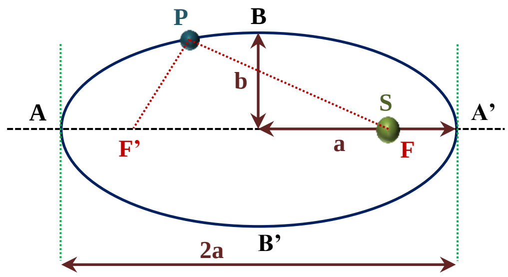
1. Premier loi de Kepler : Loi des orbites

Dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire du centre d'inertie d'une planète est une ellipse dont le soleil est l'un de ses deux foyers.

Caractéristiques d'une ellipse :

Ellipse dans un plan est un ensemble de points **P** satisfaisant la relation : **FP + PF' = 2a**

- ✓ **F** et **F'** : deux points constantes nommés foyers de l'ellipse.
- ✓ **AA' = 2a** : le grand axe de l'ellipse.
- ✓ **BB'= 2b** : le petit axe de l'ellipse.



Remarque :

Le cercle est un cas particulier de l'ellipse dont les deux foyers **F** et **F'** sont confondus avec le centre **O** => **a = b = R** (le rayon du cercle).

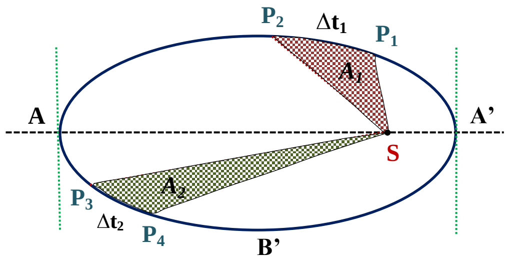
2. Deuxième loi de Kepler : Loi des aires

Le segment de droite [**SP**] qui relie le centre du soleil **S** au centre de la planète **P** balaie des **aires égales** pendant des **durées égales** :

Alors pour $\Delta t_1 = \Delta t_2$ => $A_1 = A_2$ avec A_1 et A_2 sont les surfaces balayées pendant Δt_1 et Δt_2.

Remarque :

L'une des très importantes conséquences de cette loi est que la **vitesse des planètes** autour du soleil **n'est pas constante**. La vitesse est maximale en **A'** et minimale en **A**.



3. Troisième loi de Kepler : Loi des périodes

Pour toutes les planètes du système solaire, le rapport $\frac{T^2}{a^3}$ est constant : $\boxed{\frac{T^2}{a^3} = k = cte}$

- **T** : Période de révolution de la planète autour du soleil.
- **a** : Demi-grand axe de la trajectoire elliptique de planète autour du soleil.
- **k** : Constante ne dépend que de l'astre attracteur.

Remarque : si la trajectoire elliptique devient circulaire : **a = r** => $\boxed{\frac{T^2}{r^3} = cte}$

II. Mouvement circulaire uniforme

1. Propriétés d'un mouvement circulaire uniforme

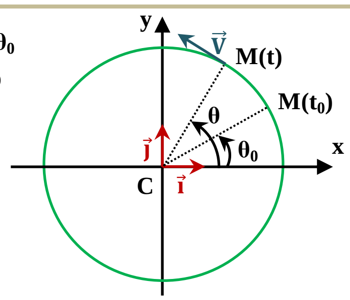
Un mobile est en mouvement circulaire uniforme si sa trajectoire est un cercle et la vitesse de son centre d'inertie **G** est constante :

- Vitesse angulaire : $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$, si $\Delta t = T$ (la période)

  => $\Delta\theta = 2\pi$ alors $\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}}$
- Vitesse linéaire : $\boxed{v = r.\omega}$ avec **r** le rayon et **ω** la vitesse angulaire.
- Période de révolution : $v = r.\omega = r.\frac{2\pi}{T}$ => $\boxed{T = \frac{2\pi.r}{v}}$

$\Delta\theta = \theta - \theta_0$

$\Delta t = t - t_0$



- Vecteur accélération $\vec{a}_G$ dans la base de Frenet : $\vec{a}_G = \frac{dV_G}{dt}\vec{u} + \frac{V_G^2}{r}\vec{n}$

Si la vitesse est constante : **v = cte** => $\frac{dv}{dt} = 0$, alors : $\vec{a}_G = \frac{V_G^2}{r}\vec{n}$ Dans ce cas on dit que l'accélération est **centripète** (dirigé vers le centre **C**).

- P.F.D : $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G$ => $\sum \vec{F}_{ext} = m.\frac{V_G^2}{r}\vec{n}$

On pose $\vec{F} = \sum \vec{F}_{ext}$: La résultante des forces extérieures => $\vec{F} = m.\frac{V_G^2}{r}\vec{n}$

On en déduit alors que $\vec{F} = \sum \vec{F}_{ext}$ est également **centripète**.

Satellites et planètes

- Conditions d'obtention d'un mouvement circulaire uniforme :

Un mobile de masse **m** est en mouvement circulaire uniforme dans un référentiel galiléen si :

- ✓ $\sum \vec{F}_{ext}$ est centripète (dirigés vers le centre **C**)
- ✓ $\sum F_{ext} = F = \frac{m.V^2}{r} = cte$

2. Lois de Kepler dans le cas du mouvement circulaire uniforme

- **Premier loi de Kepler** : trajectoire circulaire **F ≡ F' ≡ O** et **a = b = r**
- **Troisième loi de Kepler** : $\frac{T^2}{r^3} = k = cte$

III. Applications

1. Etude du mouvement de la lune autour de la terre

Activité 1 : Etude du mouvement de la lune autour de la terre

2. Satellisation

La satellisation est une technique qui consiste à mettre un satellite sur son orbite autour de la terre en lui communiquant une vitesse initiale $\vec{V}_0$ lui permettant d'avoir un **mouvement circulaire ou elliptique** autour de la terre.

La satellisation se fait dans deux étapes :

- Porter le satellite par une navette spatiale à un point **P** situé à une altitude **h** de la surface de la terre (**h > 200 km** pour éviter les frottements dans l'atmosphère).
- Libérer le satellite avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$ perpendiculaire au vecteur $\overrightarrow{OP}$, sachant que $V_0 = \sqrt{\frac{G.M_T}{R_T+h}}$.

3. Satellites géostationnaires

a. Définition

Un satellite est dit géostationnaire s'il semble immobile pour un observateur terrestre.

b. Altitude et période d'un satellite géostationnaire

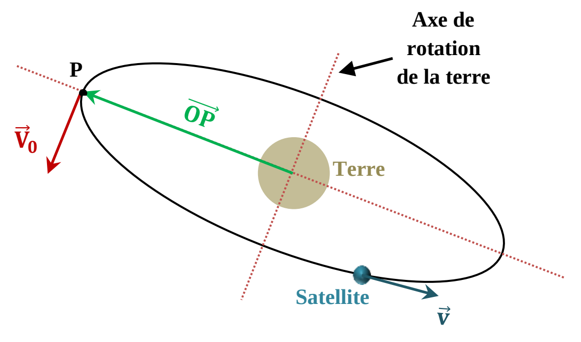
Pour que le satellite soit géostationnaire il faut qu'il :

- Tourne sur une orbite située dans le plan équatorial.
- Tourne dans le même sens que celui de la rotation de la terre (autour de l'axe polaire).
- Tourne avec un période T_{sat} égale à celle de la terre.

❖ **Période** :

La période T_{sat} du satellite est égale à celle de la terre T_{Terre}.

$T_{sat} = T_{Terre}$ = 23 h 56 min 4 s => **T_{sat} = 86164 s**



❖ **Altitude** :

On a $T_{sat} = \frac{2\pi.r}{V_0}$ avec $r = R_T + h$ et $V_0 = \sqrt{\frac{G.M_T}{R_T+h}}$ => $T_{sat} = \frac{2\pi.(R_T+h)}{\sqrt{\frac{G.M_T}{R_T+h}}}$ => $T_{sat}^2 = \frac{4\pi^2(R_T+h)^2}{\frac{G.M_T}{R_T+h}}$

=> $\frac{T_{sat}^2.G.M_T}{4\pi^2} = (R_T+h)^3$ => $h = \sqrt[3]{\frac{T_{sat}^2.G.M_T}{4\pi^2}} - R_T$

Calculons la valeur numérique de l'altitude **h** sachant que : **T_{sat} = 86164 s** ; **$M_T = 5{,}98.10^{24}$ kg** ; **R_T = 6378 km** ; **$G = 6{,}67.10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}$**

AN : **h = 36000 km**