

Exercice 6 N2022

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(0, 1, 1)$, $B(1, 2, 0)$ et $C(-1, 1, 2)$

- 1 a Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{i} + \vec{k}$
b En déduire que $x + z - 1 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)
- 2 Soit (S) la sphère de centre $\Omega(1, 1, 2)$ et de rayon $R = \sqrt{2}$
Déterminer une équation de la sphère (S)
- 3 Montrer que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S) au point A
- 4 On considère la droite (Δ) passant par le point C et perpendiculaire au plan (ABC)
 - a Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ)
 - b Montrer que la droite (Δ) est tangente à la sphère (S) en un point D dont on déterminera les coordonnées
 - c Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AC} \cdot (\vec{i} + \vec{k})$, puis en déduire la distance $d(A, (\Delta))$

Exercice 4 N2023

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(0, 1, 4)$; $B(2, 1, 2)$; $C(2, 5, 0)$ et $\Omega(3, 4, 4)$.

- 1 a Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 4(2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k})$
- 1 b En déduire l'aire du triangle ABC et la distance $d(B, (AC))$
- 2 Soit D le milieu du segment $[AC]$
 - a Vérifier que $\overrightarrow{D\Omega} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC})$
 - b En déduire que $d(\Omega, (ABC)) = 3$
- 3 Soit (S) la sphère d'équation $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 8y - 8z + 32 = 0$
 - a Déterminer le centre et le rayon de la sphère (S)
 - b Montrer que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S) en un point que l'on déterminera
- 4 Soient (Q_1) et (Q_2) les deux plans parallèles à (ABC) tels que chacun d'eux coupe (S) suivant un cercle de rayon $\sqrt{5}$
Déterminer une équation cartésienne pour chacun des deux plans (Q_1) et (Q_2)

1) a) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix} \text{ c. o. d. } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \\ z_C - z_A \end{pmatrix} \text{ c. o. d. } \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}$

$= \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -2 & -4 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} \vec{k}$

$= 8\vec{i} + 4\vec{j} + 8\vec{k}$

$= 4(2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k})$

b) $A = \frac{1}{2} \|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\|$

$= \frac{4}{2} \|\vec{2i} + \vec{j} + \vec{2k}\|$

$= 2 \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} = 6$

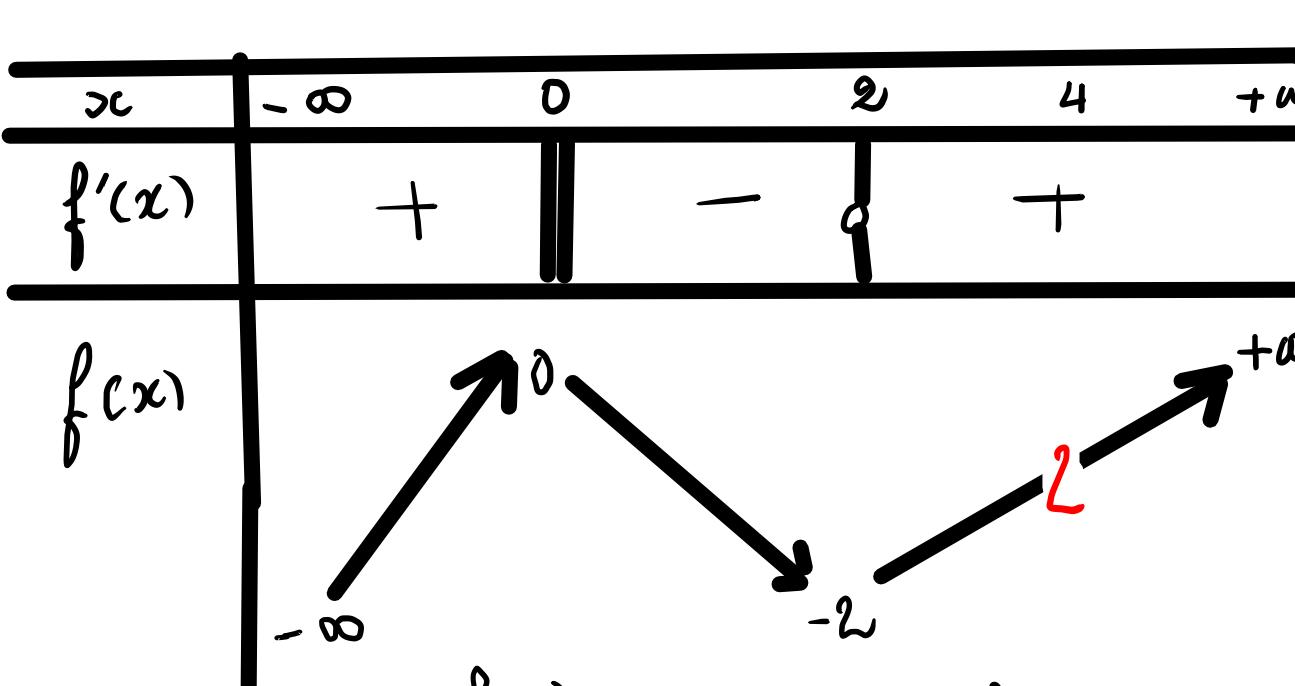
$d(B, (AC)) = \frac{\|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\|}{\|\overrightarrow{AC}\|} = \frac{4 \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}}{\sqrt{2^2 + 4^2 + 4^2}} = \frac{12}{6} = 2$

Exercice d'entraînement du tracé de la courbe

ExR : en utilisant les données suivant répondre aux question

Soit f la fonction définie par les données suivant

• Tableau de variation

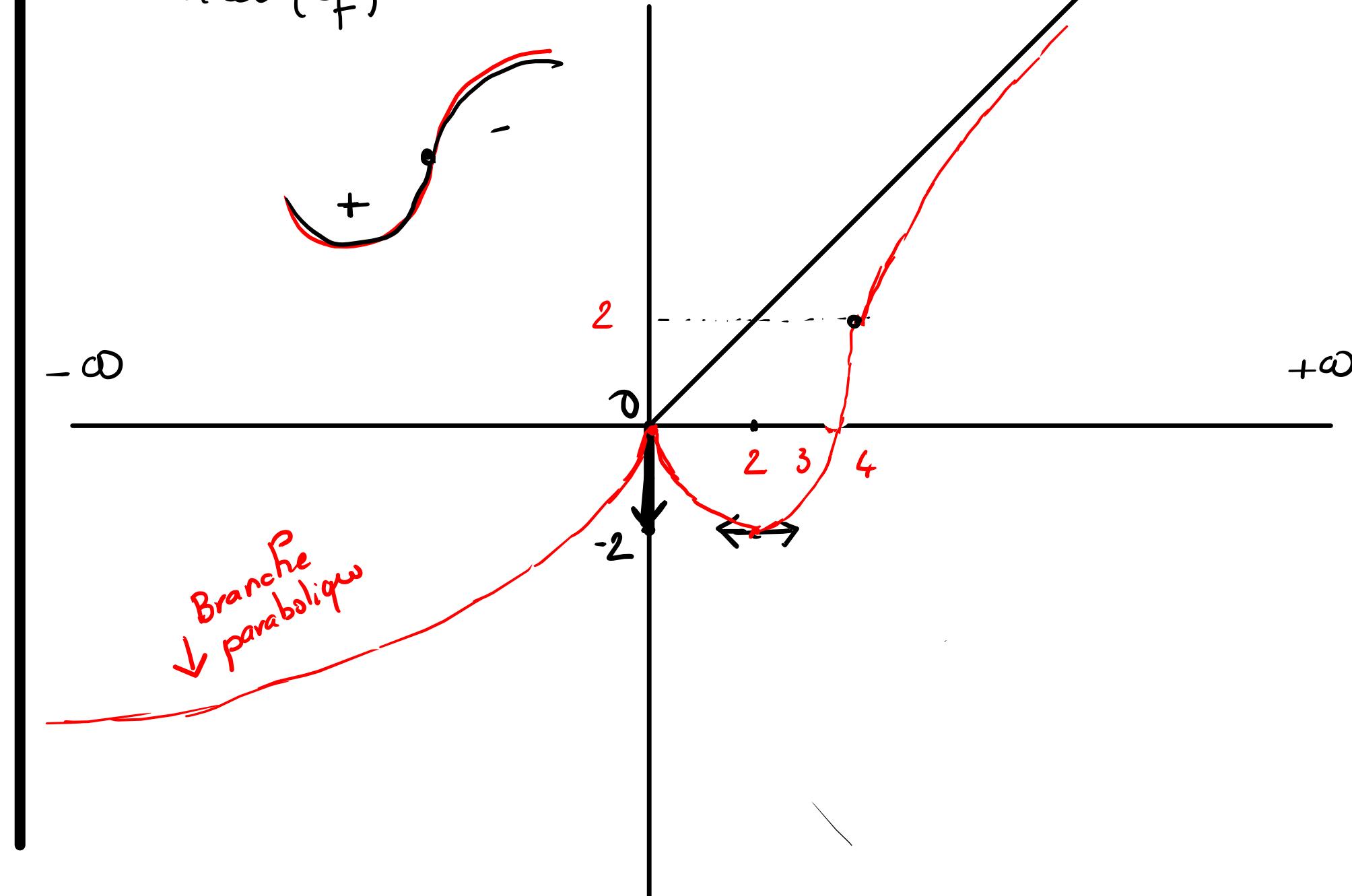


• $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x)}{x} = +\infty$

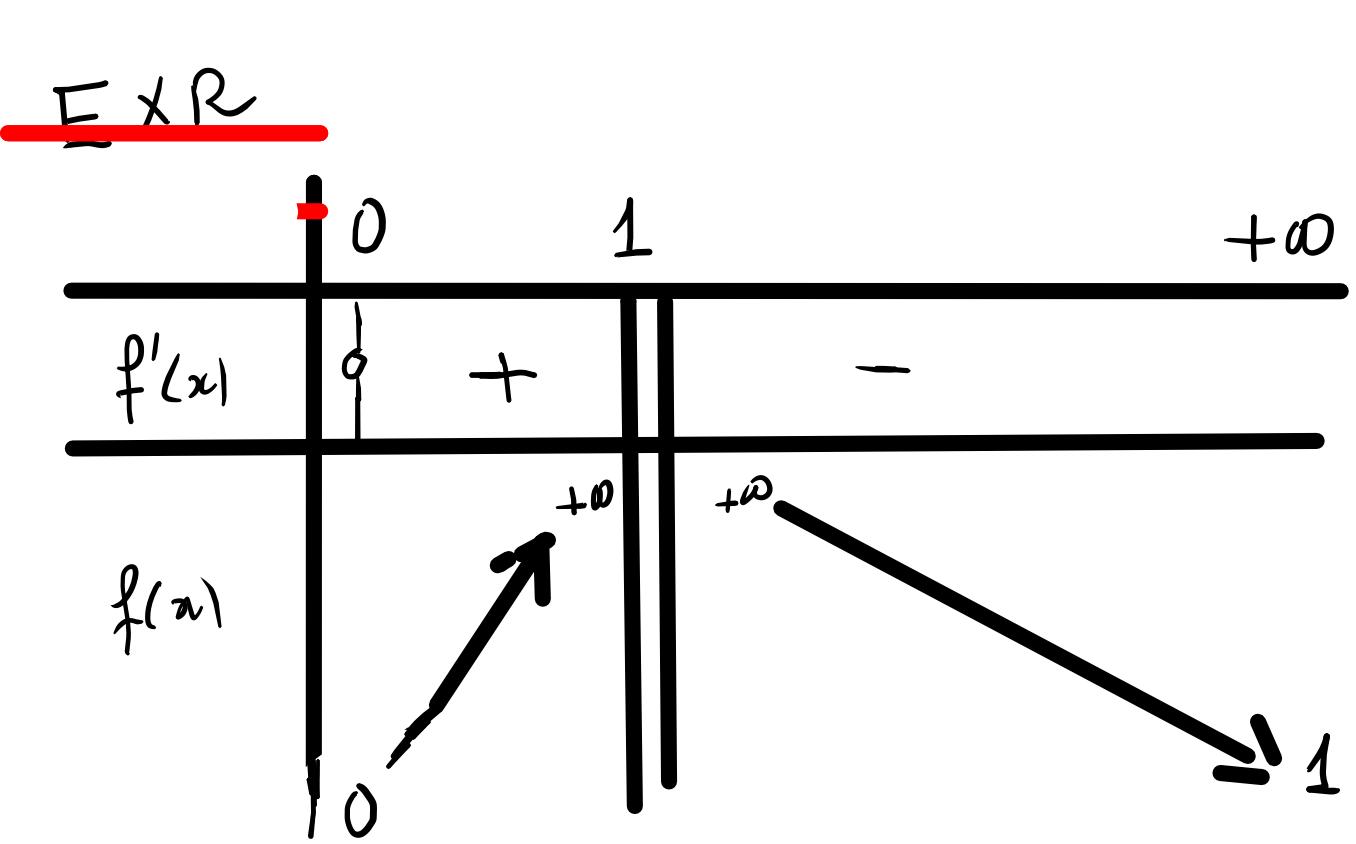
• $\exists ! \alpha \in]3,4[\text{ tq } f(\alpha) = 0$

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x = 0$ $(\Delta) y = x$
- f'' s'annule et change de signe au point d'abscisse 4

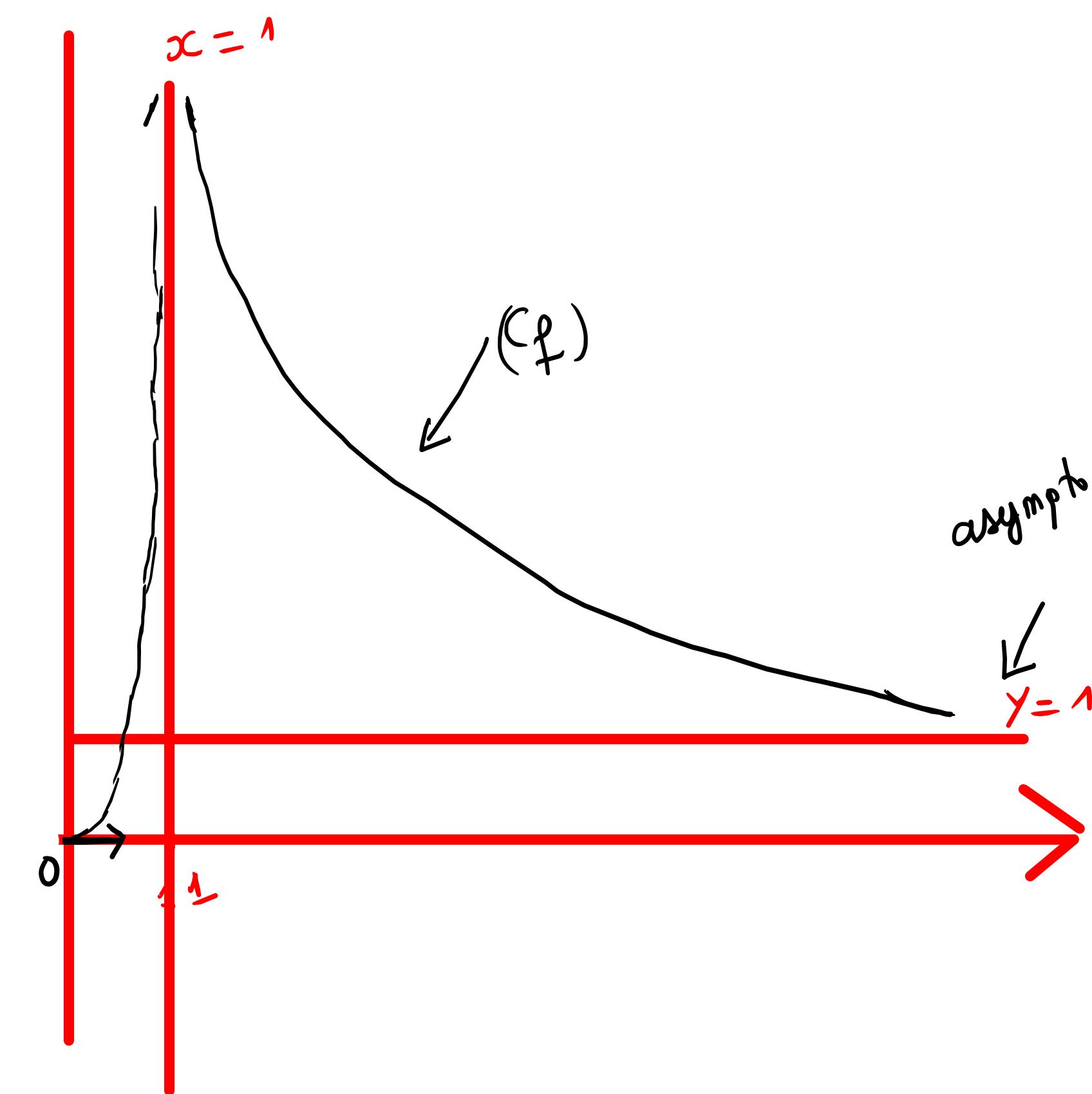
tracé (f)



$y = x$ asym



Träger (C_f)



Exercice 2 : 16 pts

I. Soit g la fonction numérique définie sur $[0; +\infty]$ par : $g(x) = e^{(1-x)} + \frac{1}{x} - 2$

1. Montrer que $g'(x) < 0$ pour tout x de $[0; +\infty]$.
2. Déduire le tableau de variations de la fonction $g(x)$ sur l'intervalle $[0; +\infty]$ (remarquer que $g(1) = 0$).

II. On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $[0; +\infty]$ par :

$f(x) = (1-x)e^{(1-x)} - x^2 + 5x - 3 - 2\ln x$, et (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(0, \vec{i}, \vec{j}\right)$ (unité : 2 cm)

1. Montrer que : $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$ puis interpréter le résultat géométriquement.

2. a) Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

b) Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ puis interpréter le résultat géométriquement.

Exercice 1 :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct, on considère les points $A(0;1;1)$, $B(0;0;2)$ et $C(3;0;0)$.

1) a) Montrer que : $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 3\vec{k}$

b) En déduire que $2x + 3y + 3z - 6 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC) .

2) Soit le point $E(0, -1, 3)$ et (S) l'ensemble des points M vérifiant $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{ME} = 0$. Montrer que (S) est la sphère de centre B et de rayon $\sqrt{2}$.

3) Montrer que le plan (ABC) coupe la sphère (S) suivant un cercle (C) dont on déterminera le centre et le rayon.

Exercice 2 :

Exercice 1 : (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(1, 2, 2)$, $B(3, -1, 6)$ et $C(1, 1, 3)$

0.75 1) a) Vérifier que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$

0.5 b) En déduire que $x - 2y - 2z + 7 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)

0.75 2) Soient les points $E(5, 1, 4)$ et $F(-1, 1, 12)$ et (S) l'ensemble des points M vérifiant $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{MF} = 0$. Montrer que (S) est la sphère de centre $\Omega(2, 1, 8)$ et de rayon $R = 5$

0.5 3) a) Calculer $d(\Omega, (ABC))$ distance du point Ω au plan (ABC)

0.5 b) En déduire que le plan (ABC) coupe la sphère (S) selon un cercle (Γ) de rayon $r = 4$

Exercice 1 :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct, on considère les points $A(0;1;1)$, $B(0;0;2)$ et $C(3;0;0)$.

- 1) a) Montrer que : $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 3\vec{k}$
- b) En déduire que $2x + 3y + 3z - 6 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC) .
- 2) Soit le point $E(0, -1, 3)$ et (S) l'ensemble des points M vérifiant $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{ME} = 0$ Montrer que (S) est la sphère de centre B et de rayon $\sqrt{2}$.
- 3) Montrer que le plan (ABC) coupe la sphère (S) suivant un cercle (C) dont on déterminera le centre et le rayon.

Exercice 2 :