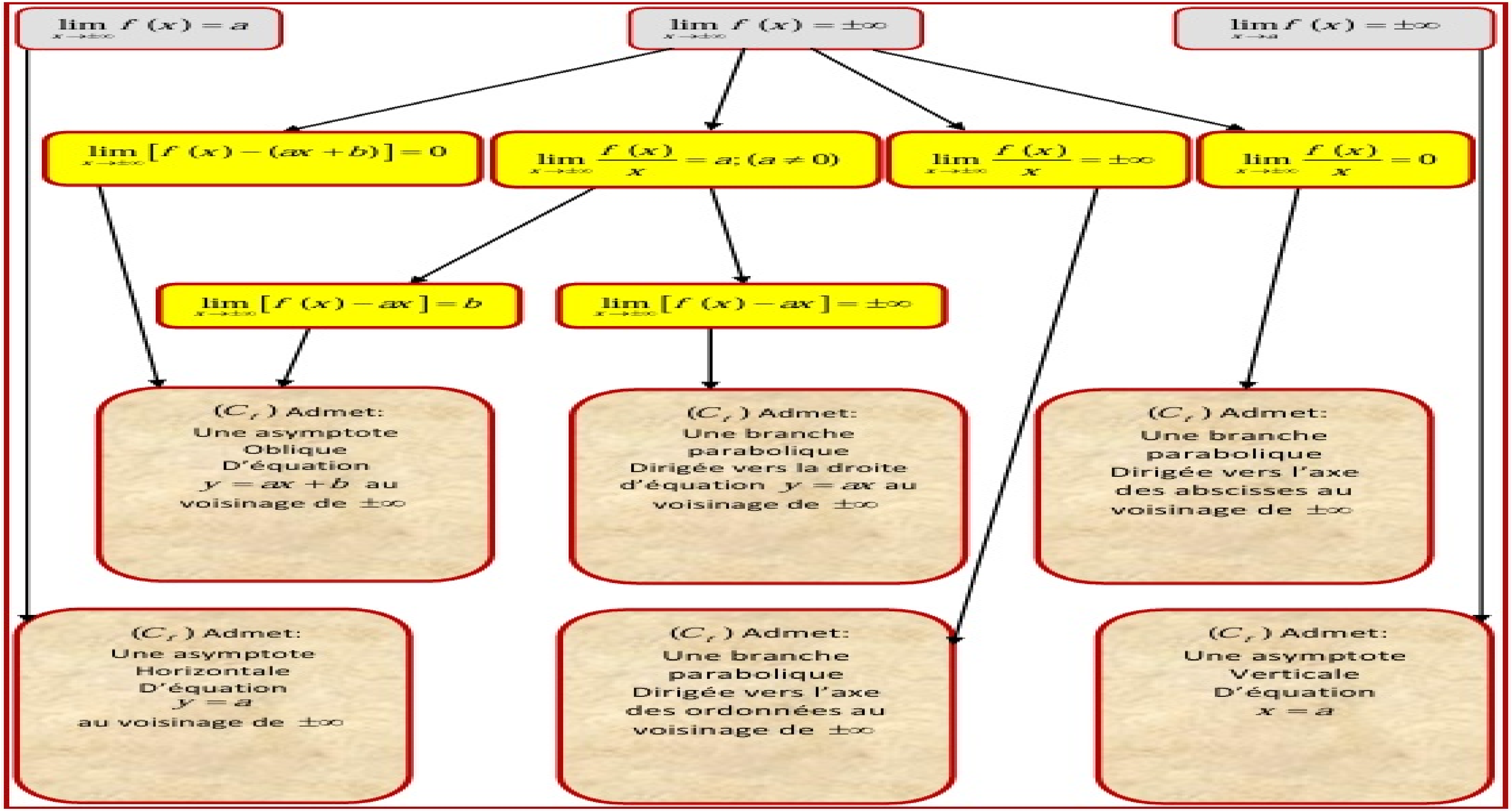

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = a$
$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$
$\lim_{x\to a} f(x) = \pm\infty$
$\lim_{x\to\pm\infty} [f(x) - (ax+b)] = 0$
$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = a; (a \neq 0)$
$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \pm\infty$
$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$
$\lim_{x\to\pm\infty} [f(x) - ax] = b$
$\lim_{x\to\pm\infty} [f(x) - ax] = \pm\infty$
(C_f) Admet: Une asymptote Oblique D'équation $y = ax + b$ au voisinage de $\pm\infty$
(C_f) Admet: Une branche parabolique Dirigée vers la droite d'équation $y = ax$ au voisinage de $\pm\infty$
(C_f) Admet: Une branche parabolique Dirigée vers l'axe des abscisses au voisinage de $\pm\infty$
(C_f) Admet: Une asymptote Horizontale D'équation $y = a$ au voisinage de $\pm\infty$
(C_f) Admet: Une branche parabolique Dirigée vers l'axe des ordonnées au voisinage de $\pm\infty$
(C_f) Admet: Une asymptote Verticale D'équation $x = a$

Entrainement au traçage de la courbe

- f est une fonction impaire
- Tableau de variation

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	|	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

- $\lim\limits_{0^+} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$, $\lim\limits_{+\infty} f(x) + x = 0$
- $\exists \alpha \in]1, 2[$ tq $f(\alpha) = 0$ et f'' s'annule et change de signe

Tracer (C_f) et donner le signe de $f''(x)$ et les variations de $f'(x)$

	Exercice 3 (3 points) :
	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A ; B ; C et D d'affixes respectives : $z_A=-\sqrt{2},\ z_B=1+i,\ z_C=1-i$ et $z_D=2+\sqrt{2}$
0,25	1) a) Montrer que : $z_B-z_A=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z_C-z_A)$
0,25	b) Écrire $\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}$ sous forme trigonométrique.
0,5	c) Montrer que: $(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB})\equiv\frac{\pi}{4}[2\pi]$ et déterminer la nature du tringle ABC
0,25	d) Déterminer l'image de C par la rotation R de centre A et d'angle $\frac{\pi}{4}$.
0,5	2)a) Montrer que $ACDB$ est un losange.
0,25	b) Montrer que : $(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB})\equiv\arg(1+\sqrt{2}+i)[2\pi]$
0,5	c) En déduire que : $\arg(1+\sqrt{2}+i)\equiv\frac{\pi}{8}[2\pi]$
0,5	d) Montrer que $(1+\sqrt{2}+i)^{2024}$ est un nombre réel

EXERCICE N° 3

On considère dans le plan complexe muni repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$; les points $A; B$ et C d'affixes respectives $a = \sqrt{3} - i; b = (2 - \sqrt{3}) - i$ et $c = -\sqrt{2} - i\sqrt{2}$

1 Montrer que a et $2 - b$ sont les solutions de l'équation d'inconnue dans $\mathbb{C}$: $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$

2
- **a** Montrer que : $a + b = -\sqrt{2}\bar{c}$
- **b** Montrer que: $\dfrac{a}{c} = -\dfrac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}b$.
- **c** Écrire a et b sous forme exponentielle et en déduire que: $a = ce^{i\frac{7\pi}{12}}$.
- **d** En déduire un argument du nombre complexe b.

3 Déterminer une mesure de l'angle $(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB})$.

4 Soit d l'affixe du point D l'image de A par la rotation de centre C et d'angle $\dfrac{5\pi}{12}$

- **a** Montrer que : $d = ae^{i\frac{5\pi}{6}}$
- **b** En déduire que $d^{2025} \in \mathbb{R}$

5 Soit e l'affixe du point E l'image de A par la rotation R' de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$

Montrer que $e = ia$ puis déterminer la nature du triangle ODE

6 Déterminer l'affixe du point P l'image de O par la translation T de vecteur $\overrightarrow{DE}$ puis donner la nature du quadrilatère $DEPO$

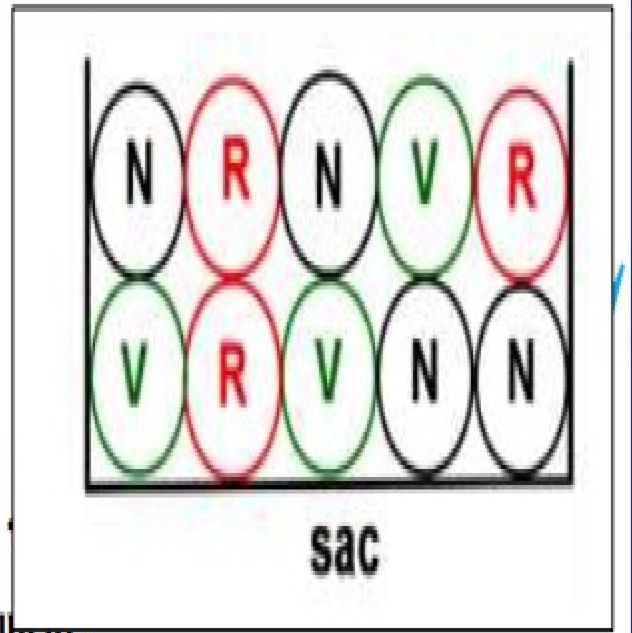
7 Soit M un point d'affixe z différent de O

- **a** Montrer que $z - \dfrac{1}{z} \in i\mathbb{R} \Leftrightarrow z + \bar{z} = 0$ ou $z\bar{z} = 1$
- **b** Déduire l'ensemble de points $M(z)$ tel que $z - \dfrac{1}{z} \in i\mathbb{R}$

Dénombrement

1.

Un sac contient dix boules indiscernables au touche dont :



- Trois boules rouges .
- Trois boules vertes .
- Quatre boules noires .
- On tire au hasard et simultanément 2 boules du sac .

1. Déterminer le nombre des tirages possibles (ou les cas possibles) .
2. Déterminer le nombre des cas tel que les deux boules de même couleur .
3. Déterminer le nombre des cas tel que les deux boules de couleurs différentes.
4. Répondre aux même questions tel que :
   a. On tire au hasard et successivement et sans remise deux boules du sac .
   b. On tire au hasard et successivement et avec remise deux boules du sac .

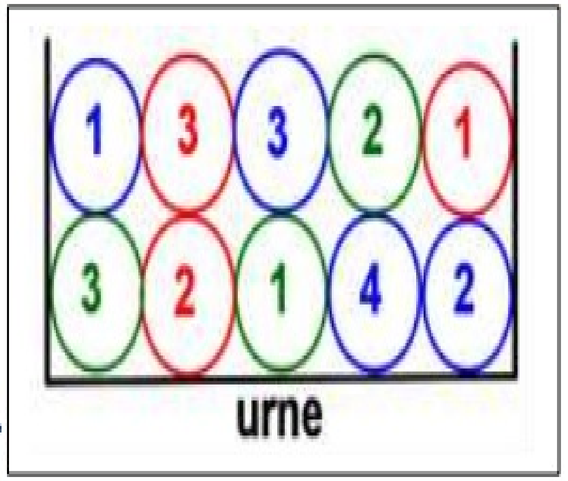
2.

2.

On dispose une urne contient dix jetons indiscernables au toucher:

- Quatre jetons bleus numérotés1 ; 2 ; 3 ; 4
- Trois jetons rouges numérotés 1 ; 2 ; 3 .
- Trois jetons verts numérotées 1 ; 2 ; 3 .

On tire au hasard et simultanément deux jetons de l'urne.



1. Déterminer le nombre des tirages possibles (ou les cas possibles) .
2. Déterminer le nombre des cas tel que les deux jetons de même couleur .
3. Déterminer le nombre des cas tel que les deux jetons de couleurs différentes.
4. Déterminer le nombre des cas tel que la somme des numéros des deux jetons est 5 .
5. Répondre aux même questions tel que :
   a. On tire au hasard et successivement et sans remise deux jetons de l'urne.
   b. On tire au hasard et successivement et avec remise deux jetons de l'urne.

3.

1) $\text{card}\,\Omega = C_{10}^{2} = 45$

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{card}\,\bar{A} = \text{card}\,\Omega - \text{card}\,A \\ p(\bar{A}) = 1 - p(A)\end{array}}$$

2) $\text{card}\,A = C_4^2 + C_3^2 + C_3^2$ « BB ou RR ou VV »

$= 6 + 3 + 3 = 12$

d'où $p(A) = \dfrac{\text{card}\,A}{\text{card}\,\Omega} = \dfrac{12}{45} = \dfrac{4}{15}$

3) $B = \bar{A}$ ($\text{card}\,B = \text{card}\,\bar{A} = \text{card}\,\Omega - \text{card}\,A$

$= 45 - 12 = 33$

$p(B) = p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 1 - \dfrac{4}{15} = \dfrac{11}{15}$

4) C « (3 et 2) ou (1 et 4) »

$\text{card}\,C = C_3^1 \times C_3^1 + C_3^1 \times C_1^1$

$= 9 + 3 = 12$

$p(C) = \dfrac{\text{card}\,C}{\text{card}\,\Omega} = \dfrac{12}{45} = \dfrac{4}{15}$

les ≠ tirages

simultané
في آن واحد
⇓
l'ordre n'est pas important
⇓

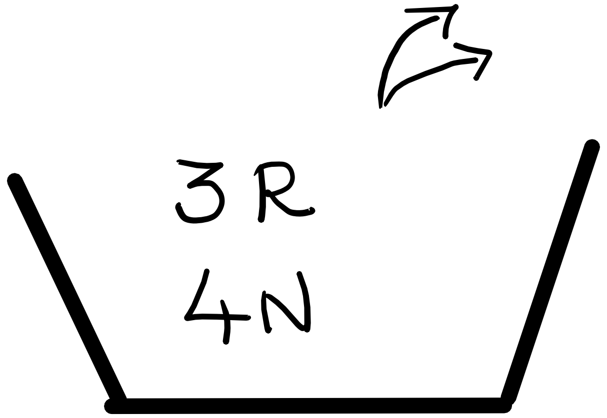
$$C_n^p = \frac{A_n^p}{p!}$$

$$A_n^p = \underbrace{n(n-1)\dots(n-p+1)}_{p \text{ facteur}}$$

successif avec remise
⇓
il y a une répétition
l'ordre est important
⇓
n^p (puissance)

R N
N R
J J

successif sans remise
⇓
il n'y a pas de répétition
l'ordre important
⇓
A_n^p



$$C_5^2 = \frac{A_5^2}{2!} = 10$$

nCr

$\boxed{n \text{ shift } \boxed{\div}\ p}$

$A_5^2 = 5 \times 4 = 20$

$A_4^3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$

avec La calculatrice

nPr

$\boxed{n \text{ schift } \boxed{\times}\ p =}$

p! : factoriel p

$p! = p(p-1) \times \dots \times 1$

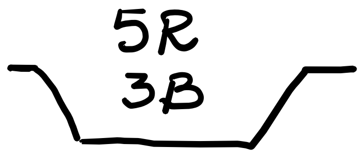
$5! = 5.4.3.2.1 = 120$

• $C_0^0 = 1$, $C_n^0 = 1$, $C_n^n = 1$, $C_n^1 = n$

Exemple :

Une urne contient 5 boul Rouges et 3 boules bLanches (indescérnable au touché)

On tire au hasard simultanement 2 boules de cet urne



p: probabilité 1) Le nombre de cas possibles

$$\text{card}\,\Omega = C_8^2 = \frac{A_8^2}{2!} = 28$$

2) A « Avoir 2 boules de m̂ couleur » « RR + ou BB »

$$\text{card}\,A = C_5^2 + C_3^2 = 10 + 3 = 13$$

donc la probabilité de L'evenement

$$p(A) = \frac{\text{card}\,A}{\text{card}\,\Omega} = \frac{13}{28}$$

$0 \leqslant p(A) \leqslant 1$

$p(\Omega) = 1$, $p(\phi) = 0$

C_n^p ← le nombre de boule tirés ; ← Le nombre des boule dans L'urne

$\leqslant 1$

3) B « Avoir deux boule de Coulour ≠ » RB

et ×

ou ⊕

$$\text{card}\,B = C_5^1 \times C_3^1 = 5 \times 3 = 15$$

d'ou

$$p(B) = \frac{\text{card}\,B}{\text{card}\,\Omega} = \frac{15}{28}$$

4) C « Avoir au plus 1 boule Rouge » $R\bar{R}$ ou $\bar{R}\bar{R}$

$$\text{card}\,C = C_5^1 \cdot C_3^1 + C_3^2 = 15 + 3 = 18$$

d'ou $p(C) = \dfrac{\text{card}\,C}{\text{card}\,\Omega} = \dfrac{18}{28} = \dfrac{9}{14}$

au plus 1 rouge $\begin{cases} 1R \to R\bar{R} \\ 0R \to \bar{R}\bar{R} \end{cases}$

5) D « Avoir au moins une boule Rouge »

$1^{ère}$ Method

5R
3B

D : « au moins une boule Rouge »

$\bar{D}$: « Aucune boule Rouge » $\bar{R}\bar{R}$

$$\text{card}\,\bar{D} = C_3^2 = 3$$

$$p(\bar{D}) = \frac{\text{card}\,\bar{D}}{\text{card}\,\Omega} = \frac{3}{28}$$

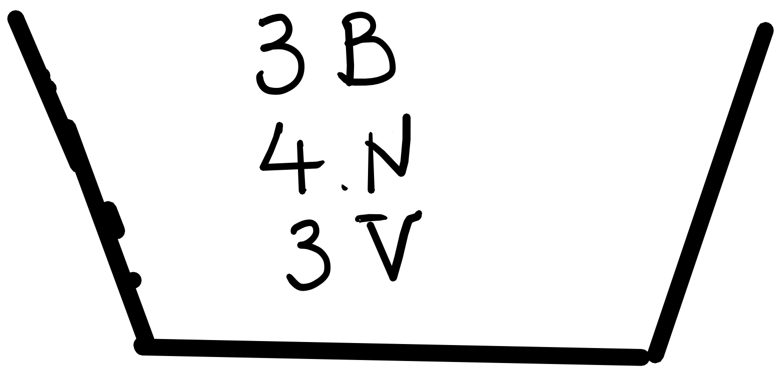
d'où $p(D) = 1 - p(\bar{D})$

$$= 1 - 3/28 = \frac{25}{28}$$

Au moins une

l'évènement contraire

$$\boxed{\begin{array}{l} p(\bar{A}) = 1 - p(A) \\ p(A) = 1 - p(\bar{A}) \end{array}}$$



On tire successivement sans remise 3 boule de cet urne

① $\text{Card}\,\Omega = A_{10}^{3} = 10 \times 9 \times 3 = 720$

② A « exactement 2 boules blanches »

$B B \bar{B}$

$$\text{Card } A = \underbrace{\frac{3!}{2!\,1!}}_{\text{coefficient d'ordre}} \cdot A_3^2 \cdot A_7^1$$

$$= 3 \times 6 \cdot 7 = 126$$

$$P(A) = \frac{\text{card}A}{\text{card}\,\Omega} = \frac{126}{720} =$$

B « une boule de chaque couleur »

BNV

$$\text{Card } B = \frac{3!}{1!\,1!\,1!} A_3^1 \cdot A_4^1 \cdot A_3^1$$

$$= 3 \times 2 \times 1 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3$$

$$= 216$$

$$P(B) = \frac{\text{card}B}{\text{card}\,\Omega} = \frac{216}{720} = 3/10.$$

✍ Exercice 1 :

Un sac contient 4 boules rouges, 3 boules vertes et 2 boules blanches. On tire simultanément et au hasard 3 boules du sac.

① - Combien y'a-t-il de résultat possibles ?

② - Calculer la probabilité des événements suivants :

a - A « Obtenir trois boules de même couleurs ».

b - B « Obtenir trois boules distincts deux à deux ».

c - C « Obtenir trois boules distincts».

d - D « Obtenir au plus deux boules rouges».

e - E « Obtenir au moins une boule blanche ».

✍ Exercice 2 :

Une urne contient 5 boules blanches numérotées : 1, 1, 2, 2, 2. Et trois boules vertes numérotées : 1, 1 ,1 . et deux boules rouges numérotées : 1, 2. On tire au hasard successivement et sans remise trois boules.

① - Combien y'a-t-il de résultat possibles ?

② - Calculer la probabilité des événements suivants :

a - A « La1^{ère} boule tirée est blanche la 2ème est blanche et la 3ème est rouge ».

b - B « Obtenir deux boules blanches et une rouge ».

c - C «Obtenir trois boules distincts deux à deux ».

d - D « la somme de numéro des boules tirée est paire ».

③ - Calculer $p(C \cap D)$ et $p_D(C)$.

Exercice 3 :

Un sac contient 3 boules rouges, une boule verte et 5 boules noires. On tire au hasard successivement et avec remise 4 boules du sac

① - Quel est le nombre de tirages possibles ?

② - Calculer la probabilité des événements suivants :

a - A « Obtenir deux boules rouge et deux boules noirs »

b - B « Obtenir trois boules noirs exactement »

c - C « Obtenir au moins trois boules vertes »

Exercice 4 :

Une usine fabrique des lampes en utilisant trois machines A, B et C.
La machine A produit 20% des lampes.
La machine B produit 30% des lampes.
La machine C produit 50% des lampes.
5% des lampes produites par A, 4% de celles produites par B et 1% de celles produites par C sont défectueuses.
On choisit au hasard une lampe de la production globale.

① - quelle est la probabilité que la lampe choisie soit :

a - Défectueuse et produite par la machine A ?
b - Défectueuse et produite par la machine B ?
c - Défectueuse et produite par la machine C ?

② - En déduire la probabilité que cette lampe soit défectueuse.

③ - Calculer la probabilité qu'une lampe soit produite par la machine A sachant qu'elle est défectueuse.

Exercice 5 :

Un sac contient 4 boules numérotées : ①, ①, ①, ①, deux boules numérotées : ②, ② et une boule numérotée ③. On suppose tous les tirages équiprobables.
On tire au hasard deux boules du sac. On considère les évènements suivants :

A « Obtenir deux boules de même numéro »

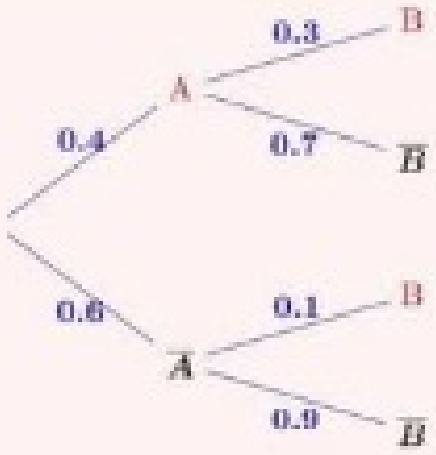
B « la somme de numéro des deux boules tirée est ④»

① - Calculer $p(A)$, $p(B)$, $p(A\cap B)$ et $p(A\cup B)$.

② - A et B sont-ils indépendants ?

Exercice 6 :

Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre pondéré ci-contre où A et B sont deux événements et $\overline{A}$ et $\overline{B}$ sont leurs événements contraires respectifs.



(19)

(a) La probabilité de l'événement $A \cap B$ est égale à

(a) **0.12** ✓ (b) **0.7** (c) **0.3**

(b) La probabilité de l'événement B est égale à

(a) **0.4** (b) **0.18** ✓ (c) **0.03**

(20) Une classe est constituée de 18 filles et 12 garçons. Le tiers des garçons et la moitié des filles aiment les mathématiques. On choisit au hasard un élève de la classe. On note :

- F : l'évènement l'élève est une fille .
- M : l'évènement l'élève aime les mathématiques .

(a)

(a) $P(F) = \frac{2}{3}$ (b) $P(F) = \frac{3}{5}$ ✓ (c) $P(F) = \frac{2}{5}$

(b) L'élève choisi est un garçon. La probabilité qu'il aime les mathématiques est égale à :

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{1}{3}$ ✓

(c)

(a) $P(M) = \frac{3}{10}$ (b) $P(M) = \frac{13}{30}$ ✓ (c) $P(M) = \frac{5}{6}$

(d) On constate que l'élève choisi aime les mathématiques. La probabilité qu'il s'agisse d'une fille est égale à :

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{3}{10}$ (c) $\frac{9}{13}$ ✓