

Exercice 3 (3 points) :

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A ; B ; C et D d'affixes respectives :

$$z_A = -\sqrt{2}, z_B = 1 + i, z_C = 1 - i \text{ et } z_D = 2 + \sqrt{2}$$

0,25 **1) a)** Montrer que : $z_B - z_A = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) (z_C - z_A)$

0,25 **b)** Écrire $\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$ sous forme trigonométrique.

0,5 **c)** Montrer que : $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$ et déterminer la nature du triangle ABC

0,25 **d)** Déterminer l'image de C par la rotation R de centre A et d'angle $\frac{\pi}{4}$.

0,5 **2)a)** Montrer que $ACDB$ est un losange.

0,25 **b)** Montrer que : $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}) \equiv \arg(1 + \sqrt{2} + i) [2\pi]$

0,5 **c)** En déduire que : $\arg(1 + \sqrt{2} + i) \equiv \frac{\pi}{8} [2\pi]$

0,5 **d)** Montrer que $(1 + \sqrt{2} + i)^{2024}$ est un nombre réel

EXERCICE N° 3

On considère dans le plan complexe muni repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, les points A , B et C d'affixes respectives $a = \sqrt{3} - i$; $b = (2 - \sqrt{3}) - i$ et $c = -\sqrt{2} - i\sqrt{2}$

1 Montrer que a et $2 - b$ sont les solutions de l'équation d'inconnue dans \mathbb{C} : $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$

2 a Montrer que : $a + b = -\sqrt{2}c$

b Montrer que : $\frac{a}{c} = -\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}b$.

c Écrire a et b sous forme exponentielle et en déduire que : $a = ce^{i\frac{\pi}{3}}$.

d En déduire un argument du nombre complexe b .

3 Déterminer une mesure de l'angle $(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB})$.

4 Soit d l'affixe du point D l'image de A par la rotation de centre C et d'angle $\frac{5\pi}{12}$

a Montrer que : $d = ae^{i\frac{5\pi}{6}}$

b En déduire que $d^{2025} \in \mathbb{R}$.

5 Soit e l'affixe du point E l'image de A par la rotation R' de centre O et d'angle $\frac{\pi}{12}$

Montrer que $e = ia$ puis déterminer la nature du triangle ODE

6 Déterminer l'affixe du point P l'image de O par la translation T de vecteur \overrightarrow{DE} puis donner la nature du quadrilatère $DEPO$

7 Soit M un point d'affixe z différent de O

a Montrer que $z - \frac{1}{z} \in i\mathbb{R} \Leftrightarrow z + \bar{z} = 0$ ou $z\bar{z} = 1$

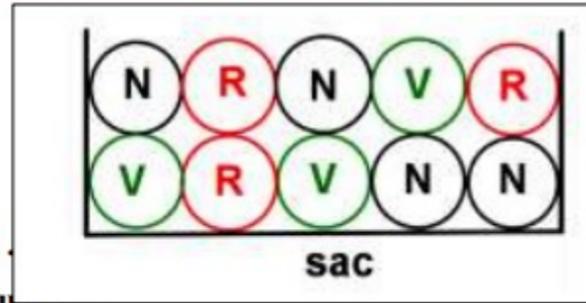
b Déduire l'ensemble de points $M(z)$ tel que $z - \frac{1}{z} \in i\mathbb{R}$

Dénombrement

1.

Un sac contient dix boules indiscernables au touche dont :

- Trois boules rouges .
- Trois boules vertes .
- Quatre boules noires .
- On tire au hasard et simultanément 2 boules du sac .



1. Déterminer le nombre des tirages possibles (ou les cas possibles) .
2. Déterminer le nombre des cas tel que les deux boules de même couleur .
3. Déterminer le nombre des cas tel que les deux boules de couleurs différentes.
4. Répondre aux même questions tel que :
 - a. On tire au hasard et successivement et sans remise deux boules du sac .
 - b. On tire au hasard et successivement et avec remise deux boules du sac .

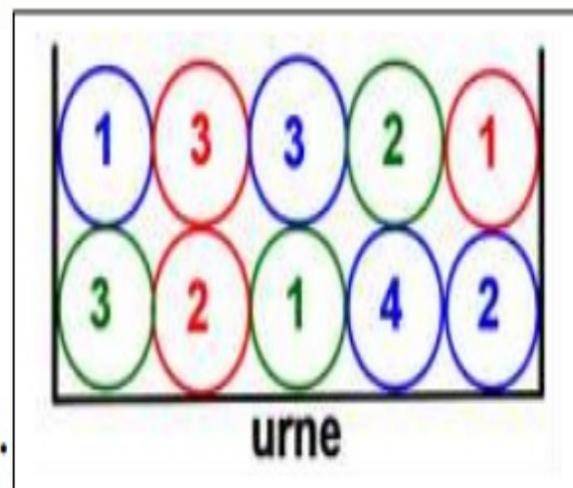
2.

2.

On dispose une urne contient dix jetons indiscernables au toucher:

- Quatre jetons bleus numérotés 1 ; 2 ; 3 ; 4
- Trois jetons rouges numérotés 1 ; 2 ; 3 .
- Trois jetons verts numérotés 1 ; 2 ; 3 .

On tire au hasard et simultanément deux jetons de l'urne.



- 1.** Déterminer le nombre des tirages possibles (ou les cas possibles).
- 2.** Déterminer le nombre des cas tel que les deux jetons de même couleur .
- 3.** Déterminer le nombre des cas tel que les deux jetons de couleurs différentes.
- 4.** Déterminer le nombre des cas tel que la somme des numéros des deux jetons est 5 .
- 5.** Répondre aux même questions tel que :
 - a.** On tire au hasard et successivement et sans remise deux jetons de l'urne.
 - b.** On tire au hasard et successivement et avec remise deux jetons de l'urne.

3.

Soit f la fonction définie par

	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		+		-
$f(x)$	$+\infty$	0	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$

$\lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{n} = 0$, $\exists \alpha \in]0, 1[$ tq $f(\alpha) = 0$
 et f s'annule et change
 de signe en α .

- 1) Déterminer le signe de $f(x)$
à partir du Tableau
- 2) tracer (\mathcal{C}_f)

3) En deduire le signe de $f''(x)$
 en deduire les variations de f .

