Exercice 6 N2022

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points $A(0,1,1)$, $B(1,2,0)$ et $C(-1,1,2)$

1. a. Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{i}+\vec{k}$
   b. En déduire que $x+z-1=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)
2. Soit (S) la sphère de centre $\Omega(1,1,2)$ et de rayon $R=\sqrt{2}$
   Déterminer une équation de la sphère (S)
3. Montrer que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S) au point A
4. On considère la droite (Δ) passant par le point C et perpendiculaire au plan (ABC)
   a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ)
   b. Montrer que la droite (Δ) est tangente à la sphère (S) en un point D dont on déterminera les coordonnées
   c. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AC}.\left(\vec{i}+\vec{k}\right)$, puis en déduire la distance $d(A,(\Delta))$

Lycée : OKBA IBNO NAFII	Devoir Surveille n : 1	Prof : A . BAIISIS
2BAC-SVT	Durée: 1h30	Année scolaire :2024-2025

Exercice1 : 4 pts

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = (x+1)\,e^{x}$

1 - a) Vérifier que $x \mapsto xe^{x}$ est une primitive de la fonction h sur $\mathbb{R}$; puis calculer $I = \int_{-1}^{0} h(x)\,dx$

2 - a) Résoudre l'équation différentielle (E) : $y'' - 2y' + y = 0$

b) Montrer que la fonction h est la solution de (E) qui vérifie les conditions $h(0) = 1$ et $h'(0) = 2$

Exercice 2 : 16 pts

I - Soit g la fonction numérique définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = e^{(1-x)} + \dfrac{1}{x} - 2$

1 - Montrer que $g'(x) < 0$ pour tout x de $]0;+\infty[$.

2 - Déduire le tableau de variations de la fonction $g(x)$ sur l'intervalle $]0;+\infty[$ (remarquer que $g(1) = 0$).

II - On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par :
$f(x) = (1-x)e^{(1-x)} - x^2 + 5x - 3 - 2\ln x$, et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{\imath},\vec{\jmath}\right)$ (unité : 2 cm)

1 - Montrer que : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = +\infty$ puis interpréter le résultat géométriquement.

2 - a) Montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

b) Montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = -\infty$ puis interpréter le résultat géométriquement.

3 - a) Montrer que pour tout x de $]0;+\infty[$, $f'(x) = (x-2)g(x)$

b) Montrer que f est décroissante sur $]0;1]$ et sur $[2;+\infty[$ et croissante sur $[1;2]$.

c) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $]0;+\infty[$ (on admet $f(2) \approx 1,2$

4 - Sachant que $f(3) \approx 0,5$ et $f(4) \approx -1,9$, montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet solution unique dans l'intervalle $]3;4[$.

5 - Construire (C) dans le repère $\left(O,\vec{\imath},\vec{\jmath}\right)$.