Exercice 3 (3 points)

Une urne contient $\mathbf{4}$ jetons vertes ; $\mathbf{3}$ jetons rouges ; et $\mathbf{2}$ jetons noirs.

On considère l'épreuve suivante : On tire au hasard successivement et sans remise $\mathbf{3}$ jetons de l'urne.

A : " Les trois jetons sont de même couleur "

B : " Obtenir deux jetons noirs exactement "

0,75 pt 1) Montrer que : $p(A) = \frac{5}{84}$

0,75 pt 2) Montrer que : $p(B) = \frac{1}{12}$.

3) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de jetons noirs restant dans l'urne après le tirage de trois jetons.

0,5 pt a) Déterminer les valeurs prises par la variable X

1 pt b) Déterminer la loi de probabilité de X.

Exercice 4 (3 points)

Soit (U_n) la suite définie par : $U_0 = 5$ et $(\forall n \in \mathbb{N})\ U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + 2$

0,5pt 1) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 3 < U_n < 6$.

0,75pt 2) Etudier la monotonie de la suite (U_n). puis déduire que la suite (U_n) est convergente.

0,75pt 3) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n = 2\left(\frac{1}{3}\right)^n + 3$. puis Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

4) On considère la suite (V_n) définie par : $(\forall n \in \mathbb{N})\ V_n = \ln\left(\frac{U_n - 3}{2}\right)$

0,5pt a) Montrer que (V_n) est une suite arithmétique de raison $-\ln 3$.

0,5pt b) Déterminer la valeur de l'entier naturel n tel que : $V_1 + V_2 + \cdots + V_n = \ln\left(\frac{1}{27}\right)$.