

ROYAUME DU MAROC

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي



المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

2^{ème} année BAC

Option : Science Mathématique A et B

Exercices de Physique Chimie

Exercices des examens nationaux de physique chimie option SM

Prépare par : EL OMRANI SAID

$$E = m.c^2$$



$$u_C(t) = E \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

Table des matières

I PROPAGATION D'UNE ONDE	4
1 Les ondes mécaniques progressives	5
2 Les ondes mécaniques progressives périodiques	11
3 Propagation d'une onde lumineuse	16
II TRANSFORMATIONS NUCLÉAIRES	23
4 La décroissance radioactive	24
5 Noyaux, masse et énergie	26
III ÉVOLUTION DES SYSTÈMES ÉLECTRIQUES	36
6 Dipôle RC	37
7 Dipôle RL	47
8 Les oscillations libres dans un circuit RLC série	54
9 Les oscillations forcées dans un circuit RLC	71
10 Modulation et démodulation d'amplitude	78
IV Mécanique	86
11 Les lois de NEWTON	87
12 Chute verticale d'un corps solide	89
13 Mouvement d'une projectile dans un champ de pesanteur uniforme	102
14 Mouvement d'une particule chargé dans les champs \vec{B} et \vec{E} uniformes	107
15 Satellites et planètes	113
16 Mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe fixe	117
17 Les oscillateurs mécaniques	118

V Les trns. lentes et les tras rapides d'un système chimique	140
18 Les transformations lentes et les transformations rapides	145
19 Suivi d'une transformation chimique - vitesse de réaction	147
VI Transformations non totale d'un système chimique	154
20 Transformations s'effectuant dans les deux sens	155
21 État d'équilibre d'un système chimique	156
22 Transformations associées à des réactions acido-basiques en solution aqueuse	160
VII Sens d'évolution d'un système chimique	181
23 Transformations spontanées dans les piles et récupération de l'énergie	182
24 Exemples de transformations forcées	190
VIII Méthodes de contrôle de l'évolution des systèmes chimiques	196
25 Les réactions d'estérification et d'hydrolyse	197
26 Contrôle de l'évolution de systèmes chimiques	207

Première partie

PROPAGATION D'UNE ONDE

Les ondes mécaniques progressives

Exercice 1

L'échographie utilisant les ondes ultrasonores est une méthode de détermination des épaisseurs des nappes souterraines.

Cet exercice vise à déterminer, la célérité de propagation des ondes ultrasonores dans l'air, ainsi que l'épaisseur d'une nappe souterraine de pétrole.

1. Détermination de la célérité des ondes ultrasonores dans l'air :

On place sur un banc rectiligne un émetteur E d'ondes ultrasonores, et deux récepteurs R_1 et R_2 distants de $d = 0,5 \text{ m}$ (Figure 1).

On visualise sur l'écran d'un oscilloscope, aux entrées Y_1 et Y_2 , les signaux reçus par les deux récepteurs. On obtient l'oscillogramme représenté sur la figure 2. A représente le début du signal reçu par R_1 , et B le début de celui reçu par R_2 .

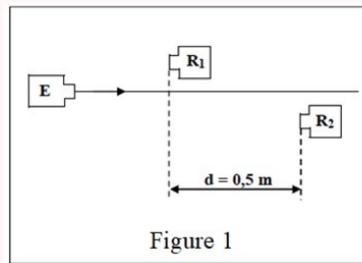


Figure 1

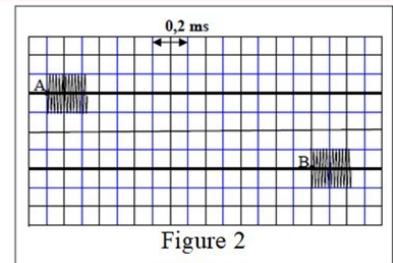


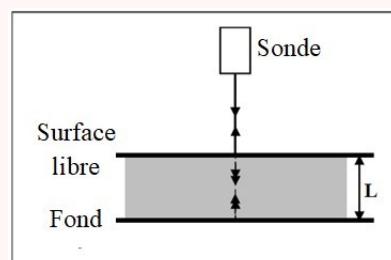
Figure 2

- 1.1. Déterminer à partir de l'oscillogramme de la figure 2, le retard horaire τ entre les deux signaux reçus par les deux récepteurs R_1 et R_2 .
- 1.2. Calculer v_{air} la vitesse de propagation des ondes ultrasonores dans l'air.
- 1.3. Écrire l'expression de l'elongation $y_B(t)$ du point B à l'instant t, en fonction de l'elongation du point A.

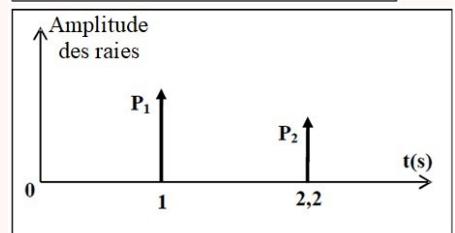
2. Détermination de l'épaisseur d'une nappe souterraine de pétrole :

Pour déterminer l'épaisseur L d'une nappe souterraine de pétrole, un ingénieur utilise la sonde d'un appareil d'échographie.

La sonde envoie, perpendiculairement à la surface libre de la couche de pétrole, à l'instant $t_0 = 0$, un signal ultrasonore de très courte durée. Une partie du signal se réfléchie sur cette surface, tandis que l'autre partie continue la propagation dans la couche de pétrole pour se réfléchir une deuxième fois sur son fond, et revenir vers la sonde, pour être transformée à nouveau en un signal de très courte durée aussi (Figure 3).



A l'instant t_1 , la sonde révèle la raie P_1 correspondante à l'onde réfléchie sur la surface libre de la couche de pétrole, et à l'instant t_2 elle révèle la raie P_2 correspondante à l'onde réfléchie sur le fond de la couche du pétrole (Figure 4).



Déterminer l'épaisseur L de la couche de pétrole, sachant que la célérité de propagation des ondes ultrasonores dans le pétrole brut est : $v = 1,3 \text{ km.s}^{-1}$.

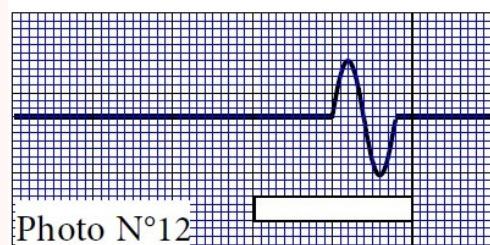
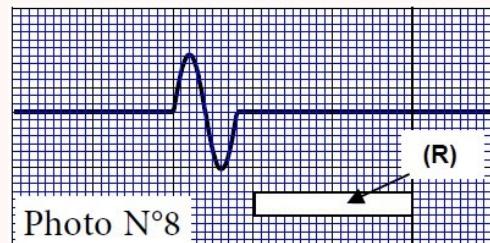
Exercice 2

Pour déterminer la célérité de propagation d'une onde le long d'une corde, le professeur de physique demande à l'un des élèves de produire un ébranlement à l'une des extrémités d'une corde horizontale, et en même temps, il demande à une élève de filmer la séquence à l'aide d'une caméra numérique réglée sur la prise de 25 images par seconde.

Une règle blanche (R) de longueur 1 m, a été placée au voisinage de la corde comme échelle de mesure. Après traitement informatique avec un logiciel convenable, le professeur choisit parmi les photos obtenues, les photos N°8 et N°12 (Figure ci-dessus), pour les étudier et les exploiter.

Déterminer

1. La durée Δt séparant la prise des deux photos N°8 et N°12 de l'onde,
2. La distance d parcourue par l'onde pendant la durée Δt .
3. La célérité de propagation de l'onde le long de la corde.

**Exercice 3**

Pour déterminer la valeur approximative de la célérité d'une onde ultrasonore dans le pétrole liquide on réalise l'expérience suivante :

Dans une cuve contenant du pétrole, on fixe à l'une de ses extrémités deux émetteurs E_1 et E_2 qui sont reliés à un générateur GBF. A l'instant $t_0 = 0$, les deux émetteurs émettent chacun une onde ultrasonore, une se propage dans l'air et l'autre dans le pétrole. A l'autre extrémité de la cuve, on place deux récepteurs R_1 et R_2 , l'un dans l'air et l'autre dans le pétrole. Les récepteurs sont à une distance L des émetteurs. (voir figure 1)

On visualise sur l'écran d'un oscilloscope les deux signaux reçus par R_1 et R_2 . (voir figure 2)

Données :

- les deux ondes parcourent la même distance $L = 1,84 \text{ m}$;
- la célérité des ultrasons dans l'air : $V_{\text{air}} = 340 \text{ m.s}^{-1}$;
- la sensibilité horizontale de l'oscilloscope : $2\text{ms}/\text{div}$.

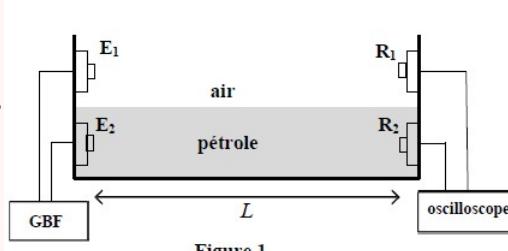


Figure 1

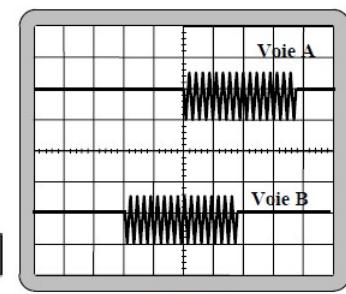


Figure 2

- 1- Les ondes ultrasonores, sont-elles longitudinales ou transversales ? justifier.
- 2- En exploitant la figure 2, déterminer la valeur du retard temporel entre les deux ondes reçues.
- 3- Montrer que l'expression de s'écrit sous la forme : $\tau = L \cdot \left(\frac{1}{V_{\text{air}}} - \frac{1}{V_P} \right)$
- 4- Trouver la valeur approchée de la célérité V_P .

Exercice 4 : Détermination de la vitesse d'écoulement d'un liquide (SM 2012 R)

Les ondes ultrasonores sont des ondes mécaniques qui peuvent se propager dans les liquides avec une vitesse qui dépend de la nature du liquide et de la vitesse de son écoulement.

L'objectif de cet exercice est de déterminer la vitesse d'écoulement de l'eau dans une conduite.

1. Propagation d'une onde ultrasonore :

Une onde ultrasonore de fréquence $N = 50\text{Hz}$ se propagent dans une eau calme avec une vitesse

$$v_0 = 1500 \text{ m/s}$$

- 1.1. Calculer la longueur d'onde λ de cette onde ultrasonore se propageant dans une eau calme.
- 1.2. La valeur de λ varie-t-elle si cette onde se propage dans l'air ? Justifier la réponse.

2. Mesure de la vitesse d'écoulement de l'eau dans une conduite :

Une onde ultrasonore se propage à la vitesse v dans une eau qui coule à la vitesse v_e dans une conduite tel que $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_e$, avec \vec{v}_0 vecteur vitesse de propagation de cette onde dans une eau calme.

Pour déterminer la vitesse v_e d'écoulement de l'eau dans une conduite horizontale, on y place un émetteur E et un récepteur R des ondes ultra-sonores.

L'émetteur E et le récepteur R sont situés sur la même droite horizontale et parallèle à la direction du mouvement de l'eau et sont séparés d'une distance $d=1,0\text{m}$.

L'émetteur E émet une onde ultrasonore de faible durée qui est reçue par le récepteur R.

Un dispositif adéquat permet d'enregistrer le signal $u(t)$ reçu par le récepteur R.

On enregistre le signal $u(t)$ dans les deux cas suivants :

- **1er cas :** L'émetteur E est à la position A , et le récepteur R est à la position B (figure 1).
- **2eme cas :** L'émetteur E est à la position B , et le récepteur R est à la position A (figure 2).

On considère, pour chaque cas ,l'instant de l'émission de l'onde ultrasonore par l'émetteur E comme origine des dates.

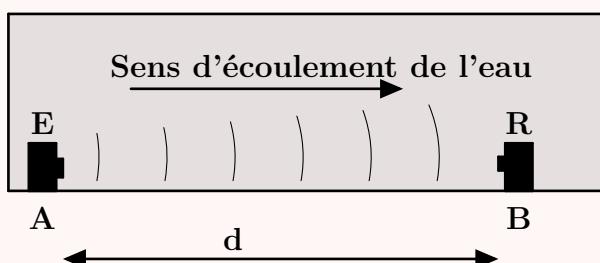


Figure 1

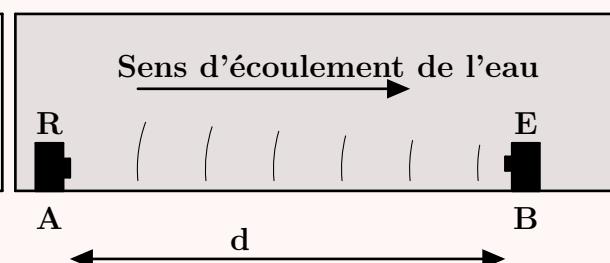
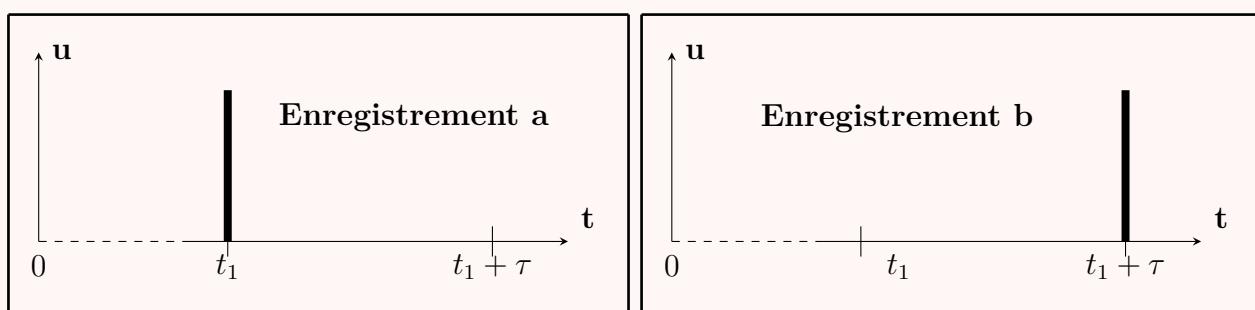


Figure 2

La figure 3 représente les deux enregistrements obtenus (a) et (b).



- 2.1. Indiquer l'enregistrement correspondant au 2ème cas .Justifier la réponse .
- 2.2. τ représente la différence des deux durées de propagation de l'onde ultrasonore de l'émetteur E au récepteur R dans les deux cas.
- Déterminer l'expression de τ en fonction de v_e , v_0 et d .
 - En négligeant la vitesse v_e devant v_0 , déterminer la vitesse v_e d'écoulement de l'eau dans la conduite sachant que $\tau = 2,0\mu\text{s}$.

Exercice 5 : Ondes ultra-sonores

On place dans un récipient contenant de l'eau, plaque de plexiglas d'épaisseur e , on plonge dans l'eau une sonde constituée d'un émetteur et d'un récepteur d'onde ultra-sonore (figure 1)

On visualise à l'aide d'un dispositif approprié chacun des signaux émis et reçu par la sonde. La durée du signal ultra-sonore est très petite ; on le représente par une raie verticale.

- En l'absence de la plaque de plexiglas, on obtient l'oscillogramme représenté dans la figure 2.

Établir que l'instant t_R auquel a été capté le signal réfléchi par la surface réfléchissante (P) s'écrit sous la forme $t_R = \frac{2D}{v}$, où v est la vitesse de propagation de l'onde ultrasonore dans l'eau.

- En présence de la plaque de plexiglas ; on obtient l'oscillogramme de la figure 3.

On représente par t_A et t_B les instants auxquels sont captés les signaux réfléchis successivement par la première surface (a) et la deuxième surface (b) de la plaque de plexiglas.

On représente par t_R l'instant auquel a été captée l'onde réfléchie sur la surface réfléchissante (P).

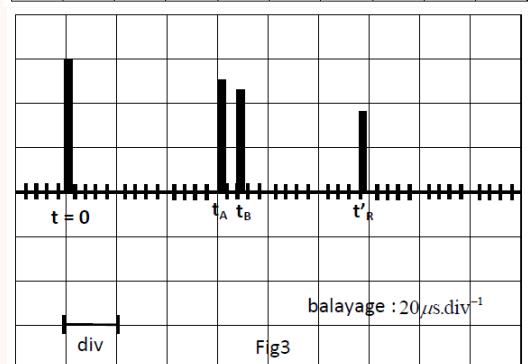
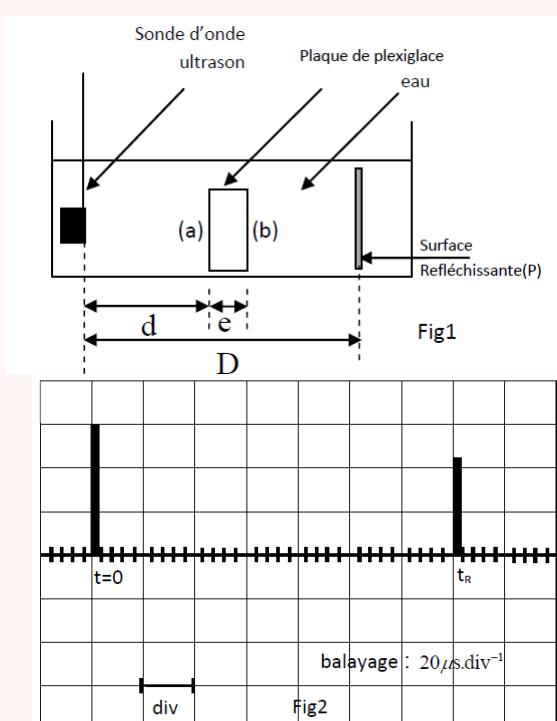
On représente la vitesse de propagation de l'onde ultrasonore dans le plexiglas par v' .

- Dans quel milieu (eau ou plexiglas), La vitesse de propagation de l'onde est la plus grande ? justifier la réponse.

- Exprimer t'_R en fonction de D , e , v et v' .

- Trouver l'expression de l'épaisseur e en fonction de v , t_R , t'_R , t_A et t_B .

Calculer la valeur de e sachant que la vitesse de propagation des ondes ultra-sonores dans l'eau est $v = 1,42 \times 10^3 \text{ m.s}^{-1}$.



Exercice 6 : Vérification de la pureté d'une huile (SM 2021 N)

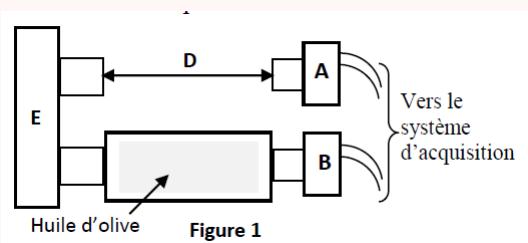
La célérité du son dans une huile végétale dépend de sa pureté. La valeur de la célérité V_h du son dans une huile d'olive pure se situe entre 1595 m.s^{-1} et 1600 m.s^{-1} .

Pour tester une huile d'olive au laboratoire, on utilise le montage de la figure 1 qui permet de comparer les durées de parcours d'une onde ultrasonore dans des milieux différents.

L'émetteur E d'ultrasons génère simultanément deux salves d'ondes. Les récepteurs A et B sont reliés à une interface d'acquisition qui déclenche l'enregistrement des signaux dès que le récepteur B détecte en premier les ultrasons. L'huile testée est disposée dans un tube en verre entre l'émetteur E et le récepteur B, tandis que l'air sépare l'émetteur E du récepteur A (figure 1).

Pour chaque valeur D de la longueur du tube on mesure, par l'intermédiaire du système informatique, la durée Δt écoulée entre les deux signaux reçus en A et B.

À partir de ces mesures on obtient la courbe de la figure 2 représentant les variations de Δt en fonction de D : $\Delta t = f(D)$.



1. Les ondes ultrasonores sont-elles des ondes longitudinales ou transversales ? Justifier.
2. Les ultrasons utilisés dans l'expérience précédente ont une fréquence de 40 kHz. Leur célérité dans l'air est $V_a = 340 \text{ m.s}^{-1}$. Calculer la distance parcourue par ces ultrasons dans l'air pendant une période.
3. Exprimer Δt en fonction de D , V_h et V_a .
4. L'huile testée est-t-elle pure ? Justifier.

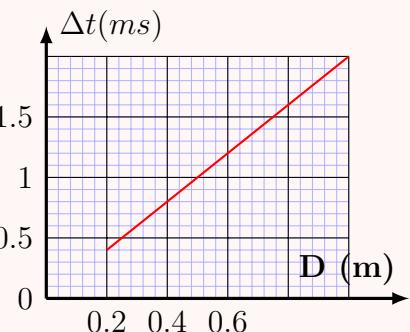


Figure 2

Exercice 7 : Ondes ultrasonores (SM 2018 R)

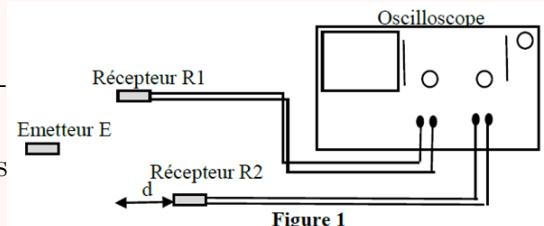
L'échographie est un outil du diagnostic médical. Sa technique utilise une sonde à ultrasons.

1. Détermination de la célérité d'une onde ultrasonore dans l'air :

On se propose de déterminer la célérité d'une onde ultrasonore dans l'air à partir de la mesure de la longueur d'onde λ d'un signal émis par la sonde d'un échographe de fréquence $N = 40\text{kHz}$. Pour cela, on utilise un émetteur E produisant une onde périodique sinusoïdale de même fréquence que celle de la sonde.

Les récepteurs R_1 et R_2 sont à égales distances de l'émetteur E. Lorsqu'on éloigne le récepteur R_2 d'une distance d (Figure 1), les deux sinusoïdes visualisées sur l'oscilloscope se décalent. Les deux courbes sont en phase à chaque fois que la distance d entre R_1 et R_2 est un multiple entier n de λ avec $n \in \mathbb{N}^*$

- 1.1. Définir la longueur d'onde.
- 1.2. Choisir la réponse juste parmi les propositions suivantes :
 - Les ultrasons sont des ondes transportant la matière.
 - Les ultrasons sont des ondes mécaniques.
 - Les ultrasons se propagent avec la même vitesse dans tous les milieux.
 - Le domaine de la longueur d'onde des ondes ultrasonores est : $400\text{nm} \leq \lambda \leq 800\text{nm}$.



- 1.3. Dans l'expérience réalisée, on relève pour $n = 12$, la distance $d = 10,2 \text{ cm}$. Déterminer la célérité de l'onde dans l'air.

2. Application à l'échographie :

La sonde échographique utilisée est à la fois un émetteur et un récepteur. Lorsque les ondes se propagent dans le corps humain, elles sont en partie réfléchies par les parois séparant deux milieux différents. La partie réfléchie de l'onde est reçue par la sonde puis analysée par un système informatique. La figure 2 représente le schéma du dispositif permettant l'échographie d'un foetus.

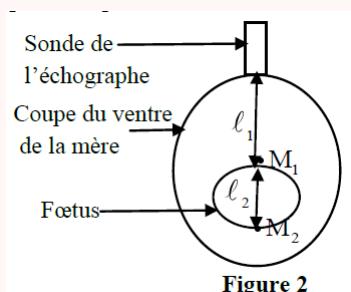


Figure 2

Lors de l'examen, une salve d'ondes est émise par l'émetteur de la sonde à la date $t=0$. L'onde est réfléchie au point M_1 et au point M_2 . La sonde reçoit la première onde réfléchie à la date $t = t_1 = 80\mu\text{s}$ et la deuxième à la date $t = t_2 = 130\mu\text{s}$.

Trouver l'épaisseur ℓ_2 du foetus.

On admet que la vitesse des ondes ultrasonores dans le corps humain est $V_C = 1540\text{m.s}^{-1}$.

3. Diffraction de l'onde ultrasonore dans l'air :

Le schéma expérimental représenté sur la figure 3 comporte :

- L'émetteur E émettant l'onde ultrasonore de fréquence $N = 40\text{kHz}$,
- le récepteur R_1 lié à un oscilloscope,
- une plaque métallique (P) percée d'une fente rectangulaire de largeur a très petite devant sa longueur,
- une feuille graduée permettant de mesurer les angles en degrés.

On déplace le récepteur R_1 dans le plan horizontal d'un angle θ sur l'arc de cercle de centre F et de rayon $r = 40\text{cm}$ et on note pour chaque amplitude U_m de l'onde reçue par R_1 , l'angle θ correspondant.

3.1. Comparer la longueur d'onde de l'onde incidente avec celle de l'onde diffractée.

3.2. On donne $a = 2,6\text{cm}$.

Trouver la distance du déplacement du récepteur pour observer le premier minimum d'amplitude U_m de la tension du récepteur.

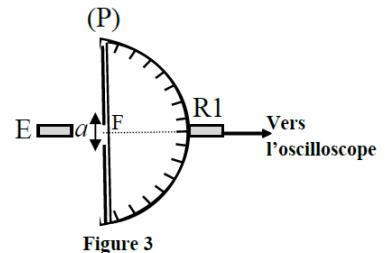


Figure 3

Les ondes mécaniques progressives périodiques

Exercice 1 : Étude des ondes à la surface de l'eau. (PC 2009 R)

Les vents créent aux larges des océans des vagues qui se propagent vers les côtes.

Le but de cet exercice est d'étudier le mouvement de ces vagues.

On considère que les ondes se propageant à la surface des eaux des mers sont progressives et sinusoïdales de période $T = 7$ s.

1. L'onde étudiée est-elle longitudinale ou transversale ? Justifier.
2. Calculer V , la vitesse de propagation de ces ondes, sachant que la distance séparant deux crêtes consécutives est $d = 70$ m.
3. La figure 1 modélise une coupe verticale de l'aspect de la surface de l'eau à un instant t . On néglige le phénomène de dispersion, et on considère S comme source de l'onde et M son front loin de S de la distance SM .
 - 3.1. A l'aide de la figure 1, écrire l'expression du retard temporel τ du mouvement de M par rapport à S en fonction de la longueur d'onde λ et V . Calculer la valeur de τ .
 - 3.2. Préciser, en justifiant, le sens du mouvement de M à l'instant où l'onde l'atteint.
4. Les ondes arrivent à un portail de largeur $a = 60$ m situé entre deux quais d'un port (Figure 2). Recopier le schéma de la figure 2, et représenter dessus les ondes après la traversée du portail, et donner le nom du phénomène observé.

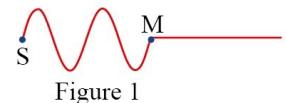


Figure 1

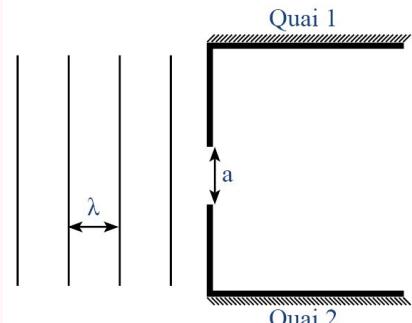
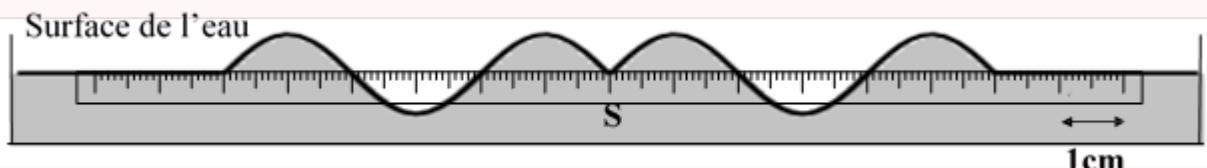


Figure 2

Exercice 2 : Propagation d'une onde mécanique à la surface de l'eau

On crée, à l'instant t_0 , en un point S de la surface de l'eau, une onde mécanique progressive sinusoïdale de fréquence $N = 50$ Hz.

La figure ci-dessous représente une coupe verticale de la surface de l'eau à un instant t . La règle graduée sur le schéma indique l'échelle utilisée.



Déterminer :

1. Longueur d'onde λ ,
2. La vitesse de propagation de l'onde à la surface de l'eau,
3. L'instant t , où la coupe de la surface de l'eau est représentée,
4. On considère un point M de la surface de l'eau, éloigné de la source S d'une distance $SM=6\text{cm}$.

Le point M reprend le même mouvement que celui de S avec un retard temporel τ . écrire la relation entre l'elongation du point M et celle de la source S ?

Exercice 3 : ondes ultrasonores (SM 2009 N)

Les ondes ultrasonores sont des ondes de fréquence supérieure à celle des ondes sonores audibles par l'homme. Elles sont exploitées dans plusieurs domaines, comme l'échographie.

Le but de cet exercice est :

- L'étude de la propagation des ondes ultrasonores ;
- Détermination des dimensions d'un tube métallique.

1. Propagation des ondes mécaniques :

1.1. Écrire la définition de l'onde mécanique progressive.

1.2. Quelle est la différence entre l'onde mécanique longitudinale et l'onde mécanique transversale ?

1.3. Propagation des ondes ultra-sonores dans l'eau :

On pose un émetteur E et deux récepteurs R_1 et R_2 des ondes ultra-sonores dans une cuve remplie d'eau, de façon à ce que l'émetteur et les deux récepteurs sont alignés suivant une règle graduée (Figure 1).

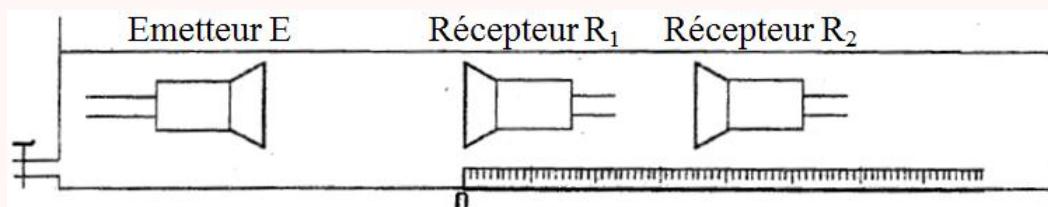


Figure 1

L'émetteur émet une onde ultrasonore qui se propage dans l'eau et arrive aux récepteurs R_1 et R_2 . Les deux signaux captés par les deux récepteurs R_1 et R_2 , sont appliqués successivement aux entrées d'un oscilloscope.

Lorsque les deux récepteurs R_1 et R_2 se trouvent au zéro de la règle, on constate sur l'écran de l'oscilloscope l'oscillogramme représenté sur la figure 2, où les deux courbes correspondent aux signaux captés par R_1 et R_2 sont en phase.

La sensibilité horizontale est fixée sur $5\mu s.div^{-1}$.

On éloigne R_2 suivant la règle graduée, on constate que la courbe correspondante au signal capté par R_2 est décalée vers la droite. Les deux signaux captés par R_1 et R_2 deviennent à nouveau en phase, lorsque la distance entre R_1 et R_2 est $d = 3$ cm.

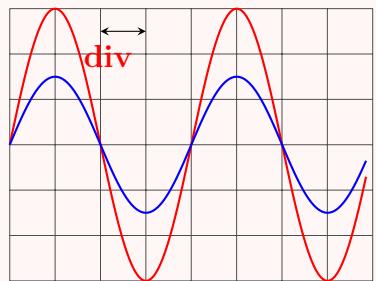


Figure 2

1.3.1. Écrire la définition de la longueur d'onde λ .

1.3.2. Écrire la relation entre la longueur d'onde λ , la fréquence N des ultrasons et sa célérité de propagation dans un milieu quelconque.

1.3.3. En déduire de cette expérience, la valeur V_e de la célérité de propagation des ultrasons dans l'eau.

1.4. Propagation des ultrasons dans l'air : On conserve le même dispositif précédent ($d = 3$ cm), et on vide la cuve, le milieu de propagation des ultrasons devient ainsi l'air. On observe que les deux courbes correspondant aux signaux captés par R_1 et R_2 ne sont plus en phases.

- Expliquer le phénomène observé.
 - Calculer la valeur minimale de la distance de laquelle il faut éloigner le récepteur R_2 pour que les deux signaux deviennent à nouveau en phase.
- On donne : La célérité de propagation des ultrasons dans l'air $V_a = 340 \text{ m.s}^{-1}$.

2. Utilisation des ultrasons pour mesurer les dimensions d'un tube métallique.

Une sonde jouant le rôle d'un émetteur et récepteur, émet une onde ultra-sonore de courte durée dans une direction normale à l'axe du tube cylindrique (Figure 3).

Cette onde traverse le tube et se réfléchit à chaque changement de milieu de propagation, pour revenir à la sonde, qui la transforme en signal électrique de courte durée.

On visualise à l'aide d'un oscilloscope à mémoire, les signaux émis et reçus.

L'oscillogramme obtenu au cours du test fait sur le tube, a permis de tracer le diagramme de la figure 4.

On observe des raies sous forme de pics verticaux : P_0, P_1, P_2, P_3 .

- P_0 : correspond à l'instant de l'émission.
- P_1 : correspond à l'instant de la réception, par la sonde, de l'onde réfléchie ① .
- P_2 : correspond à l'instant de la réception, par la sonde, de l'onde réfléchie ② .
- P_3 : correspond à l'instant de la réception, par la sonde, de l'onde réfléchie ③ .

On donne : la vitesse de propagation des ultrasons :

- Dans le métal du tube : $v_m = 1,00 \cdot 10^4 \text{ m.s}^{-1}$
- Dans l'air : $v_a = 340 \text{ m.s}^{-1}$

2.1. Trouver l'épaisseur e du métal du tube ;

2.2. Trouver la valeur D du diamètre interne du tube.

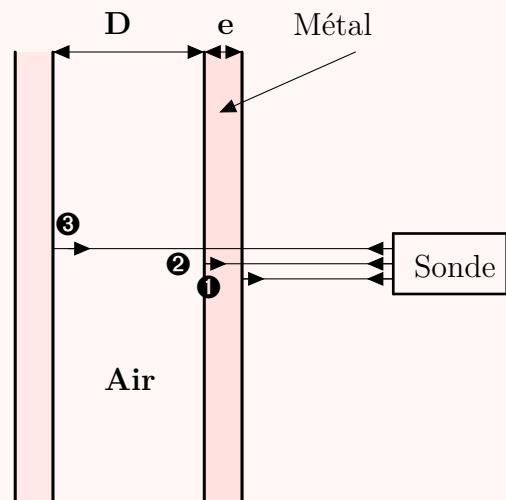


Figure 3 : Section longitudinale d'un tube métallique

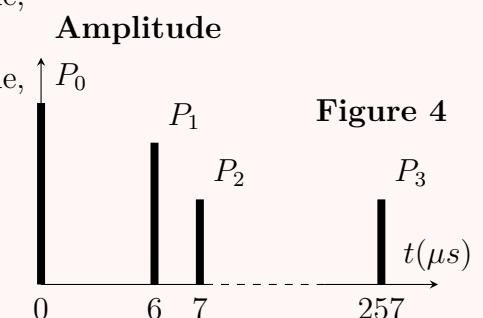


Figure 4

Exercice 4 : Propagation d'une onde ultrasonore (SM 2016 R)

On trouve parmi les applications des ondes ultrasonores, l'exploration du relief des fonds marins et la localisation des regroupements de poissons, ce qui nécessite la connaissance de la vitesse de propagation de ces ondes dans l'eau de mer.

Le but de cet exercice est de déterminer la vitesse de propagation d'une onde ultrasonore dans l'air et dans l'eau de mer.

1. Détermination de la vitesse de propagation d'une onde ultrasonore dans l'air

On place un émetteur E d'ondes ultrasonores et deux récepteurs R_1 et R_2 comme l'indique la figure 1.

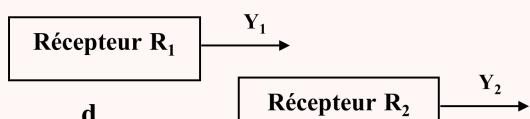


Figure 1

L'émetteur E envoie une onde ultrasonore progressive sinusoïdale qui se propage dans l'air. Celle-ci est captée par les deux récepteurs R_1 et R_2 . On visualise, à l'oscilloscope, sur la voie Y_1 le signal capté par R_1 et sur la voie Y_2 le signal capté par R_2 .

Lorsque les deux récepteurs R_1 et R_2 se trouvent aux signaux captés sont en phase (figure 2). En éloignant R_2 de R_1 , on constate que les deux courbes ne restent plus en phase. En continuant d'éloigner R_2 de R_1 , on constate que les deux courbes se retrouvent à nouveau en phase et pour la quatrième fois, lorsque la distance entre les deux récepteurs R_1 et R_2 est $d = 3,4$ cm (fig 1)

1.1. Choisir la proposition juste, parmi les propositions suivantes :

- Les ondes ultrasonores sont des ondes électromagnétiques.
- Les ondes ultrasonores ne se propagent pas dans le vide .
- Le phénomène de diffraction ne peut pas être obtenu par les ondes ultrasonores.
- Les ondes ultrasonores se propagent dans l'air avec une vitesse égale à la célérité de la lumière

1.2. Déterminer la fréquence N de l'onde ultrasonore étudiée.

1.3. Vérifier que la vitesse de propagation de l'onde ultrasonore sonore dans l'air est $V_a = 340 m.s^{-1}$

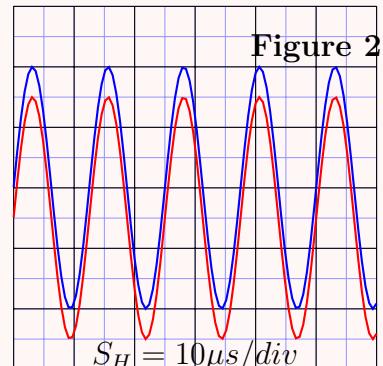


Figure 2

2. Détermination de la vitesse de propagation d'une onde ultrasonore dans l'eau de mer :

L'émetteur envoie l'onde ultrasonore précédente dans deux tubes, l'un contenant de l'air l'autre étant rempli d'eau de mer (figure 3).

Le récepteur R_1 capte l'onde qui se propage dans l'air et le récepteur R_2 capte l'onde qui se propage dans l'eau de mer.

Soient Δt le retard temporel de réception de l'onde qui se propage dans l'air

par rapport à celle qui se propage dans l'eau de mer et ℓ la distance entre l'émetteur et les deux récepteurs.

En mesurant le retard Δt pour différentes distances entre L'émetteur et les deux récepteurs (figure 3), on obtient la courbe de la figure 4.

- Exprimer Δt en fonction de ℓ , V_a et V_e vitesse de propagation de l'onde dans l'eau de mer.
- Déterminer la valeur de V_e

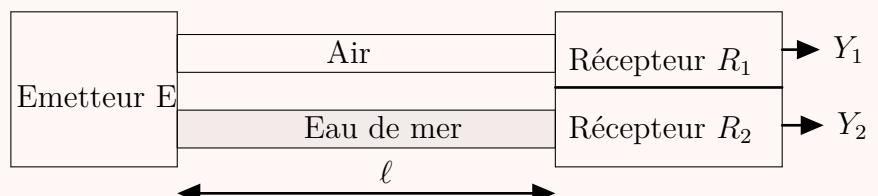


Figure 3

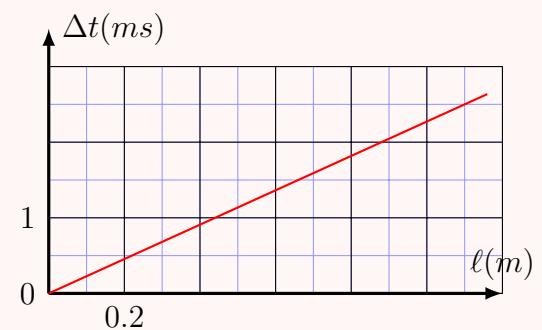
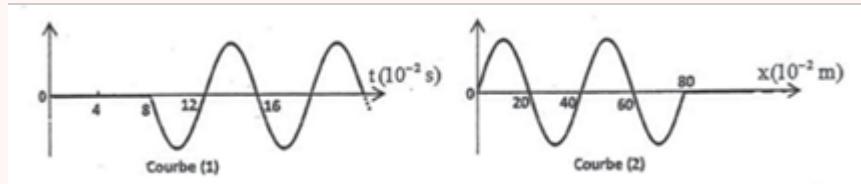


Figure 4

Exercice 5 : Propagation d'une onde le long d'une corde

Une lame vibrante en mouvement sinusoïdale de fréquence N , fixée à l'extrémité d'une corde élastique SA très longue et tendue horizontalement, génère le long de celle-ci une onde progressive périodique non amortie de célérité v . un dispositif approprié, placé en A, empêche toute réflexion des ondes. Le mouvement de S débute à l'instant $t = 0$.

Les courbes (1) et (2) de la figure ci-dessous représentent l'élargissement d'un point M de la corde, situé à la distance d de S, et l'aspect de la corde à un instant t_1 .



1. Identifier, en justifiant, la courbe représentant l'aspect de la corde à l'instant t_1 .
2. Donner le nombre d'affirmations justes parmi les affirmations suivantes :
 - a) Le phénomène de diffraction ne se produit jamais pour une onde mécanique,
 - b) Les ondes progressives périodiques sinusoïdales se caractérisent par une périodicité temporelle et une périodicité spatiale.
 - c) L'onde qui se propage le long de la corde est une onde longitudinale.
 - d) La vitesse de propagation d'une onde mécanique ne dépend pas de l'amplitude de l'onde ?
3. Par exploitation des courbes précédentes, déterminer :
 - 3.1. La longueur d'onde λ , la période T et la célérité v de l'onde.
 - 3.2. Le retard τ du point M par rapport à la source S de l'onde et déduire la distance d .
4. On donne la relation qui lie la célérité v de l'onde, la tension F de la corde et sa masse linéaire μ (quotient de la masse sur la longueur) : $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$.
 - 4.1. En utilisant les équations aux dimensions, vérifier l'homogénéité de la relation précédente.
 - 4.2. La corde est-elle un milieu dispersif ? justifier.
 - 4.3. On double la tension F de la corde ($F' = 2F$) sans modifier la fréquence N . déterminer dans ce cas la longueur d'onde λ .

Propagation d'une onde lumineuse

Exercice 1 : Détermination de la fréquence de l'onde lumineuse (SM 2008 R)

Une lumière monochromatique dont la longueur d'onde λ émet par une source laser rencontre verticalement de fins fils verticaux dont le diamètre d est connu.

On voit l'aspect de diffraction obtenu sur un écran blanc à distance D de fil. Nous mesurons la largeur L de la tache centrale et Nous calculons l'écart angulaire θ entre le centre de la tache centrale et la 1^{ere} extinction pour un fil particulier. (Figure 1).

Données :

- L'écart angulaire θ petit est exprimé par radians, avec $\tan\theta \approx \theta$.
- Vitesse de la lumière dans l'air : $c = 3.10^8 m.s^{-1}$.

1. Donner La relation entre θ , λ et d .
2. Trouvez, à l'aide de la figure 1, la relation entre L , λ , d et D .
3. La courbe $\theta = f\left(\frac{1}{d}\right)$ est représentée sur la figure 2.

- 3.1. Déterminer à partir de la Courbe 2 la longueur d'onde λ de la lumière monochromatique utilisée.
- 3.2. En déduire la fréquence v de l'onde.
4. On met une source lumineuse blanche à la place de laser. La longueur de la lumière visible se trouve entre $\lambda_v = 400nm$ (violet) et $\lambda_R = 800nm$ (rouge).
- 4.1. Déterminer la longueur d'onde de la lumière monochromatique qui correspond à la valeur maximale de la largeur de la tache centrale.
- 4.2. Expliquez pourquoi la couleur de centre de la tache centrale apparaît blanche.

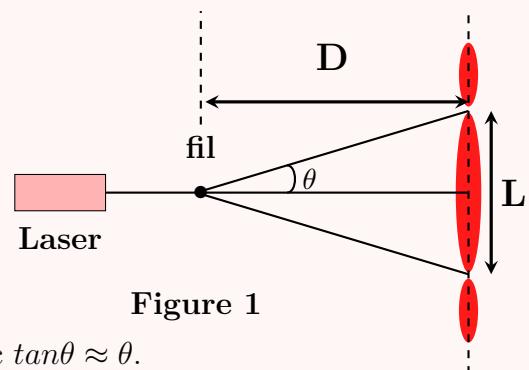


Figure 1

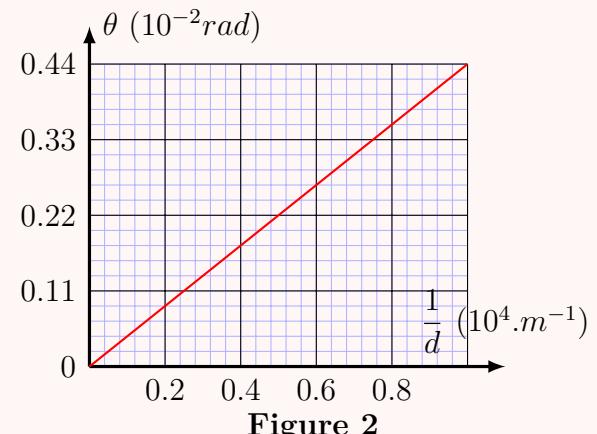


Figure 2

Exercice 2 : Détermination du diamètre d'un fil fin (SM 2010 R)

Lorsque la lumière rencontre un obstacle, elle ne se propage plus en ligne droite , il se produit le phénomène de diffraction. Ce phénomène peut être utilisé pour déterminer le diamètre d'un fil très fin .

Données :

- La célérité de la lumière dans l'air est $C = 3,00 \times 10^8 m.s^{-1}$.
- L'écart angulaire θ entre le centre de la tache centrale et la 1^{ère} extinction lors de la diffraction par une fente ou par un fil est exprimé par la relation $\theta = \frac{\lambda}{a}$ dont λ est la longueur d'onde et a la largeur de la fente ou le diamètre du fil.

1. Diffraction de la lumière :

On réalise une expérience de diffraction à l'aide d'une lumière monochromatique de fréquence $\nu = 4,44 \times 10^{14}$ Hz.

On place à quelques centimètres de la source lumineuse une fente verticale de largeur a .

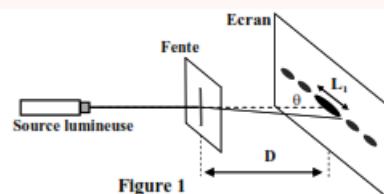
La figure de diffraction est observée sur un écran vertical placé à une distance $D = 50,0$ cm de la fente.

La figure de diffraction est constituée d'une série de taches situées sur une perpendiculaire à la fente, figure (1).

La tache centrale est plus éclairée et plus large que les autres, sa largeur est $L_1 = 6,70 \times 10^{-1}$ cm.

1.1. Quel est la nature de la lumière que montre cette expérience ?

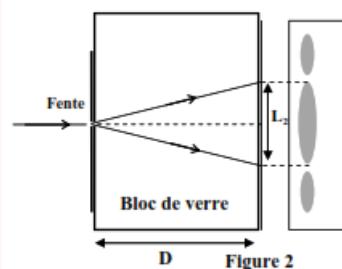
1.2. Trouver l'expression de a en fonction de L_1 , D , ν et c. Calculer a .



2. On place entre la fente et l'écran un bloc de verre de forme parallélépipédique comme l'indique la figure (2). L'indice de réfraction du verre pour la lumière monochromatique utilisée est $n = 1,61$.

On observe sur l'écran que la largeur de la tache lumineuse centrale prend une valeur L_2 .

Trouver l'expression de L_2 en fonction de L_1 et n .



3. Détermination du diamètre du fil de la toile d'araignée :

On garde la source lumineuse et l'écran à leur place. On enlève le bloc de verre et on remplace la fente par un fil rectiligne vertical de la toile d'araignée. On mesure la largeur de la tache centrale sur l'écran, on trouve alors $L_3 = 1,00$ cm.

Déterminer le diamètre du fil de toile d'araignée.

Exercice 3 : Détermination de la longueur d'onde d'un rayon lumineux (SM 2011 R)

Le milieu de propagation des ondes lumineuses est caractérisé par l'indice de réfraction $n = \frac{C}{V}$ pour une fréquence donnée, dont C est la vitesse de propagation de la lumière dans le vide ou dans l'air et V la vitesse de propagation de la lumière monochromatique dans ce milieu.

L'objectif de cet exercice est d'étudier la propagation de deux rayons lumineux monochromatiques de fréquences différentes dans un milieu dispersif.

1. Détermination de la longueur d'onde λ d'une lumière monochromatique dans l'air :

On réalise l'expérience de diffraction en utilisant une lumière monochromatique de longueur d'onde λ dans l'air.

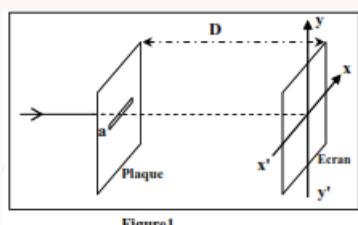
On place à quelques centimètres de la source lumineuse une plaque opaque dans laquelle se trouve une fente horizontale de largeur $a = 1,00$ mm (figure 1).

On observe sur un écran vertical placé à $D = 1,00$ m de la fente des taches lumineuses. La largeur de la tâche centrale est $L = 1,40$ mm.

1.1. Choisir la réponse juste :

La figure de diffraction observée sur l'écran est :

- a) Suivant l'axe x' x ;
- b) Suivant l'axe y' y .



1.2. Trouver l'expression de λ en fonction de a , L , et D . calculer λ .

2. Détermination de la longueur d'onde d'une lumière monochromatique dans le verre transparent.

Un rayon lumineux (R_1) monochromatique de fréquence $\nu_1 = 3,80 \times 10^{14} \text{ Hz}$ arrive sur la face plane d'un demi cylindre en verre transparent au point I sous un angle d'incidence $i = 60^\circ$. Le rayon (R_1) se réfracte au point I et arrive à l'écran vertical au point A (figure 2).

On fait maintenant arriver un rayon lumineux monochromatique (R_2) de fréquence $\nu_2 = 7,50 \times 10^{14} \text{ Hz}$ sur la face plane du demi cylindre sous le même angle d'incidence $i = 60^\circ$.

On constate que le rayon (R_2) se réfracte aussi au point I mais il arrive à l'écran vertical en un autre point B de tel sorte que l'angle entre les deux rayons réfractés est $\alpha = 0,563^\circ$.

Données :

- L'indice de réfraction du verre pour le rayon lumineux de fréquence ν_1 est $n_1 = 1,626$.
- L'indice de réfraction de l'air est 1,00.
- $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

3. Montrer que la valeur de l'indice de réfraction du verre pour le rayon lumineux de fréquence ν_2 est $n_2 = 1,652$.
4. Trouver l'expression de la longueur d'onde λ_2 du rayon lumineux de fréquence ν_2 dans le verre ,en fonction de c , n_2 et ν_2 . Calculer λ_2 .

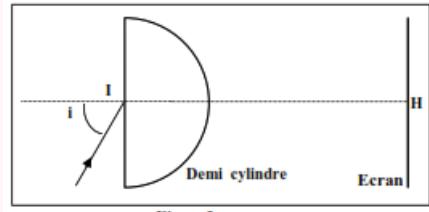


Figure 2

Exercice 4 : De la dispersion de la lumière à la diffraction (SM 2013 N)

La fréquence d'une radiation lumineuse ne dépend pas du milieu de propagation ; elle dépend uniquement de la fréquence de la source. La vitesse de propagation d'une onde lumineuse dans un milieu transparent et elle est toujours plus petite que la vitesse de sa propagation dans le vide et sa valeur dépend du milieu de propagation. On constate aussi que l'onde Lumineuse se diffracte lorsqu'elle traverse une fente de largeur relativement faible.

L'objectif de cet exercice est d'étudier le phénomène de dispersion et celui de la diffraction.

Données : La vitesse de propagation d'une onde lumineuse dans l'air est approximativement égale à sa vitesse de propagation dans le vide $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

Couleur de la radiation	rouge(R)	violet (V)
La longueur d'onde dans l'air en μm	0,768	0,434
L'indice de réfraction du verre	1,51	1,52

1- Dispersion de la lumière :

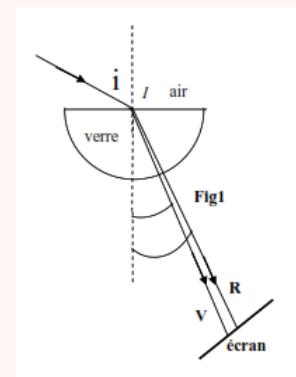
Un faisceau parallèle de lumière blanche arrive au point I de la surface d'un demi-disque en verre ; on observe sur l'écran (fig 1) les sept couleurs du spectre allant du rouge (R) au violet (V).

1-1- Exprimer la longueur d'onde λ_R de la radiation rouge dans le verre en fonction de l'indice de réfraction n_R du verre et de λ_{0R} (longueur d'onde dans l'air de ce rayonnement).

1-2- L'indice de réfraction n d'un milieu transparent pour une radiation monochromatique de longueur d'onde λ_0 dans l'air est modélisé par la relation : $n = A + \frac{B}{\lambda_0^2}$

Dont A et B sont des constantes qui dépendent du milieu.

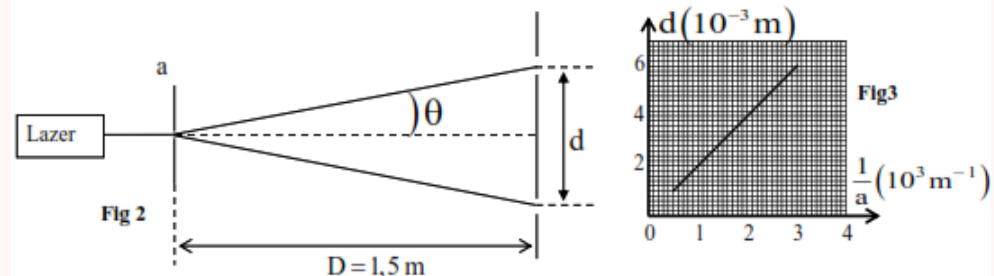
Calculer la valeur de A et celle de B pour le verre utilisé.



2- Diffraction de la lumière :

On réalise l'expérience de la diffraction d'une lumière monochromatique de longueur d'onde λ dans l'air émise par un dispositif laser, en utilisant une fente de largeur a comme l'indique

la figure 2. On mesure la largeur d de la tache centrale pour différentes valeurs de la largeur a de la fente et on représente graphiquement $d = f\left(\frac{1}{a}\right)$; on obtient alors la courbe indiquée dans la figure 3.



2-1- Trouver l'expression de d en fonction de λ , a et D . sachant que $\theta = \frac{\lambda}{a}$ (θ petit exprimé en rad)

2-2- A l'aide de la figure 3, déterminer la valeur de λ .

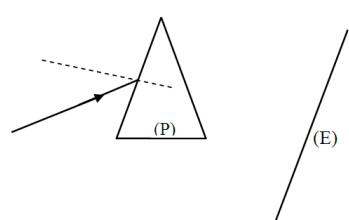
Exercice 5 : Les ondes lumineuses (SM 2015 R)

Le but de cet exercice est d'étudier la propagation d'une onde lumineuse émise par une source laser à travers un prisme (P) en verre d'indice de réfraction n pour cette radiation. La longueur d'onde de cette radiation dans l'air est λ_0 .

Données :

- Célérité de la lumière dans l'air : $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$;
- Indice de réfraction du prisme $n = 1,61$;
- $\lambda_0 = 633 \text{ nm}$.

1. Choisir la réponse juste parmi les propositions suivantes :
 - 1.1. La lumière a la même célérité dans tous les milieux transparents.
 - 1.2. La fréquence d'une onde lumineuse varie lorsqu'elle passe d'un milieu transparent à un autre.
 - 1.3. La longueur d'onde d'une onde lumineuse ne dépend pas de la nature du milieu de propagation.
 - 1.4. L'indice de réfraction d'un milieu transparent dépend de la longueur d'onde de la radiation monochromatique qui le traverse.
 - 1.5. Les ultrasons sont des ondes électromagnétiques.
2. Un faisceau de lumière monochromatique de longueur d'onde λ_0 émis de la source laser est envoyé sur l'une des faces du prisme (P) (voir figure ci-dessous).
 - 2.1. Cette radiation appartient-elle au domaine du spectre visible ? justifier.
 - 2.2. Calculer la fréquence ν de cette radiation.
 - 2.3. Déterminer pour cette radiation, la vitesse de propagation et la longueur d'onde λ dans le prisme.
 - 2.4. On remplace la source laser par une source de lumière blanche. Qu'observe-t-on sur l'écran (E) après que la lumière blanche ait traversé le prisme ? Quel est le phénomène mis en évidence par cette expérience ?



Exercice 6 : Diffraction d'une lumière monochromatique (SM 2017 N)

On s'intéresse dans cet exercice à l'étude de certaines propriétés de la lumière rouge émise par un laser hélium-néon(He-Ne). Dans l'air, la longueur d'onde de cette lumière est $\lambda = 633\text{nm}$.

Données :

- Célérité de la lumière dans l'air : $c = 3,00 \times 10^8 \text{m.s}^{-1}$;
- Pour les petits angles : $\tan \theta \simeq \theta$ où θ est exprimé en radian.

Diffraction de la lumière monochromatique

émise par le laser hélium-néon(He-Ne) :

Pour déterminer la largeur a d'une fente d'un diaphragme, on utilise la lumière rouge monochromatique émise par le laser hélium-néon. Pour cela, on réalise l'expérience schématisée sur la figure 1.

On éclaire la fente de largeur a par le faisceau laser et on observe des taches lumineuses sur un écran placé à une distance D de la fente. Ces taches sont séparées par des zones sombres. La largeur de la tache centrale est ℓ .

1. Choisir la proposition juste parmi les affirmations suivantes :

- a) Dans le verre, la lumière se propage avec une vitesse plus grande que dans l'air.
- b) L'écart angulaire est : $2.\theta = \frac{\lambda}{a}$.
- c) La fréquence de la lumière émise par le laser hélium-néon est $\nu = 4,739 \times 10^{14} \text{ Hz}$.
- d) L'écart angulaire est plus grand si on remplace la lumière rouge par une lumière violette.

2. Dans le cas des petits angles, établir l'expression de la largeur a en fonction de D , ℓ et λ .

Pour une distance $D = 1,5\text{m}$ on mesure la largeur de la tache centrale et on trouve $\ell = 3,4\text{cm}$. Calculer a .

3. On modifie la distance entre la fente et l'écran en prenant $D' = 3\text{m}$. Calculer la valeur de l'écart angulaire et celle de la largeur de la tache centrale.

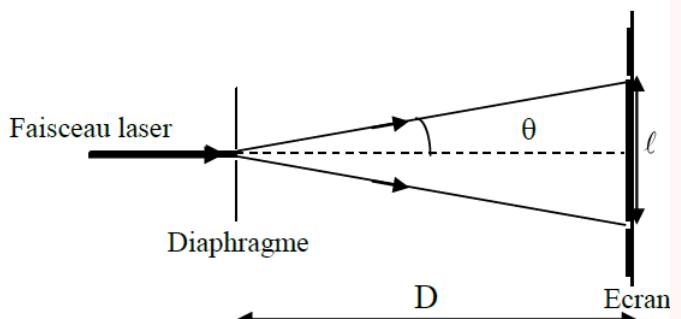


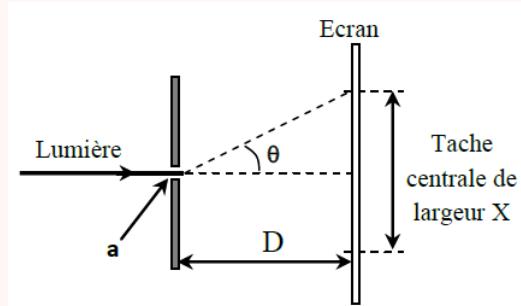
Figure 1

Exercice 7 : Diffraction de la lumière

On considère $c = 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ la célérité d'une onde lumineuse dans l'air.

Le schéma de la figure suivante représente un montage expérimental pour l'étude de la diffraction de la lumière.

Une fente de largeur a est éclairée avec une lumière laser rouge, de longueur d'onde $\lambda_1 = 632,8\text{nm}$, puis par une lumière jaune, d'une lampe à mercure, de longueur d'onde λ_2 inconnue. Sur un écran situé à la distance D de la fente, on visualise successivement les figures de diffraction obtenues. En lumière rouge, la tache centrale a une largeur $X_1 = 6,0\text{cm}$ et en lumière jaune une largeur $X_2 = 5,4\text{cm}$.



1. Donner le nombre d'affirmations fausses parmi les affirmations suivantes :

- a. L'expérience décrite sur la figure met en évidence le phénomène de la dispersion de la lumière.
- b. Si une onde de longueur d'onde λ passe à travers une fente de largeur $a = \frac{\lambda}{2}$ dans un même milieu, alors sa célérité change.

- c. Si une onde de longueur d'onde λ passe à travers une fente de largeur $a = \frac{\lambda}{2}$ dans un même milieu, alors sa longueur d'onde est divisée par 2.
- d. Dans un milieu dispersif, si la longueur d'onde diminue, alors la célérité du signal augmente.
2. On se limite dans le cas de faibles écarts angulaires où $\tan\theta \approx \theta$ avec θ exprimé en radian.
- 2.1. Donner l'expression permettant de déterminer l'angle θ en utilisant exclusivement les grandeurs présentes sur la figure.
 - 2.2. Montrer que le rapport $\frac{\lambda}{X}$ est constant pour un dispositif expérimental donné et déduire la longueur d'onde λ_2 .
3. Si on réalise la même expérience en utilisant une lumière blanche, on observe une tache centrale blanche et des taches latérales irisées. Interpréter l'aspect de la figure observée.
4. Calculer la longueur d'onde de la lumière rouge du laser utilisé lorsqu'elle se propage dans un milieu d'indice $n = 1,5$ ainsi que sa vitesse de propagation dans ce milieu.

Exercice 8 : Propagation des ondes mécaniques et des ondes électromagnétiques

1. Donner le nombre d'affirmations justes parmi les affirmations suivantes :
 - a. Les ultrasons sont des ondes longitudinales.
 - b. Les ultrasons sont des ondes électromagnétiques.
 - c. La fréquence d'une onde ultrasonore varie en passant de l'air à l'eau.
 - d. Si on double la fréquence d'une onde sinusoïdale dans un milieu non dispersif, alors sa vitesse de propagation est divisée par 2.
2. Recopier sur votre copie le numéro de la question et écrire à côté, parmi les quatre réponses proposées, la réponse juste sans ajouter aucune justification ni explication.
 - 2.1. L'affirmation juste est :
 - Lors de la propagation d'une onde mécanique progressive, il y a transport de la matière.
 - Une onde mécanique à la surface de l'eau peut transporter un objet flottant.
 - Une onde sonore se propage dans le vide.
 - Lors de la diffraction d'une onde mécanique progressive périodique, sa fréquence ne change pas.
 - 2.2. Le son émis par un haut-parleur est une onde :
 - mécanique, longitudinale.
 - électromagnétique, transversale.
 - mécanique, transversale.
 - électromagnétique, longitudinale.
3. Un faisceau laser de fréquence $f_1 = 4,76 \times 10^{14} \text{ Hz}$ éclaire une fente verticale de largeur a . On place un écran E perpendiculairement à la direction du faisceau, à une distance $D = 1,6\text{m}$ de la fente. On observe une figure de diffraction dont la tache centrale a une largeur $\ell_1 = 8\text{cm}$. On donne $c = 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ la célérité d'une onde lumineuse dans l'air et on se limite dans le cas de faibles écarts angulaires où $\tan\theta \approx \theta$ avec θ exprimé en radian.
 - 3.1. Faire le schéma du montage et de la figure de diffraction en faisant apparaître l'écart angulaire θ .
 - 3.2. Trouver la valeur de la largeur a de la fente.

- 3.3. On change le faisceau laser par une source lumineuse émettant une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda_2 = 450\text{nm}$. Comment la largeur de la tache centrale de la figure de diffraction va-t-elle varier ? Justifier la réponse.

Exercice 9 : Nature ondulatoire de la lumière

le caractère ondulatoire de la lumière fut établi au *XIX^e* par des expériences de diffraction et d'autres expériences montrant, par analogie avec les ondes mécaniques, que la lumière peut être décrite comme une onde.

1. une onde lumineuse est elle une onde mécanique ?

2. Fresnel a exploité le phénomène de diffraction de la lumière par un fil de fer.

Indiquer quel doit être l'ordre de grandeur du diamètre a du fil pour observer le phénomène de diffraction.

3. parmi les affirmations suivantes combien y en a t-il d'exactes ?

a) La lumière est une onde transversale, dont la célérité est la même dans tout milieu transparent.

b) La lumière monochromatique d'un laser est constituée de radiations d'une seule longueur d'onde mais de plusieurs fréquences différents.

c) La dispersion de la lumière blanche par un prisme montre que l'indice de réfraction du milieu varie avec la fréquence.

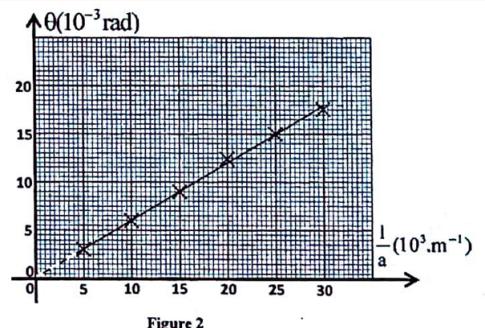
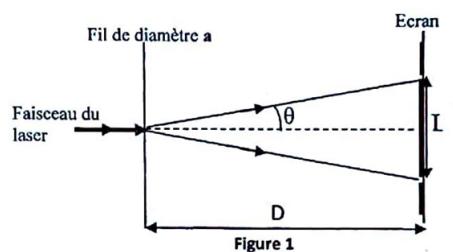
d) Le vide est parfaitement non dispersif.

4. Pour mesurer, par diffraction, la longueur d'onde d'un laser émettant une lumière monochromatique de longueur d'onde λ on réalise l'expérience de diffraction en utilisant des fils fins (figure 1).

On se limite dans le cas de faibles écarts angulaires où $\tan\theta \approx \theta$ avec θ exprimé en radian.

La figure 1 représente le schéma de diffraction obtenue sur un écran blanc situé à une distance $D = 2,0\text{m}$ des fils. Pour chaque fil de diamètre a , on mesure la longueur L de la tache centrale. A partir de ces mesures et d'autres données on obtient la courbe de la figure 2 représentant les variations de l'écart angulaire θ en fonction de $\frac{1}{a}$:

$$\theta = f\left(\frac{1}{a}\right).$$



4.1. Déterminer graphiquement la longueur d'onde du laser utilisé.

4.2. On place dans le même dispositif expérimental un fil de diamètre a_1 inconnu. La largeur de la tache centrale de diffraction vaut alors $L_1 = 4\text{cm}$. Déterminer a_1

Deuxième partie

TRANSFORMATIONS NUCLÉAIRES

La décroissance radioactive

Exercice 1 :

- Par une série de transformations radioactives, l'uranium $^{238}_{92}\text{U}$ se transforme en plomb $^{206}_{82}\text{Pb}$. Certaines étapes correspondent à une radioactivité α , les autres à une radioactivité β^- . Écrire l'équation-bilan globale et déterminer le nombre de particules α et β^- émises.
- Un noyau d'uranium $^{235}_{92}\text{U}$ bombardé par un neutron noté ^0_1n donne du xénon $^{140}_{54}\text{Xe}$ et du strontium Sr dont le nombre de masse est 94. Écrire l'équation-bilan correspondant à cette réaction nucléaire et déterminer le nombre de charge du strontium ainsi que le nombre de neutrons formés.

Exercice 2 :

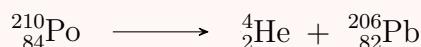
- Écrire l'équation-bilan de la désintégration correspondante et donner la composition du noyau fils ainsi que son symbole.
- Que vaut le nombre N_0 de noyaux radioactifs contenus dans une masse $m_0 = 10^{-5}$ g d'astate $^{211}_{85}\text{At}$?

Données :

$$\begin{aligned} Z(\text{Pb}) &= 82; Z(\text{Bi}) = 83; Z(\text{Po}) = 84; Z(\text{Rn}) = 86; Z(\text{Fr}) = 87; Z(\text{Ra}) = 88 \\ N_A &= 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}; m_{\text{nucleon}} \approx 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg} \end{aligned}$$

Exercice 3 :

Le polonium se désintègre en émettant des particules α . La réaction nucléaire correspondante a pour équation-bilan :



- A la date $t = 0$, on considère une masse $m_0 = 1$ g de polonium.

Quelle est, à la date $t' = 277$ jours, la masse d'hélium obtenue ?

- Quelle masse de polonium reste-t-il au bout de deux ans ?

Données : Masse de la particule $\alpha \approx 4 \text{ g.mol}^{-1}$; $M(\text{Po}) \approx 210 \text{ g.mol}^{-1}$; $t_{1/2}(\text{Po}) = 138,5 \text{ jours}$; $1 \text{ an} = 365,25 \text{ jours}$; $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Exercice 4 :

Les isotopes 235 et 238 de l'uranium représentent actuellement respectivement 0,72% et 99,28% de cet élément.

- Exprimer le rapport actuel du nombre de noyaux de l'isotope 238 et de l'isotope 235.
- Donner l'ordre de grandeur de l'âge de l'élément uranium.

Données :

$\lambda_{235} = 1,02 \times 10^{-9} \text{ an}^{-1}$; $\lambda_{238} = 1,55 \times 10^{-10} \text{ an}^{-1}$ Les deux isotopes sont supposés formés en abondance égale.

Exercice 5 :

1. Le thorium $^{227}_{90}\text{Th}$ est un émetteur radioactif α .

Écrire l'équation-bilan de sa désintégration radioactive sachant qu'elle mène au radium Ra.

2. Déterminer l'activité de 1mg de thorium $^{227}_{90}\text{Th}$. **Données :**

$$t_{1/2} ({}^{227}_{90}\text{Th}) = 18,3 \text{ jours} ; N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1} ; M(\text{Th}) \approx 227 \text{ g.mol}^{-1}$$

Exercice 6 : Datation des sédiments marins (SM 2010 N)

Le thorium $^{230}_{90}\text{Th}$ est utilisé pour dater les coraux et les sédiments marins, car sa concentration à la surface des sédiments qui sont en contact avec l'eau de mer reste constante, et elle diminue selon la profondeur dans le sédiment.

1. L'uranium $^{238}_{92}\text{U}$ dissout dans l'eau de mer, donne des atomes de thorium $^{230}_{90}\text{Th}$ avec émission de x particules α et y particules β^- .

- 1.1. Ecrire l'équation de cette transformation nucléaire en précisant la valeur de x et celle de y.

- 1.2. On désigne par :

- λ la constante radioactive du thorium $^{230}_{90}\text{Th}$;
- λ' la constante radioactive de l'uranium $^{238}_{92}\text{U}$;
- $N({}^{230}_{90}\text{Th})$ le nombre de noyaux de thorium 230 à l'instant t ;
- $N({}^{238}_{92}\text{U})$ le nombre de noyaux de l'uranium 238 au même instant t.

Montrer que le rapport $\frac{N({}^{230}_{90}\text{Th})}{N({}^{238}_{92}\text{U})}$ reste constant quand le thorium 230 et l'uranium 238 ont même activité.

2. Le noyau du thorium 230 se désintègre en donnant un noyau de radium $^{226}_{88}\text{Ra}$.

Écrire l'équation de cette réaction nucléaire en précisant la nature du rayonnement émis.

3. On appelle $N(t)$ le nombre de noyaux de thorium 230 qui se trouve dans un échantillon de corail à l'instant t et N_0 le nombre de ces noyaux à $t = 0$.

Le graphe ci contre représente l'évolution du rapport $\frac{N(t)}{N_0}$ en fonction du temps.

A l'aide de ce graphe, vérifier que la demi-vie du thorium 230 est : $t_{1/2} = 7,5 \times 10^4$ ans

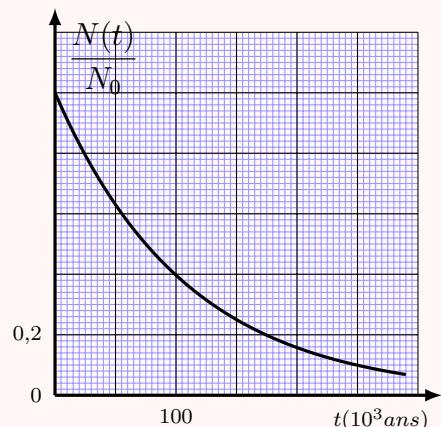
4. Ce graphe est utilisé pour dater un sédiment marin.

Un échantillon de sédiment de forme cylindrique de hauteur h est prélevé au fond de l'océan.

L'analyse d'un fragment (1) pris à la base supérieure de cette échantillon, qui est en contact avec l'eau de mer, montre qu'il contient $m_s = 20 \mu\text{g}$ de thorium 230. Un fragment (2), de même masse, pris à la base inférieure de l'échantillon contient une masse $m_p = 1,2 \mu\text{g}$ de thorium 230.

On prend pour origine des dates ($t = 0$) l'instant où la masse du thorium est $m_0 = m_s$.

Déterminer, en années, l'âge de la base inférieure de l'échantillon.



Noyaux, masse et énergie

Exercice 1 : Datation par la méthode Uranium - Thorium (SM 2008 N)

Le Thorium se trouvant dans les roches marines, résulte de la désintégration spontanée d'Uranium 234 au cours du temps. C'est pourquoi le Thorium et l'Uranium se trouvent dans toutes les roches marines en proportions différentes selon leurs dates de formation.

On dispose d'un échantillon d'une roche marine, qui contenait à l'instant de sa formation considéré comme origine des dates ($t = 0$), un nombre N_0 de noyaux d'Uranium $^{234}_{92}\text{U}$, et on suppose qu'elle ne contenait pas de Thorium à l'origine des dates.

L'étude de cet échantillon à l'instant t a montré que le rapport du nombre de noyaux de Thorium

sur le nombre de noyaux d'Uranium est : $r = \frac{N(^{230}_{90}\text{Th})}{N(^{234}_{92}\text{U})} = 0,4$

On donne :

- Masse d'un noyau d'Uranium : $m(^{234}_{92}\text{U}) = 234,0409 \text{ u}$
- Demi-vie de l'Uranium 234 : $t_{1/2} = 2,455 \times 10^5 \text{ ans}$;
- Masse du proton : $m_P = 1,00728 \text{ u}$;
- Masse du neutron : $m_n = 1,00866 \text{ u}$;
- Unité de masse atomique : $1\text{u} = 931,5 \text{ MeV.c}^{-2}$

1. Etude du noyau d'Uranium ($^{234}_{92}\text{U}$) :

- 1.1. Donner la composition du noyau d'Uranium 234.
- 1.2. Calculer en MeV, l'énergie de liaison E_ℓ du noyau $^{234}_{92}\text{U}$.
- 1.3. Le nucléide $^{234}_{92}\text{U}$ est radioactif, se transforme spontanément en nucléide de Thorium $^{230}_{90}\text{Th}$. Par application des lois de conservation, écrire l'équation de désintégration de ce nucléide d'Uranium $^{234}_{92}\text{U}$.

2. Etude de la décroissance radioactive :

- 2.1. Donner l'expression du nombre de noyaux de Thorium $N(^{230}_{90}\text{Th})$ à l'instant t , en fonction de N_0 et le temps de demi-vie $t_{1/2}$ de l'Uranium 234.
- 2.2. Trouver l'expression de l'instant t en fonction de r et $t_{1/2}$. Calculer sa valeur.

Exercice 2 : Réactions nucléaires (SM 2009 R)

La production d'énergie dans les réacteurs nucléaires résulte essentiellement de la fission nucléaire de l'Uranium 235, mais de cette fission, résulte des noyaux radioactifs polluants. Des recherches actuelles visent à développer la production de l'énergie nucléaire à partir de la fusion des noyaux d'hydrogène.

On donne :

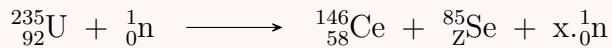
- Masse molaire de l'Uranium 235 : $M(^{235}\text{U}) = 235 \text{ g.mol}^{-1}$;
- Constante d'Avogadro : $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- $1\text{u} = 931,5 \text{ MeV.c}^{-2}$

Les masses des noyaux et particules :

	Noyaux				Particules	
	^{235}U	^{238}U	^{146}Ce	^{85}Se	Proton	Neutron
Masses (u)	234,9934	238,0003	145,8782	84,9033	1,00728	1,00886

1. Fission nucléaire :

En bombardant un noyau d'uranium ^{235}U par un neutron, au cœur du réacteur nucléaire, il se transforme en un noyau de Cérium ^{146}Ce et un noyau de Sélénium ^{85}Se avec éjection de neutrons, selon une réaction modélisée par l'équation :



1.1. Déterminer les nombres Z et x.

- 1.2. Calculer, en MeV, l'énergie libérée par la fission d'un noyau d'Uranium ^{235}U , et en déduire l'énergie E_1 , libérée par la fission d'un échantillon d'Uranium ^{235}U de masse 1 g.
- 1.3. Le noyau de Cérium ^{146}Ce se transforme spontanément en noyau de Praséodyme ^{146}Pr avec émission d'une particule β^- . Calculer la durée nécessaire pour la transformation de 99% de noyaux ^{146}Ce , initialement présents dans un échantillon de Césium 146.

On donne :

La constante radioactive du nucléide ^{146}Ce est : $\lambda = 5,13 \times 10^{-2} \text{ min}^{-1}$.

2. Fusion nucléaire :

La fusion d'un noyau de Deutérium ^2_1H et d'un noyau de Tritium ^3_1H , conduit à la formation d'un noyau d'Hélium ^4_2He et d'un neutron, selon la réaction modélisée par l'équation :



L'énergie libérée au cours de la formation de 1 g d'Hélium est : $E_2 = 5,13 \times 10^{24} \text{ MeV}$. Citer deux raisons pour adopter la fission au lieu de la fusion dans la production d'énergie.

Exercice 3 : Datation par le carbone 14 (SM 2011 N)

Toutes les plantes absorbent le carbone C qui se trouve dans l'atmosphère (^{12}C et ^{14}C) à travers le dioxyde de carbone de telle sorte que le rapport du nombre $N_0(^{14}\text{C})$ des noyaux de carbone 14 à celui des noyaux du carbone $N(C)_0$ dans les plantes reste constant durant leur vie : $\frac{N_0(^{14}\text{C})}{N(C)_0} = 1,2 \times 10^{-12}$.

A partir de l'instant où la plante meurt, ce rapport commence à diminuer à cause de la désintégration du carbone 14 qui est un isotope radioactif.

Données :

- Demi-vie du carbone 14 : $t_{1/2} = 5730 \text{ ans}$;
- Masse molaire du carbone : $M(\text{C}) = 12,0 \text{ g.mol}^{-1}$;
- Constante d'Avogadro : $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$;
- 1 an = $3,15 \times 10^7 \text{ s}$.
- Le noyau du carbone 14 est radioactif β^- , sa désintégration donne un noyau ${}^A_Z\text{Y}$.

1. La figure (1) donne une partie du diagramme de Segri (Z, N).

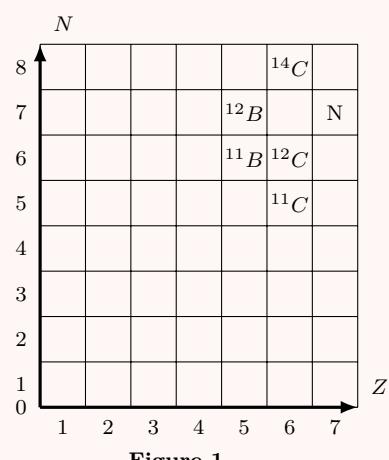
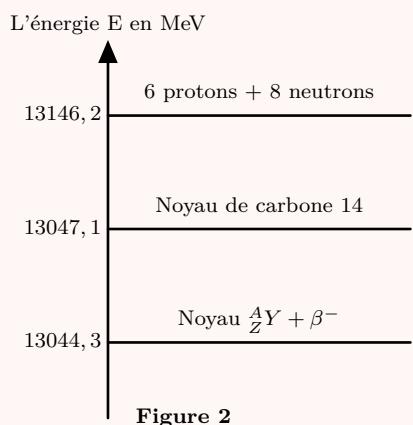


Figure 1

- 1.1. Écrire l'équation de la transformation nucléaire du carbone 14 en déterminant le noyau fils ${}_{Z'}^A Y$.
- 1.2. La désintégration du noyau du carbone ${}_{6}^{14}\text{C}$ donne un noyau de bore ${}_{Z'}^{A'}\text{B}$.
Écrire l'équation de cette transformation nucléaire en déterminant A' et Z' .
2. A l'aide du diagramme énergétique représenté dans la figure (2) :
 - 2.1. Trouver l'énergie de liaison par nucléon du noyau de carbone 14.
 - 2.2. Trouver la valeur absolue de l'énergie produite par la désintégration d'un noyau du carbone 14.
3. On veut déterminer l'âge d'un morceau de bois très ancien, pour cela on y prélève à un instant t un échantillon de masse $m = 0,295\text{g}$, on trouve que cet échantillon donne 1,40 désintégrations par minute. On considère que ces désintégrations proviennent uniquement du carbone 14 qui se trouve dans l'échantillon étudié.
On prélève d'un arbre vivant un morceau de même masse que l'échantillon précédent $m = 0,295\text{g}$, on trouve que le pourcentage massique du carbone dans ce morceau est 51,2%
 - 3.1. Calculer le nombre de noyaux du carbone C et le nombre de noyaux du carbone 14 dans le morceau qui a été prélevé de l'arbre vivant.
 - 3.2. Déterminer l'âge du morceau de bois ancien .



Exercice 4 : Les réactions nucléaires des isotopes d'hydrogène (SM 2012 N)

L'énergie solaire provient de la réaction de fusion des noyaux d'hydrogène. Les physiciens s'intéressent à produire l'énergie nucléaire à partir de la réaction de fusion des isotopes d'hydrogène : deutérium ${}_{1}^2\text{H}$ et tritium ${}_{1}^3\text{H}$.

Données :

Les masses en unité u : $m({}_{1}^3\text{H}) = 3,01550\text{u}$; $m({}_{1}^2\text{H}) = 2,01355\text{u}$; $m({}_{2}^4\text{He}) = 4,00150\text{ u}$; $m({}_{0}^1\text{n}) = 1,00866\text{u}$
 $1\text{u} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg} = 931,5 \text{ MeV.c}^{-2}$

1. la radioactivité β^- du tritium :

Le nucléide tritium ${}_{1}^3\text{H}$ est radioactif β^- , sa désintégration donne lieu à un isotope de l'élément Hélium.

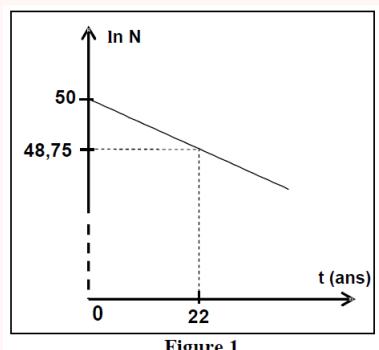
- 1.1. Ecrire l'équation de cette désintégration .
- 1.2. On dispose d'un échantillon radioactif du nucléide tritium ${}_{1}^3\text{H}$ contenant N_0 nucléides à l'instant $t = 0$.

Soit N le nombre de nucléides tritium dans l'échantillon à l'instant t .

Le graphe de la figure 1 représente les variations de $\ln(N)$ en fonction du temps t .

Déterminer la demi-vie $t_{1/2}$ du tritium.

2. Fusion nucléaire



- 2.1. La courbe de la figure 2 représente les variations de l'opposé de l'énergie de liaison par nucléon en fonction du nombre de nucléons A.

Déterminer, parmi les intervalles ①, ② et ③, indiqués sur la figure

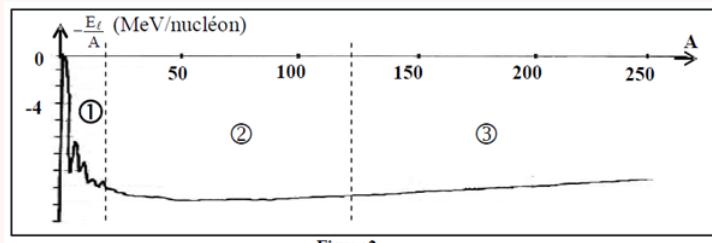


Figure 2

2, celui dans lequel les nucléides sont susceptibles de subir des réactions de fusion. Justifier la réponse.

3. L'équation de la réaction de fusion des noyaux de deutérium ${}_1^2\text{H}$ et de tritium ${}_1^3\text{H}$ s'écrit :



On peut extraire 33mg de deutérium à partir de 1,0L de l'eau de mer.

Calculer, en MeV, la valeur absolue de l'énergie que l'on peut obtenir à partir de la réaction de fusion du tritium et du deutérium extrait de 1m³ de l'eau de mer.

Exercice 5 : production de l'énergie nucléaire (SM 2013 R)

Un réacteur nucléaire fonctionne avec l'uranium enrichie qui est constitué de p = 3% de ${}^{235}\text{U}$ fissile et p = 97% de ${}^{238}\text{U}$ non fissile.

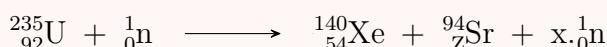
La production de l'énergie au sein de cette centrale nucléaire est basée sur la fission de l'uranium ${}^{235}\text{U}$ bombardé par des neutrons.

Donnés :

$$m({}^{140}\text{Xe}) = 139,8920 \text{ u}; m({}^{94}\text{Sr}) = 93,8945 \text{ u}; m({}^{235}\text{U}) = 234,9935 \text{ u}; m({}^1\text{n}) = 1,0087 \text{ u}$$

$$1\text{MeV} = 1,6 \times 10^{-13} \text{ J}; 1\text{u} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ Kg} = 931,5 \text{ MeV.c}^{-2}.$$

Le noyau ${}^{235}\text{U}$ subit une fission selon l'équation :



1. Déterminer x et z.
2. Calculer en joule (J) l'énergie $|\Delta E_0|$ libérée par la fission de $m_0 = 1\text{g}$ de ${}_{92}^{235}\text{U}$.
3. Pour produire une quantité d'énergie électrique $W = 3,73 \times 10^{16} \text{ J}$, un réacteur nucléaire de rendement $r = 25\%$ consomme une masse m de l'uranium enrichi. Exprimer m en fonction de W, $|\Delta E_0|$, m_0 , r et p. Calculer m.
4. Dans ce réacteur nucléaire se trouve aussi une faible quantité du nucléide ${}_{92}^{234}\text{U}$ qui est radioactif α . La mesure de l'activité radioactive, à l'instant $t = 0$, d'un échantillon de l'uranium ${}_{92}^{234}\text{U}$ a donné la valeur $a_0 = 5,4 \times 10^8 \text{ Bq}$.

Calculer la valeur de l'activité nucléaire de cet échantillon à l'instant $t = \frac{t_{1/2}}{4}$.

Exercice 6 : la physique nucléaire dans le domaine médical (SM 2014 N)

L'injection intraveineuse d'une solution contenant le phosphore 32 radioactif permet dans certains cas le traitement de la multiplication anormale des globules rouges au niveau des cellules de la moelle osseuse.

Données : Les masses en unité atomique u :

$$m({}_{15}^{32}\text{P}) = 31,9840; m(\beta) = 5,485 \times 10^{-4}; m({}_Z^A\text{Y}) = 31,9822; 1\text{u} = 931,5 \text{ MeV.c}^{-2}; 1\text{MeV} = 1,6 \times 10^{-13} \text{ J}$$

La demi-vie du nucléide phosphore ${}_{15}^{32}\text{P}$: $t_{1/2} = 14,3$ jours. 1jour = 86400 s

1. L'activité radioactive du nucléide radioactif ${}_{15}^{32}\text{P}$

Le nucléide $^{32}_{15}\text{P}$ est radioactif β^- , sa désintégration donne naissance au nucléide ^A_ZY .

- 1.1. écrire l'équation de la désintégration du nucléide de phosphore $^{32}_{15}\text{P}$ en précisant A et Z.
- 1.2. calculer en Mev la valeur absolue de l'énergie libérée lors de la désintégration du nucléide $^{32}_{15}\text{P}$.

2. L'injection intraveineuse au phosphore $^{32}_{15}\text{P}$

à l'instant $t=0$, on prépare un échantillon du phosphore $^{32}_{15}\text{P}$ dont l'activité radioactive est a_0 .

- 2.1. définir l'activité radioactive 1Bq.
- 2.2. à l'instant t_1 , on injecte à un patient une quantité d'une solution de phosphore $^{32}_{15}\text{P}$ dont l'activité radioactive est $a_1 = 2,5 \times 10^9$ Bq.

- a) Calculer en jour, la durée Δt nécessaire pour que l'activité nucléaire a_2 du phosphore $^{32}_{15}\text{P}$ soit égale à 20% de a_1 .
- b) On note N_1 le nombre de nucléides du phosphore $^{32}_{15}\text{P}$ restant à l'instant t_1 et on note N_2 le nombre nucléides restant à l'instant t_2 dont l'activité radioactive de l'échantillon est a_2 .

Trouver l'expression du nombre de nucléides désintégrés pendant la durée Δt en fonction de a_1 et $t_{1/2}$.

- c) En déduire, en joule, la valeur absolue de l'énergie libérée pendant la durée Δt .

Exercice 7 : Les transformations nucléaires (SM 2015 N)

Les réactions de fusion et de fission sont considérées parmi les réactions qui produisent une grande énergie qu'on peut exploiter dans divers domaines.

Données :

- $m(^1_1\text{H}) = 1,00728\text{u}$; $m(^4_2\text{He}) = 4,00151\text{u}$; $m(e) = 5,48579 \times 10^{-4}\text{u}$.
- $1\text{MeV} = 1,6 \times 10^{-13}\text{ J}$; $1\text{u} = 931,5\text{ MeV}\cdot c^{-2}$.
- On prend la masse du soleil : $m_S = 2 \times 10^{30}\text{kg}$.
- On considère que la masse de l'hydrogène ^1_1H représente 10% de la masse du soleil.

1. On donne dans le tableau ci-dessous les équations de quelques réactions nucléaires :

A	$^2_1\text{H} + ^3_1\text{H} \longrightarrow ^4_2\text{He} + ^1_0\text{n}$
B	$^{60}_{27}\text{Co} \longrightarrow ^{60}_{28}\text{Ni} + ^{-1}_0\text{e}$
C	$^{238}_{92}\text{U} \longrightarrow ^4_2\text{He} + ^{234}_{90}\text{Th}$
D	$^{235}_{92}\text{U} + ^1_0\text{n} \longrightarrow ^{139}_{54}\text{Xe} + ^{94}_{38}\text{Sr} + 3.^1_0\text{n}$

- 1.1. Identifier, parmi ces équations, celle correspondant à la réaction de fusion.
- 1.2. En utilisant le diagramme d'énergie ci-contre, calculer :

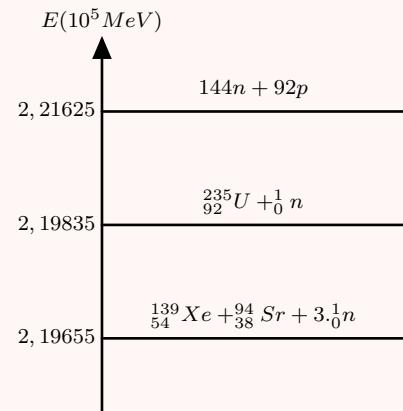
1.2.1. L'énergie de liaison par nucléon du noyau $^{235}_{92}\text{U}$.

1.2.2. L'énergie $|\Delta E_0|$ produite par la réaction D.

2. Il se produit dans le soleil des réactions nucléaires dues essentiellement à la transformation de l'hydrogène selon l'équation bilan : $4.^1_1\text{H} \longrightarrow ^4_2\text{He} + 2.^1_0\text{e}$

2.1. Calculer, en joule, l'énergie $|\Delta E|$ produite par cette transformation.

2.2. Trouver, en ans, la durée nécessaire à la consommation de tout l'hydrogène présent dans le soleil, sachant que l'énergie libérée chaque année par le soleil selon cette transformation est $E_S = 10^{34}\text{ J}$.



Exercice 8 :La radioactivité du polonium. (SM 2016 N)

Le noyau de polonium $^{210}_{84}\text{Po}$ se désintègre spontanément pour se transformer en un noyau de plomb $^{206}_{82}\text{Pb}$ avec émission d'une particule α .

Cet exercice se propose d'étudier le bilan énergétique de cette transformation ainsi que l'évolution de cette dernière au cours du temps.

Données :

- Energie de liaison du noyau de polonium 210 : $E_\ell(^{210}\text{Po}) = 1,6449 \times 10^3 \text{ MeV}$,
- Energie de liaison du noyau de plomb 206 : $E_\ell(^{206}\text{Po}) = 1,6220 \times 10^3 \text{ MeV}$,
- Energie de liaison de la particule α : $E_\ell(\alpha) = 28,2989 \text{ MeV}$,
- On désigne par $t_{1/2}$ la demi-vie du noyau de polonium 210.

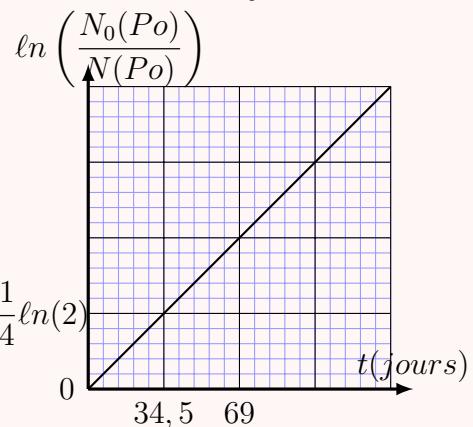
1. Écrire l'équation de cette transformation nucléaire en déterminant le nombre Z.
2. Déterminer en MeV l'énergie $|\Delta E|$ produite lors de la désintégration d'un noyau de $^{210}_{84}\text{Po}$.
3. Soient $N_0(\text{Po})$ le nombre de noyaux de polonium dans un échantillon à l'instant de date $t = 0$ et $N(\text{Po})$ le nombre de noyaux restant dans le même échantillon à un instant de date t .
- 3.1. On désigne par N_D le nombre de noyaux de polonium désintégrés à l'instant de date $t = 4.t_{1/2}$. Choisir la proposition juste parmi les propositions suivantes :

$$\text{a- } N_D = \frac{N_0(\text{Po})}{8} \quad \text{b- } N_D = \frac{N_0(\text{Po})}{16} \quad \text{c- } N_D = \frac{N_0(\text{Po})}{4} \quad \text{d- } N_D = \frac{15.N_0(\text{Po})}{16}$$

- 3.2. La courbe ci-dessous représente les variations de $\ln\left(\frac{N_0(\text{Po})}{N(\text{Po})}\right)$ en fonction du temps.

A l'aide de cette courbe, déterminer en jour la demi-vie $t_{1/2}$.

- 3.3. Sachant que l'échantillon ne contient pas de plomb à $t=0$, déterminer en jour, l'instant t_1 pour lequel : $\frac{N(\text{Pb})}{N(\text{Po})} = \frac{2}{5}$, où $N(\text{Pb})$ est le nombre de noyaux de plomb formés à cet instant.



Exercice 9 : Etude de l'activité d'un échantillon radioactif (SM 2017 R)

On étudie dans cet exercice la désintégration d'un échantillon radioactif du cobalt ayant une fiche technique portant les indications suivantes :

- Cobalt 60 : $^{60}_{27}\text{Co}$.
- Masse molaire atomique : $M = 60 \text{ g.mol}^{-1}$.
- Radioactivité : β^- .
- Constante de temps : $\tau = 2,8 \times 10^3 \text{ jours}$.

Données :

- Constante d'Avogadro $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$;
- Une année solaire : $1\text{an} = 365,25 \text{ jours}$;
- Energie de liaison du nucléide ^A_ZX : $E_\ell = 588,387 \text{ MeV}$;
- $m(^{60}_{27}\text{Co}) = 59,8523 \text{ u}$
- $m(^1_0\text{n}) = 1,00866 \text{ u}$; $m(^1_1\text{p}) = 1,00728 \text{ u}$; $m(^0_{-1}\text{e}) = 5,486 \times 10^{-4} \text{ u}$
- $1\text{u} = 931,5 \text{ MeV.c}^{-2}$.

1. Choisir la proposition juste parmi les propositions suivantes :
- a) La constante radioactive a la dimension du temps.

- b) L'activité d'un échantillon s'exprime en seconde .
- c) Pour les noyaux lourds et selon la courbe d'Aston, plus un noyau est lourd, moins il est stable.
- d) Le défaut de masse s'exprime en MeV.
2. Définir la radioactivité β^- .
3. Le noyau issu de la désintégration de $^{60}_{27}\text{Co}$ est (^A_ZX) . En se basant sur les énergies de masse, calculer en MeV l'énergie $|\Delta E|$ libérée par la réaction de désintégration du $^{60}_{27}\text{Co}$.
4. La masse initiale de l'échantillon radioactif à l'instant de sa réception par un laboratoire spécialisé est $m_0 = 50\text{mg}$. On considère l'instant de réception de cet échantillon comme origine des dates ($t = 0$). La mesure de l'activité de l'échantillon étudié à un instant t_1 donne la valeur $a_1 = 5,18 \times 10^{11} \text{ Bq}$. Montrer que $t_1 = \tau \cdot \ln \left(\frac{N_A \cdot m_0}{\tau \cdot M \cdot a_1} \right)$. Calculer, en année, sa valeur.

Exercice 10 : Transformations nucléaires(SM 2018 N)

On se propose dans cet exercice d'étudier la radioactivité α du radium ainsi que le mouvement d'une particule α dans un champ magnétique uniforme.

C'est en 1898 que Marie et Pierre Curie annoncèrent la découverte de deux éléments radioactifs : le polonium et le radium. Le radium $^{226}_{88}\text{Ra}$ qui se transforme en radon $^{222}_{86}\text{Rn}$, est considéré comme l'un des exemples historiques de la radioactivité α . L'activité d'un échantillon radioactif était alors calculée par rapport au radium considéré comme étalon. Elle fut exprimée en curie (Ci) pendant des années, avant d'utiliser le Becquerel (Bq) comme unité.

Le curie (1Ci) est l'activité d'un échantillon d'un gramme (1g) de radium 226.

Données :

- Masse molaire du radium : $M = 226 \text{ g.mol}^{-1}$; Constante d'Avogadro : $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$;
- Energie de liaison du noyau de radium : $E_\ell(^{226}_{88}\text{Ra}) = 1,7311 \times 10^3 \text{ MeV}$;
- Energie de liaison du noyau de radon : $E_\ell(^{222}_{86}\text{Rn}) = 1,7074 \times 10^3 \text{ MeV}$;
- Energie de liaison du noyau de l'hélium : $E_\ell(^4_2\text{He}) = 28,4 \text{ MeV}$;
- Constante radioactive du radium : $\lambda = 1,4 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1}$; 1an = 365,25 jours ;

1. Donner la définition de l'énergie de liaison d'un noyau.
2. Choisir la proposition juste parmi les propositions suivantes :
 - a) Le radium et le radon sont deux isotopes.
 - b) Le noyau du radium est constitué de 88 neutrons et de 138 protons.
 - c) Après une durée égale à $3.t_{1/2}$ ($t_{1/2}$ demi-vie du radium), il reste 12,5% des noyaux initiaux.
 - d) La relation entre la demie-vie et la constante radioactive est : $t_{1/2} = \lambda \cdot \ln 2$.
3. Montrer que $1\text{Ci} \approx 3,73 \times 10^{10} \text{ Bq}$.
4. Quelle serait, en Becquerel (Bq), en Juin 2018, l'activité d'un échantillon de masse 1g de radium dont l'activité en Juin 1898 était de 1Ci .
5. Calculer, en MeV, l'énergie $|\Delta E|$ produite par la désintégration d'un noyau de radium.

Exercice 11 : (SM 2019 N)

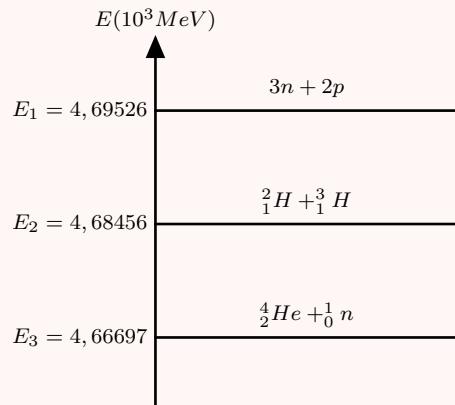
Le combustible des réactions de fusion dans les futures centrales nucléaires est un mélange de deutérium 2_1H et de tritium 3_1H .

On étudie la formation d'hélium 4_2He à partir de la réaction de fusion de deutérium et du tritium, cette réaction nucléaire libère aussi un neutron.

Données :

Constante d'Avogadro : $N_A = 6,02 \times 10^{23} mol^{-1}$; $1\text{MeV} = 1,6 \times 10^{-13} \text{ J}$.

1. Écrire l'équation de la réaction de cette fusion.
2. Parmi les affirmations suivantes combien y en a t-il d'exactes ? (donner seulement le nombre)
 - a) L'énergie de liaison d'un noyau est égale au produit du défaut de masse du noyau et de la célérité de la lumière dans le vide.
 - b) La masse du noyau est inférieur à la somme des masses des nucléons constituant ce noyau.
 - c) La fission nucléaire concerne uniquement les noyaux légers dont le nombre de masse $A < 20$.
 - d) La réaction ${}^4_2He + {}^8_4Be \longrightarrow {}^{12}_6C$
 - e) La fission nucléaire est une réaction nucléaire spontanée.
3. En utilisant le diagramme d'énergie ci-contre, calculer, en unité MeV :
 - 3.1. L'énergie de liaison E_ℓ du noyau d'hélium.
 - 3.2. L'énergie libérée $|\Delta E|$ par cette réaction de fusion.
4. En déduire, en unité MeV, l'énergie libérée que l'on pourrait obtenir si on réalisait la réaction de fusion d'une mole de noyaux de deutérium avec une mole de noyaux de tritium.
5. La tonne d'équivalent pétrole (tep) est une unité d'énergie utilisée dans l'industrie et en économie. Elle sert à comparer les énergies obtenues à partir de sources différentes.
Une tonne d'équivalent pétrole (1tep) représente $4,2 \times 10^{10} \text{ J}$, c'est-à-dire l'énergie libérée en moyenne par la combustion d'une tonne de pétrole.
Soit n le nombre de tonne de pétrole à bruler pour obtenir une énergie équivalente à celle libérée par la fusion de 2g (une mole) de deutérium et de 3g (une mole) de tritium. Trouver n .

**Exercice 12 : Désintégration de l'oxygène 15 (SM 2020 N)**

La tomographie par émission de positrons, (dénommée PET « positron emission tomography »), est une technique d'imagerie médicale pratiquée en médecine nucléaire qui permet d'obtenir des images précises de quelques organes du corps en trois dimensions dans lesquels il pourrait y avoir des maladies comme le cancer. Parmi les substances radioactives utilisées on cite le fluor, l'oxygène, l'azote...

Dans cet exercice on utilise l'oxygène 15 (${}^{15}_8O$) qui est l'un des isotopes de l'oxygène. En PET, on détecte les molécules d'eau (présentes en grande quantité dans le cerveau) en utilisant de l'eau radioactive (eau marquée à l'oxygène 15 (${}^{15}_8O$) que l'on injecte au sujet par voie intraveineuse).

L'oxygène 15 se désintègre en un noyau (A_ZX) avec émission d'un positron.

Données :

- Constante d'Avogadro : $N_A = 6,02 \times 10^{23} mol^{-1}$; $1\text{MeV} = 1,6 \times 10^{-13} \text{ J}$; $1\text{u} = 931,494 \text{ MeV.c}^{-2}$;
- Masse molaire de l'eau : $M = 18 g.mol^{-1}$; Masse volumique de l'eau : $\rho = 1 g.cm^{-3}$;
- Les masses : $m({}_{Z}^AX) = 15,000109u$; $m({}_{8}^{15}O) = 15,003066u$; $m(e) = 5,486 \cdot 10^{-3} u$;

- La demi-vie de l'oxygène 15 : $t_{1/2} = 122s$.
1. Écrire l'équation de la réaction de désintégration du noyau d'oxygène 15 ($^{15}_8O$) en déterminant A et Z.
 2. Déterminer, en unité MeV, $|\Delta E|$ l'énergie libérée par un noyau d'oxygène 15.
 3. En admettant que le volume d'une injection d'activité initiale $a_0 = 3,7 \times 10^7 Bq$ est $V = 5cm^3$, trouver la proportion de molécules d'eau marquées dans l'injection.
 4. Pour poursuivre l'examen par PET, on suppose qu'il est nécessaire de procéder à une nouvelle injection lorsque l'activité $a(t_1)$ du noyau d'oxygène 15 restant à l'instant de date t_1 est de l'ordre de 0,15% de l'activité initiale 0 a de l'injection à $t = 0$. Justifier, par calcul, que l'on puisse faire une nouvelle injection au bout d'un temps proche de $t = 20\text{min}$.

Exercice 13 : Activité du polonium (SM 2020 R)

Le polonium $^{210}_{84}\text{Po}$, découvert en 1898 par Pierre et Marie Curie, se désintègre avec émission d'une particule α .

Le polonium 210 est très toxique. La dose maximale du polonium 210 que peut supporter le corps humain correspond à une activité max $a_{max} = 740\text{Bq}$.

Données : - Extrait du tableau de la classification périodique :



- $m(^4_2\text{He}) = 4,00151\text{u}$; $m(\text{Pb}) = 205,930\text{u}$; $m(\text{Po}) = 209,9374\text{u}$;
- $1\text{u} = 931,5\text{MeV}\cdot c^{-2} = 1,6605 \times 10^{-27} \text{kg}$;
- $1\text{MeV} = 1,6 \times 10^{-13} \text{J}$.

1. Écrire l'équation de désintégration du noyau de polonium 210.
2. 2.1. Calculer, en unité MeV, l'énergie $|E_1|$ libérée par la désintégration d'un noyau de polonium 210.
- 2.2. En déduire, en unité joule, l'énergie $|E_2|$ libérée par la désintégration de masse $m = 10\text{ g}$ de polonium 210.
3. Un laboratoire reçoit un échantillon de polonium 210. Après une durée $\Delta t = 245\text{h} 37\text{ min}$ de la date de sa réception, on mesure l'activité de l'échantillon, on trouve qu'elle a diminué de 5%. Déterminer, en jour, la valeur de la demi-vie $t_{1/2}$ du polonium 210.
4. Calculer, en gramme, la masse maximale m_{max} du polonium 210 que peut supporter le corps humain sans risque.

Exercice 14 : Stabilité des noyaux – Réaction de fission. (SM 2021 N)

Données :

- Masse des particules : $m(\alpha) = 4,001506\text{ u}$;
- $m(^{10}_5\text{B}) = 10,012938\text{u}$; $m(^A_Z\text{Li}) = 7,016005\text{u}$;
- Énergie de liaison de la particule α : $E_\ell = 28,295244\text{MeV}$; $1\text{u} = 931,5\text{MeV}\cdot c^{-2}$;
- Masse du neutron : $m_n = 1,008665\text{u}$; Masse du proton : $m_p = 1,007276\text{u}$.

1. Diagramme de Segré :

La figure 1 ci-contre représente le diagramme de Segré (Z,N) dont lequel les noyaux stables correspondent aux cases grisées dans le diagramme.

Donner le nombre d'affirmations justes :

- La non stabilité d'un noyau peut être due au grand nombre de nucléons qu'il contient.
- La stabilité d'un noyau peut être due au grand nombre de neutrons par rapport au nombre de protons qu'il contient.
- Les isotopes d'un même élément ${}^A_Z X$ se trouvent sur la même ligne dans le diagramme de Segré(Z,N).
- Les noyaux ${}^{10}_5 B$, ${}^{14}_6 C$, ${}^{12}_5 B$ sont radioactifs α .
- Le noyau ${}^{10}_5 B$ est stable.

2. Fission nucléaire :

- Écrire l'équation de la réaction nucléaire correspondant au bombardement d'un noyau de bore ${}^{10}_5 B$ par un neutron pour former une particule α et un noyau de lithium ${}^A_Z Li$ en déterminant A et Z.
- Comparer la stabilité de la particule α avec celle du ${}^A_Z Li$.
- Calculer, en unité MeV, l'énergie $|\Delta E|$ libérée par la fission d'un noyau de bore 10.

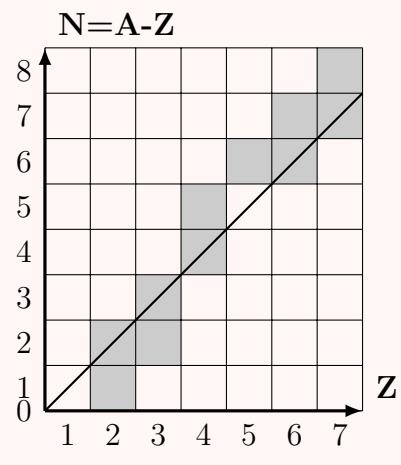


Figure 1

Exercice 15 : Fission de l'uranium (SM 2021 R)

L'uranium naturel est composé essentiellement de l'isotope 238 et d'autres isotopes, parmi lesquels l'uranium 235 qui est un noyau fissile et qui n'existe qu'en très faible pourcentage.

Afin de l'utiliser comme combustible, on procède à l'activation de l'uranium naturel en vue d'augmenter la proportion de l'isotope 235.

Données :

- Masse des noyaux : $m({}^{235}_{92} U) = 234,9935 \text{ u}$; $m({}^{146}_{58} Ce) = 145,8782 \text{ u}$; $m({}^{85}_{34} Se) = 84,9033 \text{ u}$;
- Masse du neutron $m_n = 1,0087 \text{ u}$;
- $1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV} \cdot c^{-2} = 1,6605 \times 10^{-27} \text{ Kg}$; $1 \text{ MeV} = 1,6022 \times 10^{-13} \text{ J}$.

La production de l'énergie dans les réacteurs nucléaires est basée sur la fission de l'uranium 235. Lorsqu'un neutron heurte un noyau d'uranium 235, l'une des fissions possibles conduit à la formation d'un noyau de césum ${}^{146}_{58} Ce$, d'un noyau de sélénium ${}^{85}_{34} Se$ et des neutrons.

- Ecrire l'équation modélisant cette réaction nucléaire.
- Calculer en unité (J) l'énergie $|\Delta E|$ produite lors de la fission d'un noyau d'uranium 235.
- Un réacteur nucléaire utilise l'uranium 235 activé à 5% (parmi 100 noyaux de l'uranium 235 il y'en a 5 qui sont activés). Déterminer, en unité joule (J), l'énergie produite par 1kg d'uranium activé à 5%.
- Une centrale nucléaire fournit une puissance électrique est $P = 1450 \text{ MW}$. Le rendement de la transformation de l'énergie calorifique en énergie électrique est 34%. Déterminer la masse d'uranium 235 activé à 5% utilisée par ce réacteur en un an (1an = 365,25jours).

Troisième partie

**ÉVOLUTION DES SYSTÈMES
ÉLECTRIQUES**

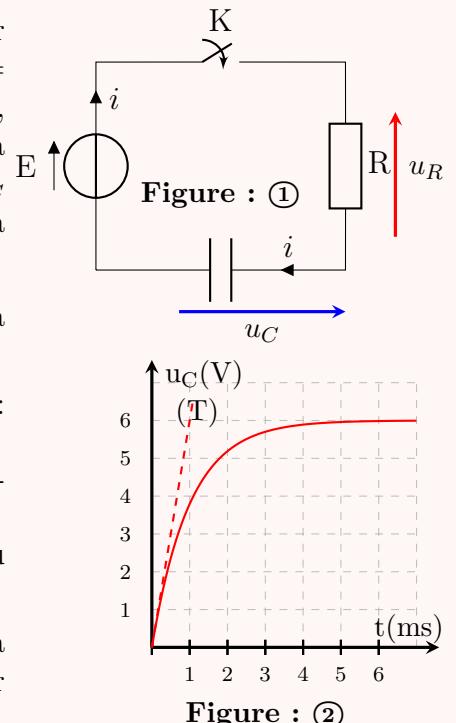
Dipôle RC

Exercice 1 : Détermination de la capacité du condensateur : (SM 2008 N)

Le condensateur initialement non chargé, on ferme l'interrupteur K (figure 1) à un instant considéré comme origine des dates ($t = 0$). Le condensateur se charge par un générateur de f.e.m $E = 6V$, ainsi à travers le résistor de résistance $R = 100 \Omega$. On visualise, à l'aide d'un oscilloscope à mémoire, les variations de la tension u_C aux bornes du condensateur. On obtient la courbe modélisée par la figure 2.

1. Établir l'équation différentielle traduisant l'évolution de la tension u_C .
2. La solution de cette équation différentielle est :

$$u_C(t) = A \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$
, trouver l'expression de chaque des constantes A et τ , en fonction des paramètres du circuit.
3. La droite (T) représente la tangente à la courbe $u_C = f(t)$ à $t = 0$. En déduire à partir du graphe de la figure 2, la valeur de la capacité C du condensateur.



Exercice 2 : Étude de la charge d'un condensateur (SM 2009 N)

Le condensateur est utilisé dans la fabrication de beaucoup d'appareils électriques, en particulier le récepteur d'ondes électromagnétiques.

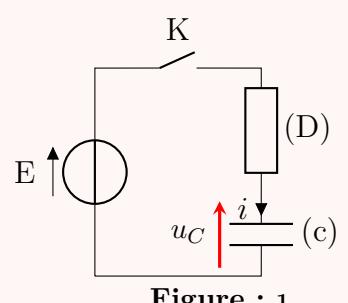
Le but de cet exercice est d'étudier la charge d'un condensateur.

On réalise le circuit de la figure 1, constitué de :

- (G) : Générateur idéal de fem E ;
- (D) : Résistor de résistance $R = 100\Omega$;
- (c) : Condensateur de capacité C ;
- (K) : Interrupteur Figure 1

Le condensateur non chargé, on ferme l'interrupteur à un instant $t = 0$.

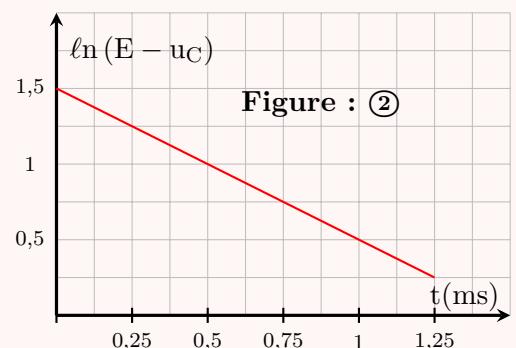
1. Établir l'équation différentielle d'évolution de la tension u_C .
2. La solution de cette équation s'écrit sous la forme : $u_C(t) = A \cdot (1 - e^{-t/\tau})$, où A est une constante positive et τ la constante de temps du circuit RC.
3. Montrer que : $\ln(E - u_C) = -\frac{1}{\tau} \cdot t - \ln(E)$
4. La courbe représentée par la figure 2 traduit les variations de la grandeur $\ln(E - u_C)$ en fonction du temps. En exploitant cette courbe, trouver la valeur de E et celle de τ .



5. On désigne par E_e l'énergie emmagasinée dans le condensateur à l'instant $t = \tau$, et par E_{emax} à sa valeur maximale.

Calculer la valeur du rapport $\frac{E_e}{E_{emax}}$

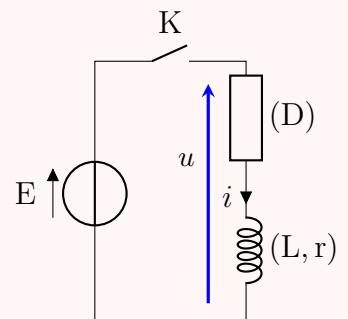
6. Calculer la capacité C' du condensateur (c') qu'on doit monter avec le condensateur (C) dans le circuit précédent, pour que la constante de temps devienne $\tau' = \frac{\tau}{3}$, en indiquant le type de montage (série ou parallèle).



Exercice 3 : Étude du régime transitoire dans le condensateur (SM 2010 N)

On remplace dans le montage représenté sur la figure (1) la bobine par un condensateur de capacité $C = 20\mu F$ initialement non chargé, et on règle la résistance du conducteur ohmique sur la valeur $R = 50\Omega$. On ferme l'interrupteur à $t = 0$, et on visualise à l'aide d'un dispositif approprié l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur en fonction du temps.

- Dessiner le schéma du montage expérimental en y indiquant le branchement de la masse et l'entrée du dispositif et la flèche représentant la tension u_C dans la convention récepteur.
- Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C .
- La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme : $u_C(t) = A.e^{-t/\tau} + B$, dont A et B et τ sont des constantes à déterminer. Trouver en fonction des paramètres du circuit l'expression de chacune des constantes A, B et τ .
- Déduire, en fonction du temps, l'expression littérale de l'intensité $i(t)$ du courant dans le circuit électrique au cours du régime transitoire.
- Calculer l'intensité du courant à $t = 0$ juste après la fermeture de l'interrupteur .



Exercice 4 : Réponse du dipôle RC à un échelon de tension ascendant (SM 2012 R)

On réalise le montage électrique représenté dans la figure 1 qui est constitué d'un générateur idéal de tension continue de force électromotrice $E = 12V$, d'un condensateur de capacité C non chargé, d'un conducteur ohmique (D_1) de résistance respective R_1 et d'un interrupteur K. (figure 1)
A la date $t=0$, on ferme l'interrupteur K, un courant électrique passe alors dans le circuit, son intensité i varie au cours du temps comme le montre la figure 2 .

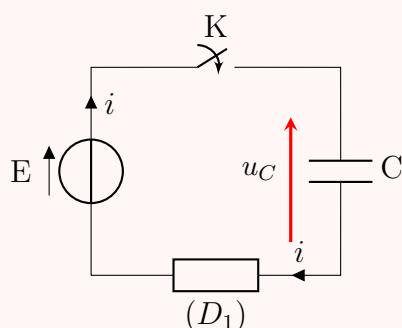
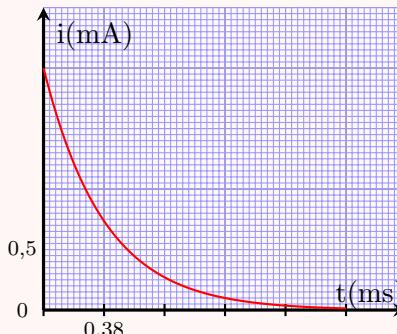


Figure : ①



- Montrer que l'équation différentielle que vérifie l'intensité du courant i s'écrit sous la forme :

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{R_1 \cdot C} \cdot i = 0$$

2. la solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme $i(t) = A.e^{-t/\tau}$.
Déterminer l'expression de chacune des deux constantes A et τ en fonction des paramètres du circuit.
3. Déterminer la valeur de la résistance R_1 . Vérifier que $C = 6,3\mu F$.

Exercice 5 : De l'énergie solaire à l'énergie électrique (SM 2013 N)

On peut transformer l'énergie solaire en énergie électrique et la stocker dans des batteries d'accumulateurs ou dans des condensateurs et l'utiliser au besoin.

L'objectif de cet exercice est l'étude de la charge d'un condensateur au moyen d'un panneau solaire, puis au moyen d'un échelon de tension ascendant.

Pour comparer l'évolution de la tension aux bornes du condensateur au cours de sa charge à l'aide d'un panneau solaire et à l'aide d'un échelon de tension ascendant, Ahmed et Myriam ont réalisé les deux expériences suivantes :

1. Charge d'un condensateur au moyen d'un panneau solaire

Le panneau solaire se comporte, lorsqu'il est exposé au soleil, comme un générateur donnant un courant d'intensité constante $i = I_0$ tant que la tension entre ses bornes est inférieure à une tension maximale $u_{max} = 2,25V$.

Myriam a réalisé le montage représenté dans la figure 1, comportant un panneau solaire et un condensateur de capacité $C = 0,10F$ et un conducteur ohmique de résistance $R = 10\Omega$ et un interrupteur K.

A l'aide d'un dispositif d'acquisition, Myriam a visualisé la tension u_C aux bornes du condensateur en basculant l'interrupteur trois fois successives. Elle obtient le graphe représentée dans la figure 2 qui comprend trois parties (a),(b) et (c) selon la position de l'interrupteur .

- 1.1. Associer chacune des parties du graphe à la position correspondant de L'interrupteur K.
Déduire, en exploitant le graphe, la valeur de l'intensité I_0 au cours de la charge.

- 1.2. Trouver l'expression de l'équation différentielle vérifiée par la charge q du condensateur :
a- au cours de la charge ;
c- au cours de la décharge .

- 1.3. L'expression de la tension u_C au cours de la décharge s'exprime par la fonction

$$u_C = U_{max} e^{-\frac{t-3}{\tau}} \quad \text{avec } \tau \text{ la constante du temps du circuit utilisé.}$$

En déduire l'expression de l'intensité $i(t)$ et dessiner, sans échelle, l'allure de la courbe représentant $i(t)$ en respectant les conventions et l'origine du temps (figures 1 et 2)

2. Charge d'un condensateur au moyen d'un échelon de tension ascendant

Ahmed a réalisé le montage représenté dans la figure 3. Pour charger le condensateur précédent de capacité C il a utilisé un générateur donnant une tension constante $u_0 = 2,25V$.

A l'instant $t = 0$, il ferme le circuit, alors le condensateur se charge à travers la résistance $R_0 = 50\Omega$. A l'aide d'un dispositif d'acquisition, il visualise l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur. Il obtient la courbe représentée dans la figure 4.

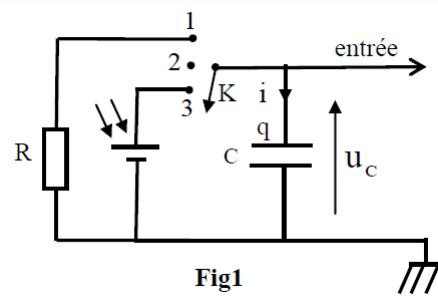
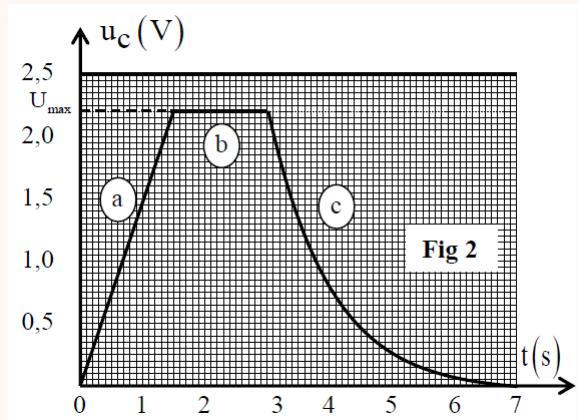
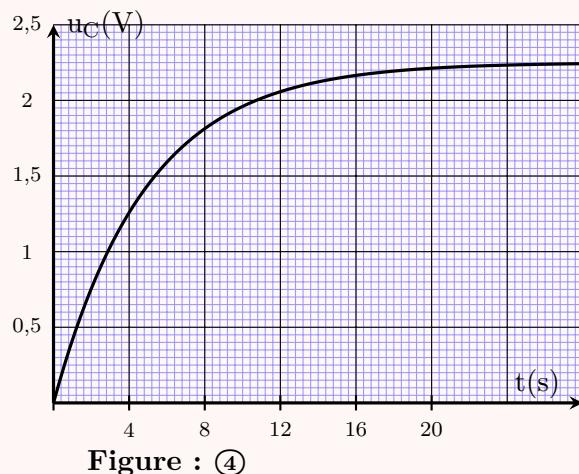
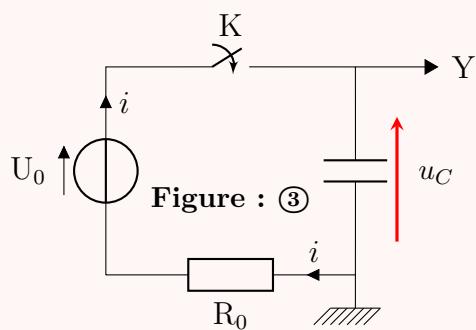


Fig1



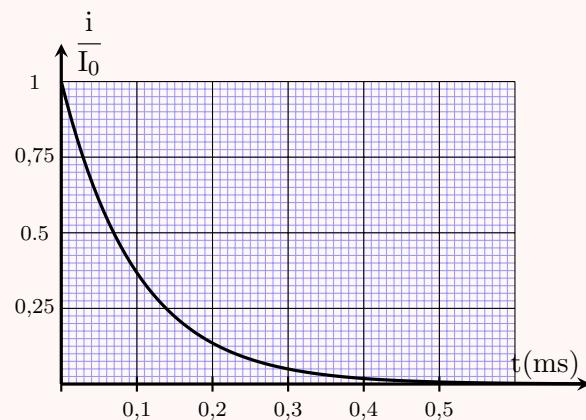
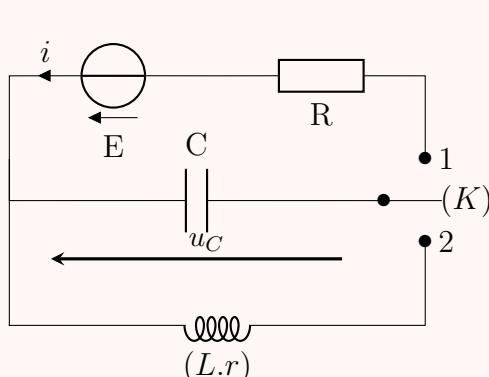


- 2.1. Établir l'équation différentielle que vérifie la tension u_C au cours de la charge du condensateur.
- 2.2. La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme $U_c = A.e^{-t/\tau} + B$ avec τ la constante de temps du circuit utilisé.
A l'aide de la courbe (fig 4), calculer la valeur des deux constantes A et B .
- 2.3. Trouver l'expression de l'intensité du courant $i(t)$ en fonction du temps au cours de la charge, Et dessiner, sans échelle, l'allure de la courbe représentant $i(t)$ en respectant les conventions et l'origine du temps t.
- 2.4. Calculer la valeur de la résistance R_0 que doit utiliser Ahmed pour que son condensateur se charge totalement pendant la même durée de la charge totale du condensateur de Myriam, sachant que la durée de la charge totale est de l'ordre de 5τ .

Exercice 6 : Etude de la charge du condensateur (SM 2014 N)

Initialement le condensateur est non chargé.

A un instant considéré comme origine du temps $t=0$, on bascule l'interrupteur K à la position 1, le condensateur se charge alors à travers un conducteur ohmique de résistance $R = 100\Omega$ à l'aide d'un générateur électrique parfait de force électromotrice $E = 6V$.



1. Etablir l'équation différentielle que vérifie l'intensité du courant i en respectant l'orientation indiquée dans la figure 1.
2. La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme suivante : $i(t) = A.e^{-t/\tau}$ Trouver l'expression de A et celle de τ en fonction des paramètres du circuit.
3. En déduire l'expression de la tension u_C en fonction du temps t.

4. Un système informatique permet de tracer la courbe qui représente les variations $\frac{i}{I_0}$ en fonction du temps t , (fig 2).
 I_0 est l'intensité du courant à l'instant $t = 0$.
Déterminer la constante de temps τ et en déduire la valeur de la capacité C du condensateur.
5. Soient E_e l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur lorsqu'il est complètement chargé et $E_e(\tau)$ l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur à l'instant $t = \tau$. Montrer que le rapport $\frac{E_e(\tau)}{E_e}$ s'écrit sous la forme : $\frac{E_e(\tau)}{E_e} = \left(\frac{e-1}{e}\right)^2$, Calculer sa valeur, (e est la base du logarithme népérien) .

Exercice 7 : Etude des dipôles RC (SM 2015 N)

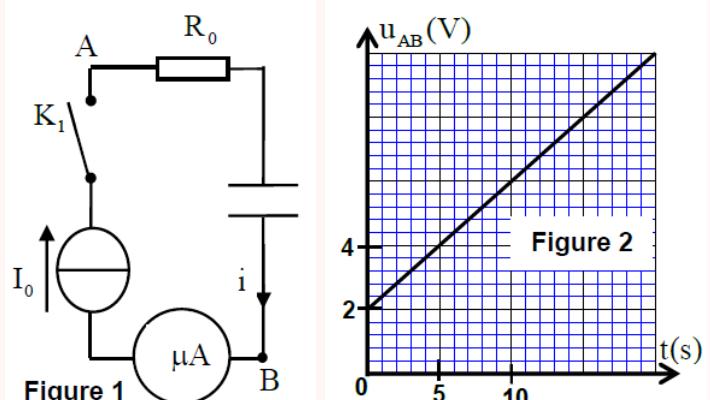
On réalise le montage, représenté dans la figure 1, comportant :

- Un générateur idéal de courant ;
- Un microampèremètre ;
- Deux conducteurs ohmiques de résistance R_0 ;
- Un condensateur de capacité C , non chargé initialement ;

On ferme l'interrupteur K_1 à l'instant de date $t=0$. L'intensité du courant indiquée par le microampèremètre est $I_0 = 4\mu A$.

Un système d'acquisition informatisé adéquat permet de tracer la courbe représentant la tension $u_{AB}(t)$ (fig 2).

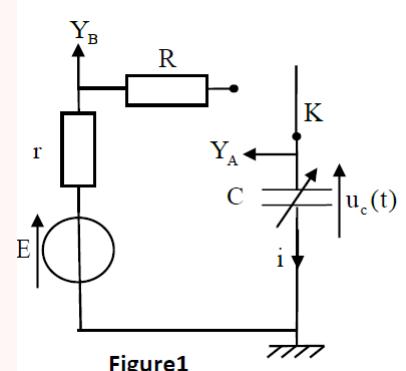
- 1- Déterminer la valeur de R_0 .
- 2- Trouver la valeur de la capacité C du condensateur.



Exercice 8 : Etude du dipôle RC (SM 2015 R)

On réalise le circuit électrique schématisé sur la figure 1. Ce circuit comporte :

- Un générateur de f.e.m. E et de résistance interne négligeable ;
- Une bobine (b) d'inductance L_0 et de résistance négligeable ;
- Deux conducteurs ohmiques de résistance r et $R = 20\Omega$;
- Un condensateur de capacité C réglable, initialement déchargé ;
- Un interrupteur K .



On fixe la capacité du condensateur sur la valeur C_0 . A un instant de date $t = 0$, on ferme l'interrupteur K . Un système d'acquisition informatisé permet de tracer les courbes ($\Gamma 1$) et ($\Gamma 2$) de la figure 2 représentant les tensions obtenues en utilisant les voies Y_A et Y_B (fig.1). La droite (T) représente la tangente à la courbe ($\Gamma 1$) à $t=0$.

1. Identifier parmi les courbes (Γ_1) et (Γ_2) celle qui représente la tension $u_C(t)$.
2. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$.
3. Montrer que l'expression de l'intensité du courant juste après avoir placé l'interrupteur en position (1) est $i_0 = \frac{E}{R+r}$.
4. A l'aide des deux courbes :
 - (a) Déterminer la valeur de r
 - (b) Montrer que $C_0 = 5\mu F$.

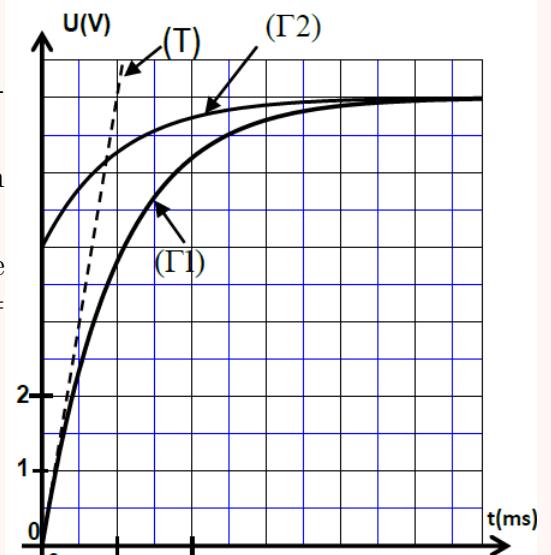


Figure 2

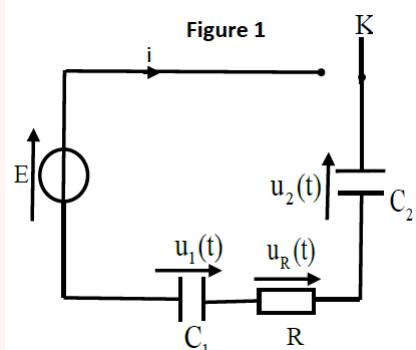
Exercice 9 : Etude du dipôle RC (SM 2016 R)

Les circuits RC, RL et RLC sont utilisés dans les montages électroniques des appareils électriques. On se propose, dans cette partie, d'étudier le dipôle RC.

Le montage électrique schématisé sur la figure 1 comporte :

- Un générateur idéal de tension de f.e.m E ,
- Deux condensateurs de capacité C_1 et $C_2 = 2\mu F$,
- Un conducteur ohmique de résistance $R = 3k\Omega$,
- Un interrupteur K à double position.

On place l'interrupteur K dans la position (1) à un instant pris comme origine des dates ($t=0$).

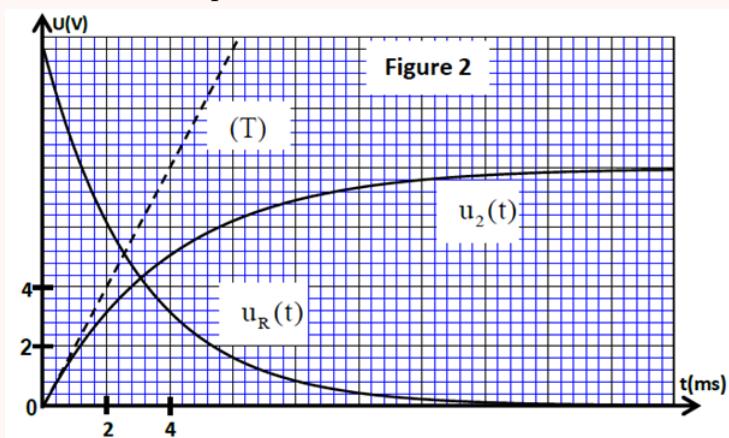


1. Montrer que la capacité C_e du condensateur équivalent aux deux condensateurs associés en série est : $C_e = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$.
2. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_2(t)$ entre les bornes du condensateur de capacité C_2 s'écrit : $\frac{du_2(t)}{dt} + \frac{1}{RC_e} \cdot u_2(t) = \frac{E}{RC_2}$.
3. La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme : $u_2(t) = A \cdot (1 - e^{-t/\tau})$. Déterminer l'expression de A et celle de τ en fonction des paramètres du circuit.

4. Les courbes de la figure 2, représentent l'évolution des tensions $u_2(t)$ et $u_R(t)$.

La droite (T) représente la tangente à la courbe représentant $u_2(t)$ à l'instant $t = 0$.

- (a) Déterminer la valeur de : E , $u_1(t)$ et $u_2(t)$ en régime permanent.
- (b) Montrer que $C_1 = 4\mu F$.



Exercice 10 : Etude du dipôle RC (SM 2017 N)

Charge d'un condensateur et sa décharge dans un conducteur ohmique :

On réalise le montage représenté sur le schéma de la figure 1. Ce montage comprend :

- Un générateur idéal de courant ;
- Un conducteur ohmique de résistance R ;
- Un condensateur de capacité C , initialement non chargé ;
- Un microampèremètre ;
- Un interrupteur K .

On place l'interrupteur K en position (1) à un instant de date $t = 0$. Le microampèremètre indique $I_0 = 0,1\mu A$.

Un système de saisie informatique convenable permet d'obtenir la courbe représentant les variations de la charge q du condensateur en fonction de la tension u_{AB} entre ses bornes (figure 2).

1. Montrer que la capacité C du condensateur est $C = 20nF$

2. Déterminer la durée nécessaire pour que la tension aux bornes du condensateur prenne la valeur $u_{AB} = 6V$.

3. Lorsque la tension aux bornes du condensateur prend la valeur $u_{AB} = U_0$, on place l'interrupteur K en position (2) à un instant choisi comme une nouvelle origine des dates ($t = 0$). La courbe de la figure 3 représente les variations de $\ln(u_{AB}) = f(t)$ en fonction du temps (u_{AB} est exprimée en V).

3.1. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_{AB}(t)$.

3.2. Sachant que la solution de l'équation différentielle est de la forme : $u_{AB}(t) = U_0 \cdot e^{-\alpha \cdot t}$, où α est une constante positive. Trouver la valeur de U_0 et celle de R .

3.3. Déterminer la date t_1 où l'énergie emmagasinée par le condensateur est égale à 37% de sa valeur à $t = 0$.

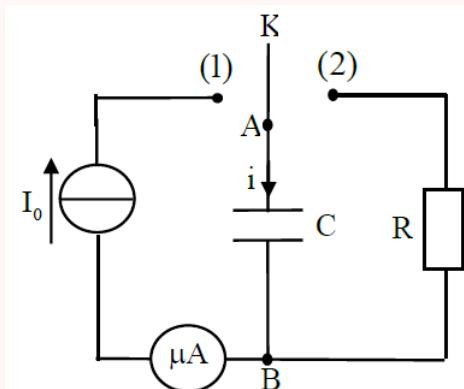


Figure 1

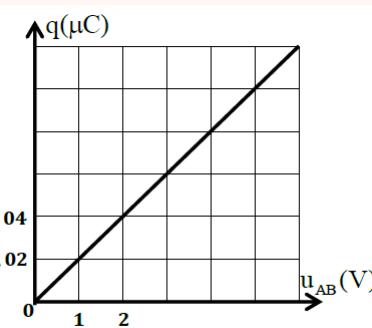


Figure 2

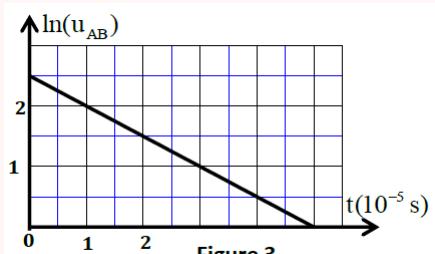


Figure 3

Exercice 11 : Charge et décharge d'un condensateur (SM 2017 R)

On réalise le montage expérimental représenté sur la figure 1 comportant :

- Un générateur de tension G de f.e.m. $E = 8V$,
- Deux conducteurs ohmiques de résistances R et $R_0 = 30\Omega$,
- Un condensateur de capacité $C = 2,5\mu F$, dont la tension initiale à ses bornes est $u_C = U_0$ avec $0 < U_0 < E$,
- Un interrupteur K ,

A un instant choisi comme origine des dates ($t = 0$), on ferme l'interrupteur K en position (1). Un courant d'intensité $i(t)$ circule alors dans le circuit.

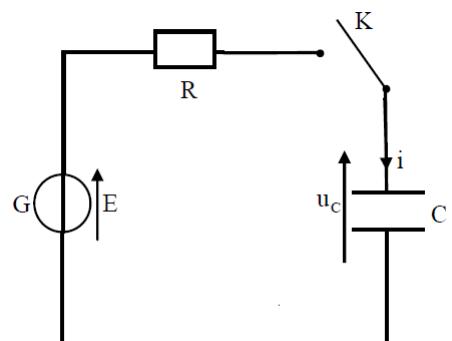


Figure 1

La courbe de la figure 2 représente l'évolution de $i(t)$ en fonction du temps et (T) est la tangente à la courbe à $t = 0$

1. Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité de courant $i(t)$.
2. Déterminer la résistance R du conducteur ohmique .
3. Déterminer U_0 .
4. Trouver, en fonction de C , E et U_0 , l'expression de l'énergie électrique E_{e1} reçue par le condensateur pendant la durée du régime transitoire. Calculer sa valeur.

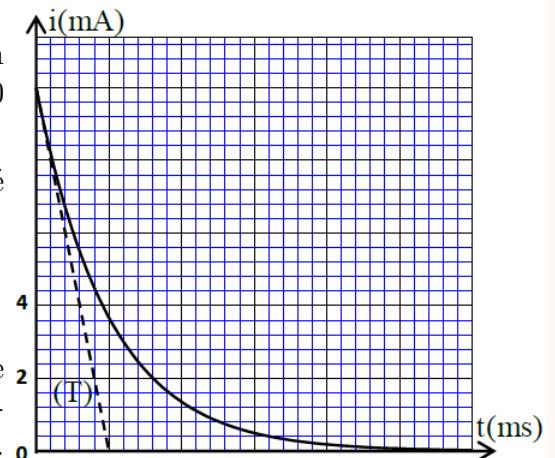


Figure 2

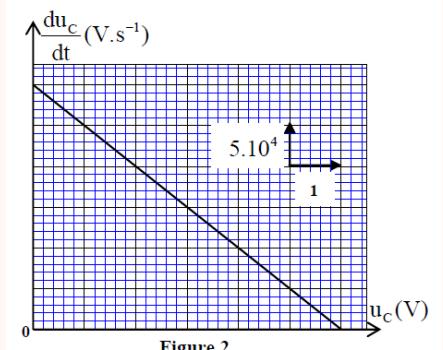
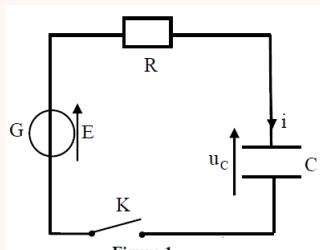
Exercice 12 : Réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension (SM 2018 N)

On réalise le montage représenté sur le schéma de la figure 1. Ce montage comporte :

- Un générateur de tension G de force électromotrice E ;
- Un conducteur ohmique de résistance $R = 2k\Omega$;
- Un condensateur de capacité C initialement déchargé ;
- Un interrupteur K .

A l'instant $t=0$ on ferme K. On note $C u$ la tension aux bornes du condensateur.

La courbe de la figure 2 représente les variations de $\frac{du_C}{dt}$ en fonction de u_C .



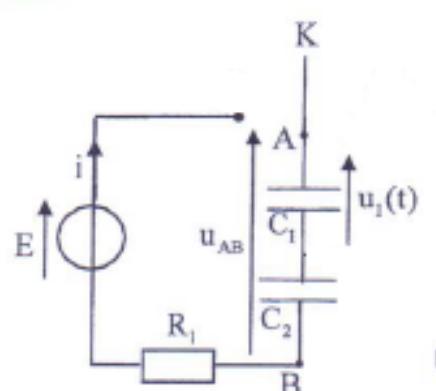
1. Etablir l'équation différentielle vérifiée par u_C .
2. Déterminer la valeur de E et vérifier que $C = 10nF$.
3. On définit le rendement énergétique de la charge du condensateur par $\rho = \frac{E_e}{E_g}$ avec E_e l'énergie emmagasinée par le condensateur jusqu'au régime permanent et $E_g = C.E^2$ l'énergie fournie par le générateur G.

Déterminer la valeur de ρ .

Exercice 13 : (SM 2019 R)

On réalise le montage schématisé sur la figure 1 comportant :

- Un générateur idéal de tension de f.e.m E ;
- Deux conducteurs ohmiques de résistances $R_1 = 1,5 \times 10^5 \Omega$ et $R_2 = 32\Omega$;
- Deux condensateurs (C_1) et (C_2) de capacités respectives C_1 et $C_2 = 4\mu F$ initialement non chargés,
- Un interrupteur K ;



On place l'interrupteur (K) en position (1) à l'instant $t = 0$. Un système d'acquisition informatisé adéquat a permis de tracer la courbe représentant la tension $u_{AB}(t)$ (fig 2).

La droite (T) représente la tangente à la courbe au point d'abscisse $t = 0$.

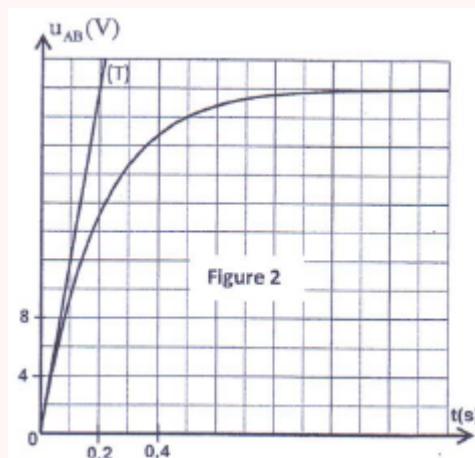
On symbolise par C_e la capacité du condensateur équivalent à l'association en série de (C_1) et (C_2).

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_{AB}(t)$.

2. La solution de l'équation différentielle s'écrit :
 $u_{AB}(t) = U_0(1 - e^{\alpha \cdot t})$

Exprimer U_0 et α en fonction des grandeurs caractéristiques du circuit. En utilisant la courbe de la figure 2 :

- Déterminer la valeur de E.
 - Trouver la valeur de la capacité C_1 .
3. Etablir, dans le système d'unités international l'expression numérique de la charge $q_1(t)$ du condensateur (C_1).



Exercice 14 : (SM 2020 N)

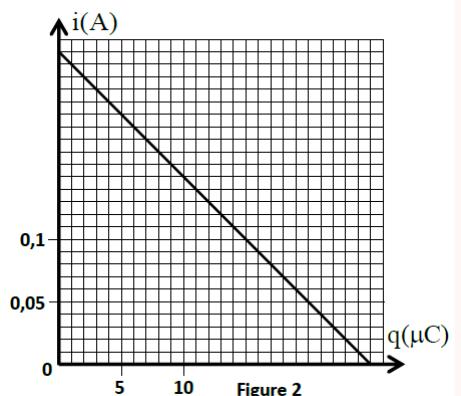
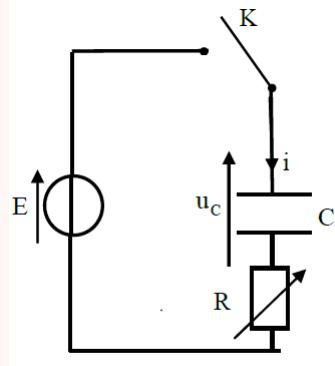
Les composants tels les résistors, les condensateurs, les bobines, les diodes ... sont utilisés dans différents circuits des appareils électriques et électroniques

On réalise le montage schématisé sur la figure 1 comportant :

- Un générateur idéal de tension de f.e.m E ;
- Un conducteur ohmique de résistance R réglable ;
- Un condensateur de capacité C initialement déchargé ;
- Un interrupteur K ;

On ajuste la résistance R sur la valeur $R = R_0 = 40\Omega$. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K .

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$ du condensateur.
2. La courbe de la figure 2 représente les variations de l'intensité $i(t)$ en fonction de $q(t)$. En s'aidant du graphe de la figure 2, trouver :
 - 2.1. la valeur de E.
 - 2.2. la valeur de la constante de temps.
3. Vérifier que $C = 2,5\mu F$.



Exercice 15 : Réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension ascendant (SM 2020 N)

On réalise le montage représenté sur la figure 1 comportant :

- Un générateur idéal de tension de f.e.m. E ;
- Un condensateur de capacité C variable initialement déchargé ;
- Un conducteur ohmique de résistance R ;
- Un interrupteur K.

1. On ajuste la capacité du condensateur sur une valeur C et on place l'interrupteur, à la date $t=0$, en position (1).

1.1. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant $i(t)$.

1.2. La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme $i(t) = A.e^{-t/\tau}$ avec A une constante et τ la constante de temps du dipôle RC.

Exprimer $i(t)$ en fonction des paramètres du circuit et de t .

2. Les courbes (a) et (b) de la figure 2 représentent l'évolution de l'intensité $i(t)$ du courant lorsqu'on ajuste la capacité du condensateur sur une valeur C_1 puis sur une valeur C_2 avec $C_2 > C_1$.

2.1. Indiquer, en justifiant votre réponse, la courbe correspondant à la capacité C_1 .

2.2. Montrer que $i \approx 2,2mA$ pour $t = \tau$.

2.3. La capacité du condensateur équivalent à un condensateur de capacité C_1 monté en parallèle avec un condensateur de capacité C_2 est $C_e = 10\mu F$. Montrer que $C_1 = 4\mu F$.

2.4. Déterminer la valeur de R et celle de E .

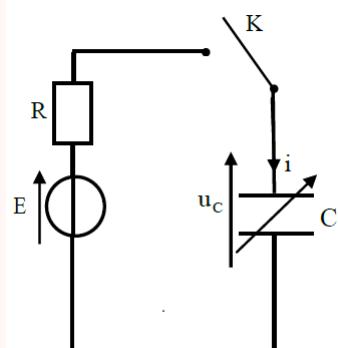


Figure 1

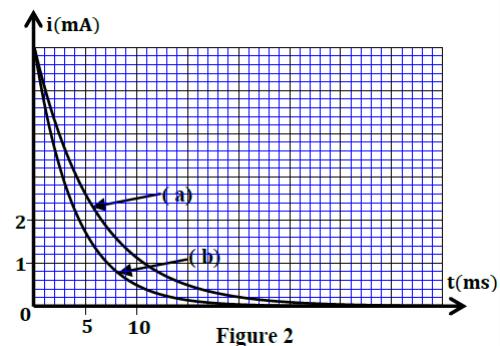


Figure 2

Dipôle RL

Exercice 1 : Réponse de dipôle RL à une tension électrique continu. (SM 2008 R)

Cet exercice a pour but d'étude de la réponse de dipôle RL constituée de la bobine (B) et d'un conducteur ohmique. On effectue l'expérience suivante en utilisant le montage de La figure 1 qui se composé de :

- La bobine (B)
- le conducteur ohmique (R) de résistance R réglable.
- un générateur (G) idéal de force électromotrice Constante $E = 2,4V$;
- Un interrupteur K.

On ajuste la résistance R à la valeur $R_1 = 20\Omega$, puis on ferme l'interrupteur K à l'instant $t = 0$.

L'enregistrement de l'évolution de la tension u_R entre les bornes du conducteur ohmique (R) permet d'obtenir la courbe représentant les changements d'intensité du courant $i(t)$ en fonction de temps (Figure 2). Le droite (T) représente la tangente de la courbe à l'instant $t = 0$.

1. Trouver l'équation différentielle que vérifie l'intensité du courant $i(t)$.
2. Sachant que la solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme $i(t) = A \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$. Trouver l'expression des constantes A et τ en fonction des paramètres du circuit.
3. A l'aide de la courbe 2, déterminer les valeurs de r et L.

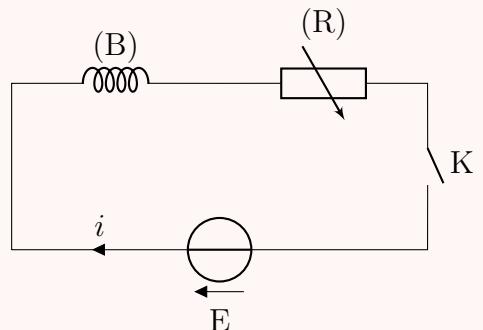


Figure : ①

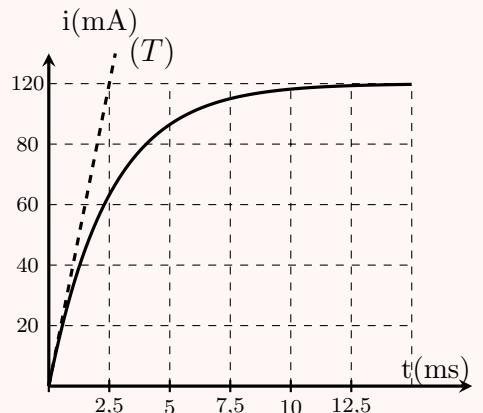


Figure : ②

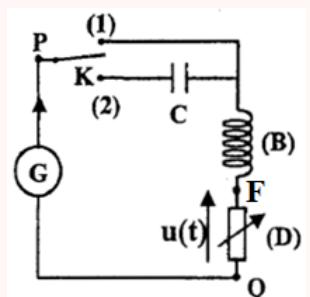
Exercice 2 : Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension :(SM 2009 R)

On réalise le circuit représenté sur la figure 1 et contenant :

- (B) :Bobine de coefficient d'inductance L et de résistance r ;
- (C) :Condensateur de capacité C ;
- (D) :Résistor de résistance R ajustable ;
- (G) :Générateur de basses fréquences (GBF) ;
- (K) :Interrupteur à deux positions (1) et (2). Figure 1

On fixe la résistance du résistor sur la valeur $R = 200\Omega$ et on bascule l'interrupteur (K) vers la position (1) à un instant choisi comme origine des dates $t = 0$.

Le générateur (G), applique entre les bornes du dipôle PQ constitué de la bobine (B) et du résistor



(D), un échelon de tension ascendant de valeur E, puis descendant de valeur nulle. Le document de la figure 2 représente les variations de la tension u_{PQ} et la tension u aux bornes du résistor en fonction du temps.

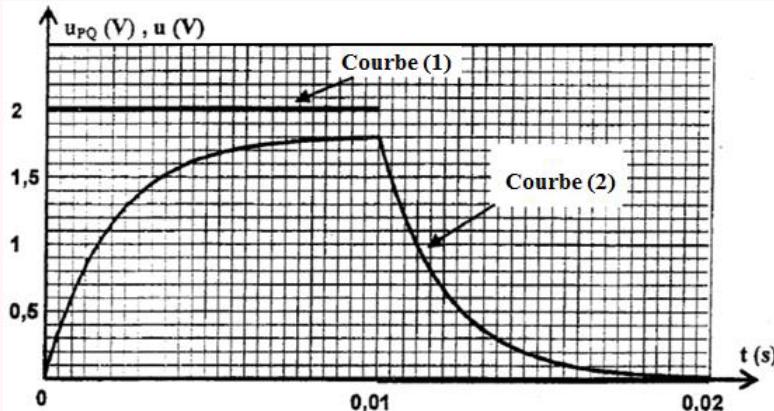
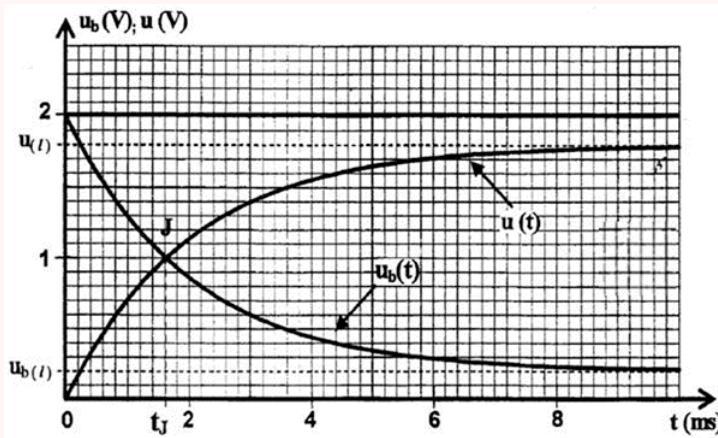


figure 2

- Montrer, en justifiant votre réponse, que la courbe (2) représente les variations de la tension u en fonction du temps.
- Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u au cours de l'établissement du courant dans le circuit.
- a) Trouver l'expression de A et celle de τ , en fonction des paramètres du circuit, pour que soit solution de l'équation différentielle $u = A \cdot (1 - e^{-t/\tau})$.
- b) Déterminer graphiquement, à partir de la figure 2, la valeur de E, et celle de la constante de temps τ .
- c) En déduire la valeur de L, sachant que $r = 22,2\Omega$
- Le document de la figure 3, représente les variations de la tension u aux bornes du résistor (D), et la tension u_b aux bornes de la bobine (B), en fonction du temps, dans l'intervalle de temps [0 ; 10 ms].



- Soit $U_{b(\ell)}$, la valeur limite de la tension u_b . Trouver la relation entre $U_{b(\ell)}$, E, r et R.
- Les deux courbes $u(t)$ et $u_b(t)$, se coupent en un point J à l'instant t_j . Montrer que :

$$L = \frac{R + r}{\ln\left(\frac{2R}{R + r}\right)} \cdot t_j$$
, et s'assurer de la valeur de L précédemment calculée.

Exercice 3 : Étude du régime transitoire dans une bobine (SM 2010 N)

On réalise le montage expérimental représenté dans la figure (1) pour étudier l'établissement du courant électrique dans un dipôle (AB), constitué d'un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine d'inductance L et de résistance r .

Un générateur électrique idéal applique une tension constante $E = 6V$ aux bornes du dipôle (AB).

- On règle la résistance R sur la valeur $R = 50\Omega$.

On ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0$. On enregistre à l'aide d'un dispositif approprié l'évolution de l'intensité i du courant en fonction du temps, on obtient la courbe représentée sur la figure (2).

Le coefficient directeur de la tangente (T) à la courbe $i = f(t)$ à $t = 0$ est $a = 100A.s^{-1}$.

La tension u aux bornes du dipôle (AB) s'exprime par la relation $u = (R + r).i + L \cdot \frac{di}{dt}$

a) Est-ce que la grandeur $L \cdot \frac{di}{dt}$ augmente ou diminue au cours du régime transitoire ? justifier la réponse.

b) Exprimer $\frac{di}{dt}$ en fonction de E et L à l'instant $t = 0$. Trouver la valeur de L .

c) Calculer la valeur de $\frac{di}{dt}$ pour $t > 5ms$ et en déduire la valeur de r .

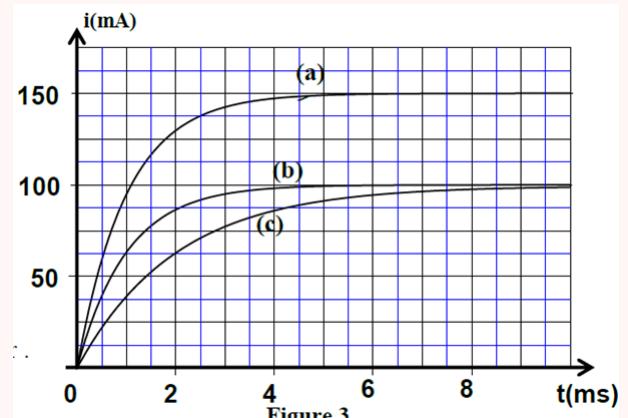
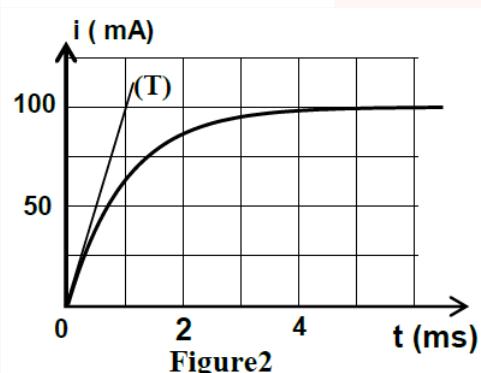
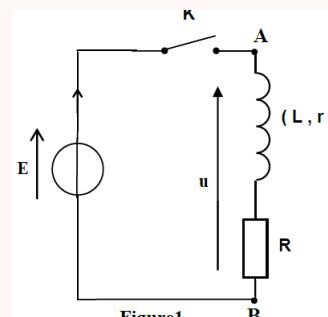
- On utilise le même montage expérimental de la figure (1) et on fait varier dans chaque cas la valeur de l'inductance L de la bobine et celle de la résistance R du conducteur ohmique comme l'indique le tableau ci -contre.

cas	$L(H)$	$R(\Omega)$	$r(\Omega)$
1er cas	$L_1 = 6,0 \times 10^{-2}$	$R_1 = 50$	10
2eme cas	$L_2 = 1,2 \times 10^{-1}$	$R_1 = 50$	10
3eme cas	$L_1 = 4,0 \times 10^{-2}$	$R_1 = 30$	10

La figure (3) donne les courbes (a), (b) et (c) obtenues dans chaque cas.

- Préciser, en justifiant votre réponse, la courbe correspondante au 1er cas et la courbe correspondante au 2ème cas.
- On règle la résistance R_2 sur la valeur R'_2 pour que la constante de temps τ soit la même dans le 2ème cas et le 3ème cas.

Exprimer R'_2 en fonction de L_2 , L_3 , R_3 et r . Calculer R'_2 .



Exercice 4 : Rép. d'une bobine de rést. négl. à un échelon de tension (SM 2011 N)

On monte la bobine précédente en série avec un conducteur ohmique de résistance $R = 100\Omega$. On applique entre les bornes du dipôle obtenu un échelon de tension de valeur ascendante E et de valeur descendante nulle et de période T .

On visualise à l'aide d'un dispositif approprié l'évolution de la tension u entre les bornes du générateur, la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique et la tension u_L aux bornes de la bobine, on obtient alors les courbes (1), (2) et (3) représentées dans la figure.

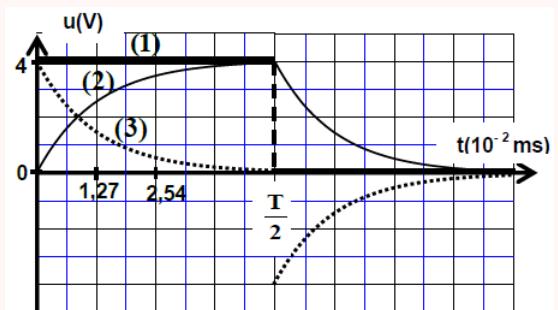
- Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant $i(t)$ dans l'intervalle .

$$0 \leq t < \frac{T}{2}$$

2. La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme : $i(t) = I_p(1 - e^{-t/\tau})$ avec I_p et τ des constantes .

- Associer chacune des tensions u_L et u_R à la courbe correspondante dans la figure 4 .
- A l'aide des courbes de la figure 4 , trouver la valeur de I_p .

3. L'expression de l'intensité du courant s'écrit dans l'intervalle $\frac{T}{2} \leq t < T$ (sans changer l'origine du temps) sous la forme : $i(t) = A.e^{-t/\tau}$ avec A et τ des constantes. Montrer que l'expression de l'intensité du courant à l'instant $t_1 = \frac{3T}{4}$ s'écrit sous la forme $i(t_1) = I_p.e^{-2}$.



Exercice 5 : Détermination des caractéristiques d'une bobine (b) (SM 2012 N)

On réalise le montage expérimental représenté sur la figure 1 comprenant :

- Une bobine (b) d'inductance L et de résistance r ;
- Un conducteur ohmique (D) de résistance R ;
- Un générateur de tension (G) de force électromotrice E ;
- Un ampèremètre (A) de résistance négligeable ;
- Un interrupteur K .

A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K, et on visualise à l'aide d'un oscilloscope à mémoire les variations de la tension $u_{PQ}(t)$ entre les pôles du générateur (G) et de la tension $u_R(t)$ entre les bornes du conducteur ohmique (D).

On obtient les courbes ① et ② représentées sur la figure 2.

La droite (T) représente la tangente à la courbe ② à l'instant $t=0$.

Dans le régime permanent, l'ampèremètre (A) indique la valeur $I = 0,1\text{A}$.

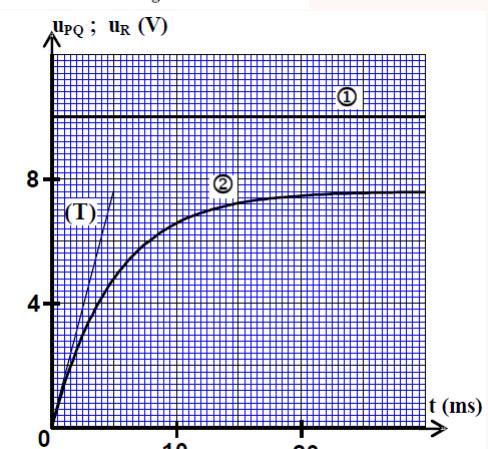
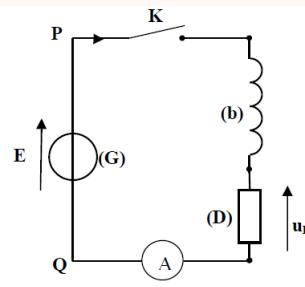


Figure 2

- a. Montrer que l'équation différentielle que vérifie la tension u_R s'écrit sous la forme : $L \cdot \frac{du_R}{dt} + (R + r) \cdot u_R - E \cdot R = 0$.
 - b. Sachant que la solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme $u_R = U_0 \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot t})$, trouver l'expression des constantes U_0 et λ en fonction des paramètres du circuit.
- a. Trouver l'expression de la résistance r de la bobine (b) en fonction de E , I et U_0 . Calculer la valeur de r .
 - b. Exprimer $\left(\frac{du_R}{dt}\right)_0$, dérivée de la tension u_R par rapport au temps à l'instant $t = 0$, en fonction de E , U_0 , I , et L . En déduire la valeur de L .

Exercice 6 : Étude du dipôle RL (SM 2013 R)

On réalise le montage représenté dans la figure 1 et qui constitué de :

- Un générateur de force électromotrice $E = 6V$ et de résistance négligeable ;
- Une bobine de coefficient d'inductance $L = 1,5mH$ et de résistance négligeable ;
- Un conducteur ohmique de résistance R réglable ;
- Un interrupteur K .

On règle la résistance R sur une valeur R_1 et on ferme l'interrupteur K à un instant $t = 0$ que l'on considère comme origine du temps.

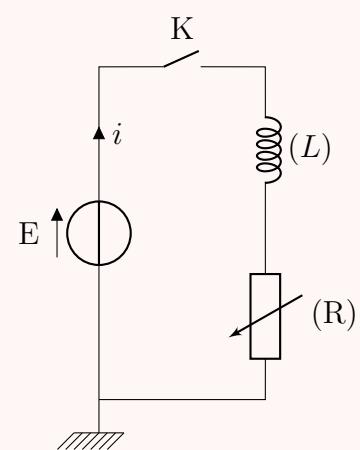


Figure : ①

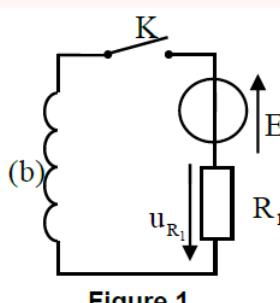
1. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant $i(t)$.
2. La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme : $i(t) = \frac{E}{R_1 \cdot (1 - e^{-t/\tau_1})}$. Déterminer à partir de cette solution l'expression de la constante τ_1 en fonction des paramètres du circuit.
3. On règle la résistance R sur la valeur $R_2 = 2.R_1$. Trouver l'expression de la nouvelle constante de temps τ_2 en fonction de τ_1 . En déduire l'effet de la valeur de R sur l'établissement du courant dans le dipôle RL.

Exercice 7 : Étude du dipôle RL (SM 2015 N)

On réalise le montage, représenté dans la figure 1, comportant :

- Un générateur de f.e.m $E = 12V$ et de résistance interne négligeable ;
- Un conducteur ohmique de résistance $R_1 = 52\Omega$;
- Une bobine (b) d'inductance L et de résistance r ;
- Un interrupteur K .

On ferme l'interrupteur K à l'instant de date $t=0$. Un système d'acquisition informatisé adéquat permet de tracer la courbe représentant la tension $u_{R_1}(t)$ aux bornes du conducteur ohmique (fig.2). (La droite (T) représente la tangente à la courbe à $t=0$).



- Figure 1
- 1- Établir l'équation différentielle régissant l'évolution de u_{R_1}
 - 2- Déterminer la valeur de la résistance r de la bobine.
 - 3- Vérifier que $L = 0,6H$.

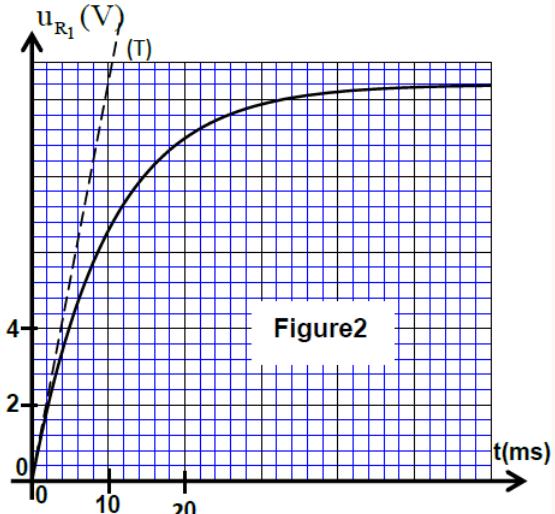


Figure2

Exercice 8 : Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension (SM 2016 N)

On réalise le montage électrique représenté sur la figure 1, qui contient :

- Un générateur de tension de force électromotrice E et de résistance interne négligeable ;
- Deux conducteurs ohmiques de résistance $R_0 = 45\Omega$ et r ;
- Une bobine (b) d'inductance L_0 et de résistance r_0 ;
- Un interrupteur K .

On ferme l'interrupteur K à un instant choisi comme origine des dates ($t = 0$). Un système de saisie informatique

approprié permet de tracer la courbe (C_1) représentant la tension $u_{AM}(t)$ et la courbe (C_2) représentant la tension $u_{BM}(t)$ (figure 2).

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité $i(t)$ du courant.
2. Trouver la valeur de E .
3. Déterminer la valeur de r et montrer que $r_0 = 5\Omega$.
4. La droite (T) représente la tangente à la courbe (C_2) à l'instant de date $t = 0$ (figure 2). Vérifier que $L_0 = 0,18H$.

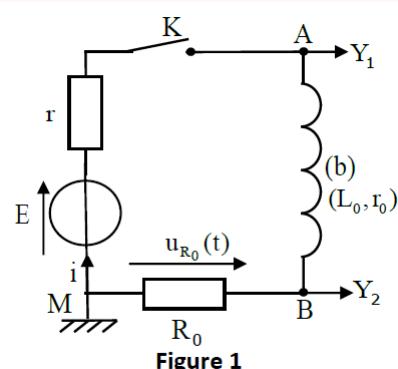


Figure 1

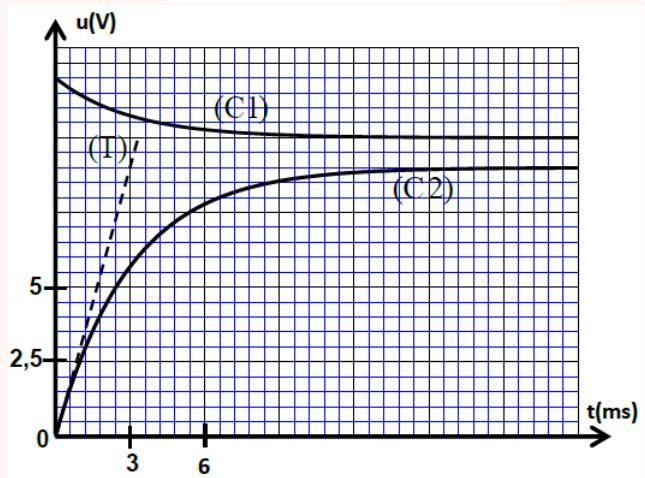


Figure 2

Exercice 9 : Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension (SM 2018 N)

On réalise le montage, représenté sur le schéma de la figure 3, comportant :

- Un générateur de f.e.m. $E = 6V$;
- Deux conducteurs ohmiques de résistance R_1 et $R_2 = 2k\Omega$;
- Une bobine (b) d'inductance L et de résistance $r = 20\Omega$;
- Un interrupteur K ;
- Une diode D idéale de tension seuil $u_S = 0$.

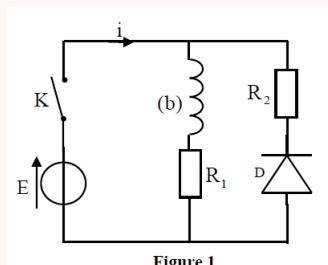


Figure 1

1. On ferme l'interrupteur K à l'instant de date $t = 0$. Un système d'acquisition informatisé adéquat permet de tracer la courbe représentant l'évolution de l'intensité du courant $i(t)$ dans le circuit (figure 4). La droite (T) représente la tangente à la courbe à $t = 0$.

- 1.1. Établir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$.
- 1.2. Déterminer la valeur de la résistance R_1 et vérifier que la valeur de l'inductance de la bobine est $L = 0,3H$.
- 1.3. Lorsque le régime permanent est établi, calculer la tension aux bornes de la bobine.
2. Le régime permanent étant atteint, on ouvre K. On prend l'instant d'ouverture de K comme nouvelle origine des dates ($t = 0$).
- 2.1. Quelle est la valeur de l'intensité du courant juste après l'ouverture de K ? justifier la réponse.

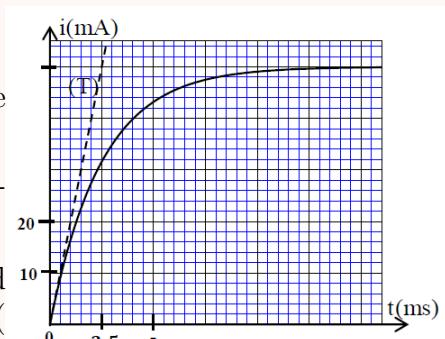


Figure 2

- 2.2. En se basant sur l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ lors de la rupture du courant, déterminer à l'instant $t = 0$, la valeur de $\frac{di}{dt}$ et celle de la tension aux bornes de la bobine.
3. Justifier le rôle de la branche du circuit formé par la diode et le conducteur ohmique de résistance R_2 dans le circuit au moment de l'ouverture de l'interrupteur K .

Exercice 10 : Eveil lumière (SM 2021 R)

Dans une réveil "éveil lumière", une fois l'heure de réveil programmée est atteinte, la lampe du réveil émet de la lumière qui augmente petit à petit jusqu'à une valeur maximale modifiable qui permet le réveil d'une personne.

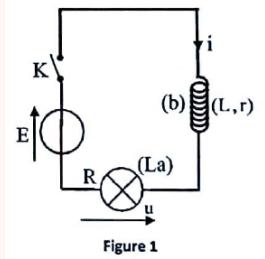
On modélise cet effet en construisant un circuit électrique qui permet de faire varier la luminosité d'une lampe en utilisant la propriété électrique d'une bobine.

La luminosité de la lampe est liée à la puissance électrique qu'elle reçoit.

On rappelle l'expression de la puissance électrique reçue par la lampe soumise à la tension u et traversée par un courant d'intensité i en l'assimilant à un résistor de résistance R : $P = R \cdot i^2 = \frac{u^2}{R}$

On réalise le montage électrique représenté sur la figure 1, qui comporte :

- Un générateur idéal de la tension de force électromotrice $E = 9V$;
- Une lampe (La) assimilée à un conducteur ohmique de résistance $R = 4\Omega$;
- Une bobine (b) d'inductance L et de résistance r ;
- Un interrupteur K.

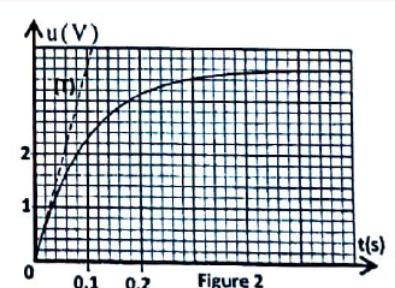


On ferme l'interrupteur K à un instant choisi comme origine des dates ($t = 0$).

On visualise, à l'aide d'un système d'acquisition informatique adéquat, la tension $u(t)$ aux bornes de la lampe. On obtient l'oscillogramme représenté sur la figure 2. (T) représente la tangente à la courbe au point d'abscisse $t=0$.

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u(t)$ aux bornes de la lampe.
2. Vérifier que $r = 6\Omega$ et $L = 1H$.
3. La solution de l'équation différentielle établie à la question 1. a pour solution $u(t) = U_{max} \cdot (1 - e^{-t/\tau})$ avec τ la constante de temps du dipôle ainsi réalisé. On estime que pour réveiller une personne, la lumière est suffisante lorsque la puissance électrique reçue par la lampe a atteint 98,01% de sa valeur maximale.

- 3.1. Montrer que pour réveiller une personne, la lumière est suffisante lorsque : $u(t) = 0,99 \cdot U_{max}$.
- 3.2. En déduire t_R nécessaire pour permettre le réveil.
- 3.3. On estime que cette durée est très courte, proposer une modification à apporter au circuit pour prolonger cette durée.



Les oscillations libres dans un circuit RLC série

Exercice 1 : Détermination du coefficient d'inductance de la bobine :: (SM 2008 N)

On étudie la décharge d'un condensateur de capacité $C = 10\mu F$ à travers une bobine d'inductance L et de résistance interne r.

Le condensateur initialement non chargé, on bascule l'interrupteur K (figure 1) vers la position 1 jusqu'à ce que le condensateur ainsi chargé, on bascule, à un instant considéré comme une nouvelle origine des dates ($t = 0$), l'interrupteur K (figure 1) vers la position 2, et on visualise de la même façon l'évolution au cours du temps de la tension u_C aux bornes du condensateur. On obtient le graphe modélisé par la figure 2.

1. Établir l'équation différentielle traduisant l'évolution de la tension u_C .
2. Exprimer l'énergie totale E_T du circuit en fonction de : L, C, u_C et $\frac{du_C}{dt}$.
3. En utilisant l'équation différentielle, montrer que : $\frac{dE_T}{dt} = -r \cdot i^2$
Où i est l'intensité du courant traversant le circuit à l'instant t et r la résistance de la bobine.
4. On considérant que la valeur de la pseudo-période est égale à celle de la période propre, calculer la valeur de L.

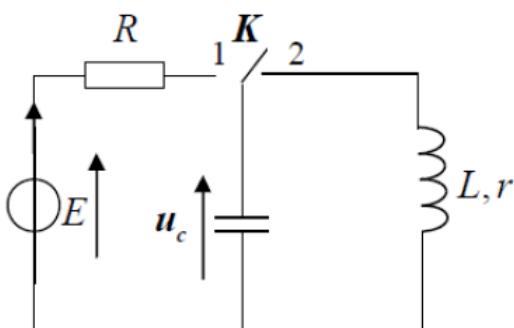


figure 1

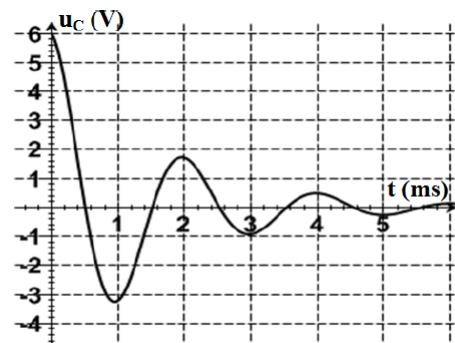


Figure 2

Exercice 2 : Oscillations libres dans un circuit RLC série (SM 2009 R)

On réalise le circuit représenté sur la figure 1 et contenant :

- (B) :Bobine de coefficient d'inductance L = 444mH et de résistance $r = 22,2\Omega$;
- (C) :Condensateur de capacité C;
- (D) :Résistor de résistance R ajustable;
- (G) :Générateur de basses fréquences (GBF);
- (K) :Interrupteur à deux positions (1) et (2).

On fixe la valeur de la résistance du résistor sur la valeur $R = 20\Omega$,

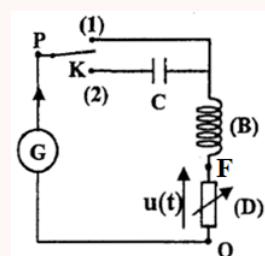
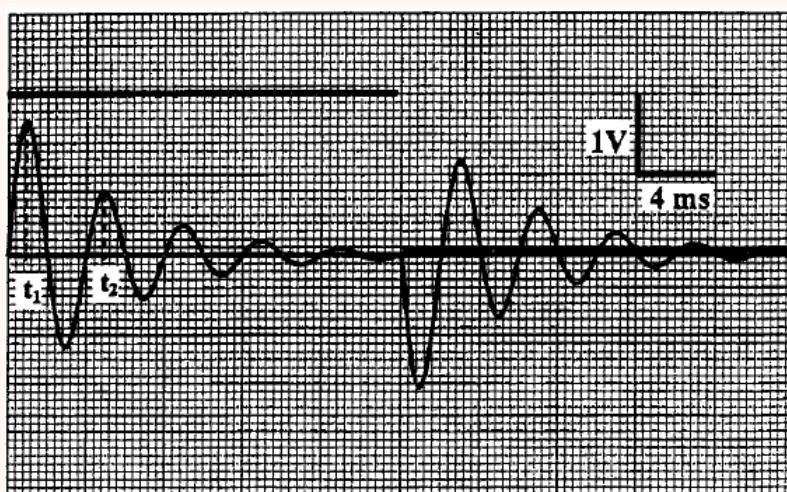


fig 1

On bascule l'interrupteur (K) vers la position (2), à un instant choisi comme nouvelle origine des dates $t = 0$.

On visualise sur l'écran d'un oscilloscope les graphes représentés sur le document de la figure 4.



Ces graphes traduisent les variations de :

- La tension u aux bornes du résistor (D) sur la voie Y1 ;
 - La tension aux bornes du générateur (G) sur la voie Y2.
1. Trouver, à l'aide de l'oscilloscopogramme, la valeur de la capacité C du condensateur (C), en assimilant la valeur de la pseudo-période de l'oscillateur à la valeur de sa période propre.
 2. Calculer la variation ΔE de l'énergie du circuit entre les instant : $t_1 = \frac{T}{4}$ et $t_2 = \frac{5T}{4}$.

Exercice 3 : Étude de l'échange d'énergie entre le condensateur et la bobine (SM 2010 N)

On réalise le montage représenté dans la figure(4) qui est composée par :

- Une bobine d'inductance L et de résistance r .
- Un condensateur de capacité $C = 20\mu F$ chargé sous la tension $U_0 = 6,0V$.
- Un générateur G qui compense exactement l'énergie dissipée par effet Joule.

Lorsqu'on ferme l'interrupteur K, il passe dans le circuit un courant d'intensité $i(t) = I_m \cos \left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t \right)$ dont T_0 est la période propre du circuit (LC) : $T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$.

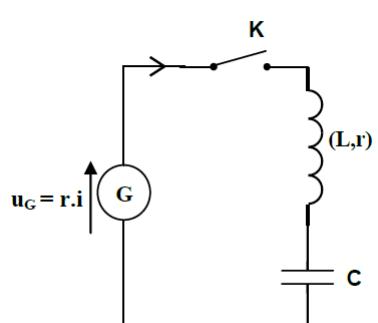


Figure 1

1. Montrer que l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur à l'instant t peut s'écrire sous la forme : $E_e = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_m^2 \cdot \sin^2 \left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t \right)$
2. Montrer que l'énergie totale E du circuit (LC) se conserve au cours des oscillations. Calculer sa valeur

Exercice 4 : Étude d'un oscillateur électrique libre (SM 2010 R)

On charge un condensateur de capacité $C = 10\mu F$ sous une tension continue $U = 6V$. On le branche aux bornes d'une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, figure (1).

On ferme l'interrupteur K à l'instant $t = 0$.

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$ du condensateur .

2. La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme : $q(t) = Q_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$, dont T_0 est la période propre de l'oscillateur (LC).

Calculer Q_m et trouver l'expression de T_0 en fonction des paramètres du circuit.

3. (a) Monter que le rapport de l'énergie électrique E_e emmagasinée dans le condensateur et l'énergie totale E du circuit s'écrit à un instant t sous la forme : $\frac{E_e}{E} = \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$.

Compéter le tableau suivant, après l'avoir copié sur votre copie ,en calculant le rapport $\frac{E_e}{E}$.

(b)	L'instant t	0	$\frac{T_0}{8}$	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{3T_0}{8}$	$\frac{T_0}{2}$
	Le rapport $\frac{E_e}{E}$					

- (c) Déduire la période T de l'échange d'énergie entre le condensateur et la bobine en fonction de T_0 .

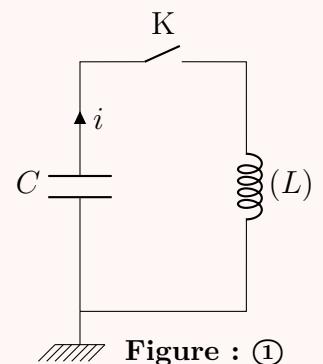


Figure : ①

Exercice 5 : Échange d'énergie entre une bobine et un condensateur (SM 2011 N)

1. Oscillations électriques dans le cas où la bobine a une résistance négligeable .

On considère le montage de la figure 1 qui comprend :

- Un générateur idéal de tension qui donne une tension U_0 ;
- Une bobine d'inductance L et de résistance négligeable ;
- Un condensateur de capacité $C = 8,0 \times 10^{-9} F$;
- Un interrupteur K .

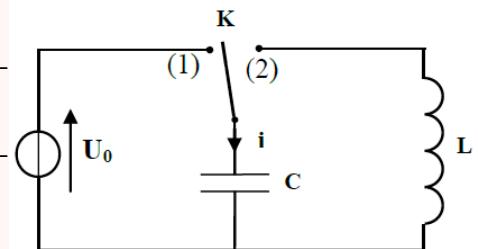


figure 1

On charge le condensateur sous la tension U_0 en plaçant l'interrupteur dans la position (1). Lorsque le condensateur est complètement chargé, on bascule l'interrupteur dans la position (2) à l'instant $t=0$, il passe alors dans le circuit un courant d'intensité i .

A l'aide d'un dispositif approprié , on visualise la courbe représentant les variations de l'intensité i en fonction du temps (figure 2)et la courbe représentant les variations de l'énergie magnétique E_m emmagasinée dans la bobine en fonction du temps (figure 3).

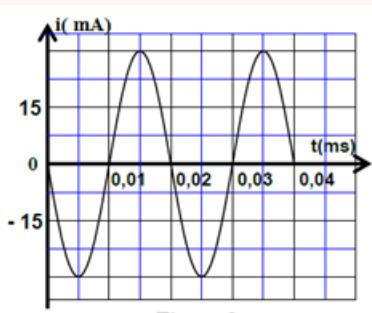


Figure 2

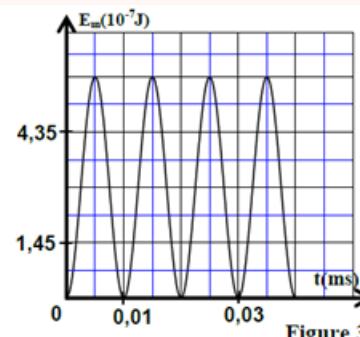


Figure 3

- 1.1. Trouver l'équation différentielle vérifiée par l'intensité i du courant.

- 1.2. A l'aide des figures (2) et (3) :

- Déterminer la valeur de l'énergie totale E_T du circuit LC et en déduire la valeur de la tension U_0 .
- Déterminer la valeur de L.

2. Les oscillations électriques dans le cas où la bobine a une résistance non négligeable

On répète l'expérience en utilisant le montage représenté dans la figure 1 en remplaçant la bobine précédente par une autre bobine ayant la même inductance L, mais sa résistance r n'est pas négligeable.

Après avoir chargé complètement le condensateur, on bascule l'interrupteur dans la position (2).

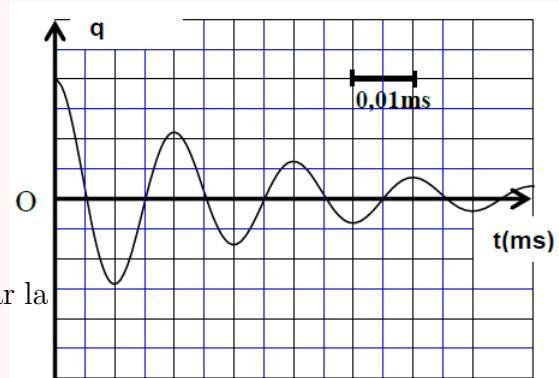
La figure 5 représente l'évolution de la charge q du condensateur en fonction du temps.

2.1. Choisir la ou les réponses justes :

L'énergie emmagasinée dans la bobine est :

- maximale à l'instant $t_1 = 5 \times 10^{-3} ms$.
- minimale à l'instant $t_1 = 5 \times 10^{-3} ms$.
- maximale à l'instant $t_2 = 10^{-2} ms$.
- minimale à l'instant $t_2 = 10^{-2} ms$.

2.2. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la charge du condensateur s'écrit sous la forme :



$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\lambda \frac{dq}{dt} + \frac{4\pi^2}{T_0^2} \cdot q = 0$$

avec T_0 la période propre du circuit et $\lambda = \frac{r}{2L}$.

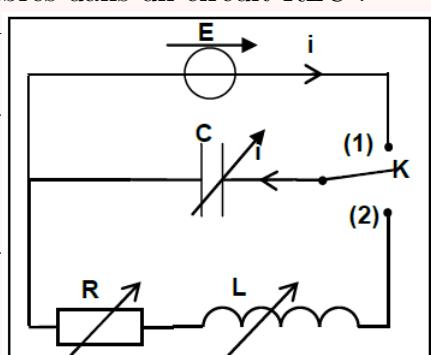
2.3. sachant que l'expression de la pseudo période T des oscillations est $T = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{T_0^2} - \frac{\lambda}{4\pi^2}}}$;

trouver la condition que doit vérifier r par rapport à $\frac{L}{C}$ pour que $T \approx T_0$.

Exercice 5 : Les oscillateurs électriques (SM 2011 R)

L'objectif de cet exercice est d'étudier les oscillations électriques libres dans un circuit RLC : On réalise le montage électrique représenté dans la figure (1) qui comprend :

- Un générateur de force électromotrice $E = 6,0 V$ et de résistance interne négligeable ;
- Un condensateur (C) de capacité C réglable ;
- Une bobine (B) d'inductance L réglable et de résistance négligeable ;
- Un conducteur ohmique (D) de résistance R réglable ;
- Un interrupteur (K).



1. étude des oscillations libres amorties dans un circuit RLC.

Expérience 1 :

On règle la résistance sur la valeur $R = 20\Omega$ et l'inductance sur la valeur $L = 1,0H$ et on règle la capacité du condensateur sur $C = 60\mu F$.

Après avoir chargé complètement le condensateur (C), on bascule l'interrupteur (K) à l'instant $t=0$ à la position (2).

Un dispositif approprié permet de visualiser l'évolution des tensions u_C aux bornes du condensateur (C), u_R aux bornes du conducteur ohmique (D) et u_L aux bornes de la bobine (B).

On obtient les courbes (a), (b) et (c) représentées dans la figure(2)

1.1. la courbe (a) représente l'évolution de la tension u_C en fonction du temps . quelle est parmi les deux courbes (b) et (c) celle correspondant à la tension u_L ? justifier la réponse.

1.2. A partir des courbes précédentes :

a. Déterminer la valeur de l'intensité de courant passant dans le circuit à l'instant $t_1 = 8,54 \times 10^{-2} s$.

b. Préciser le sens du courant dans le circuit entre les instants t_1 et $t_2 = 10,98 \times 10^{-2} s$.

1.3. Établir l'équation différentielle vérifiée par la charge q du condensateur (C) .

1.4. La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme

$$q(t) = A.e^{-\frac{R}{2L}.t}.\cos\left(\frac{2\pi}{T}.t - 0,077\right)$$

Déterminer la valeur de la constante A en donnant le résultat avec trois chiffres significatifs

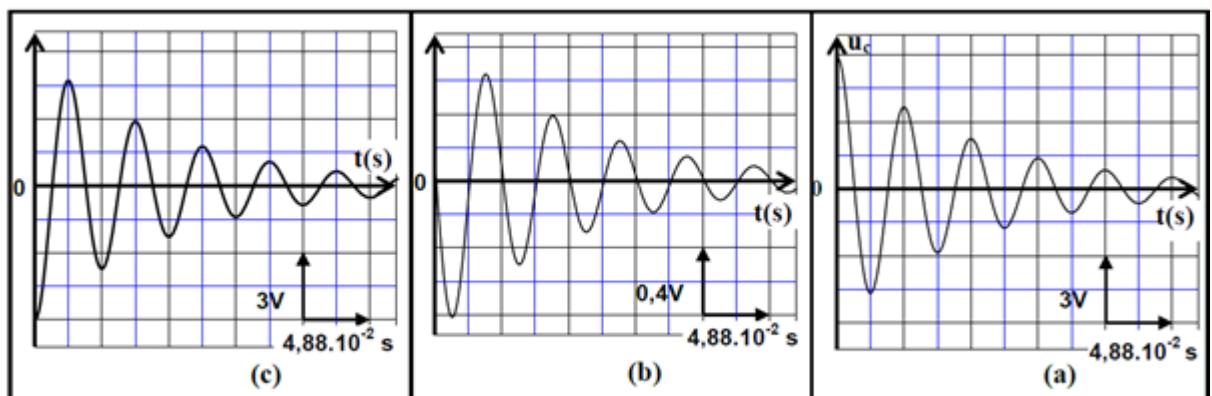


Figure2

2. L'étude énergétique des oscillations libres dans un circuit LC.

On utilise le montage représenté dans la figure (1) ,et on règle la résistance R sur la valeur $R = 0\Omega$ et la capacité du condensateur sur la valeur $C = 60\mu F$, dans ce cas l'expression de $q(t)$ s'écrit sous la forme : $q(t) = q_m.\cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}.t\right)$

2.1. établir l'expression littérale de l'énergie électrique E_e et celle de l'énergie magnétique E_m en fonction du temps.

2.2. Montrer que l'énergie totale E_T de l'oscillateur se conserve aux cours du temps. Calculer sa valeur.

Exercice 6 : Détermination de L' et r' d'une bobine (b') (SM 2012 N)

On réalise le montage représenté sur la figure 3 qui comprend une bobine (b') d'inductance L' et de résistance r' , le générateur (G) de force électromotrice E, un condensateur de capacité $C = 20\mu F$, un conducteur ohmique de résistance $R' = 32\Omega$ et un interrupteur K.

Après avoir chargé totalement le condensateur, on bascule l'interrupteur K à la position 2 à l'instant $t = 0$ et on visualise à l'aide d'un oscilloscope à mémoire les variations de la tension u_C aux bornes du condensateur en fonction du temps .On obtient l'oscillogramme représenté sur la figure 4.

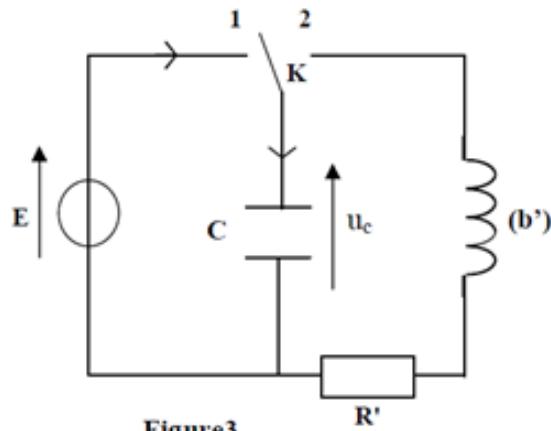


Figure 3

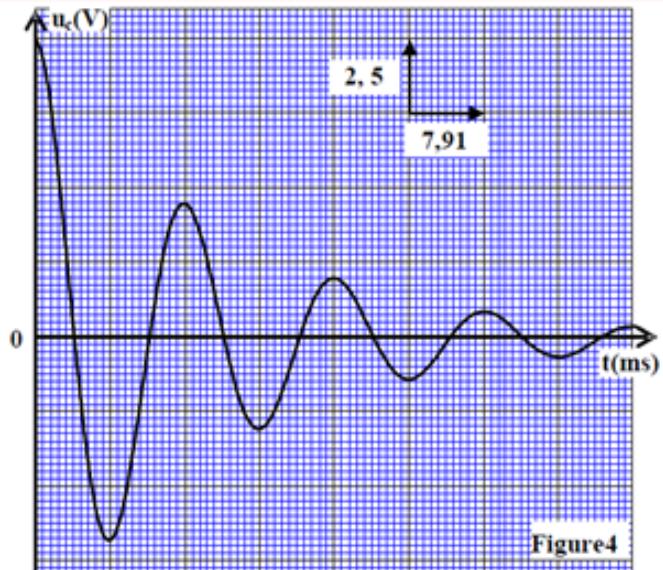


Figure 4

1. a. Justifier, du point de vu énergétique, l'allure de la courbe représentée sur la figure 4.
- b. En considérant la pseudo-période étant égale à la période propre de l'oscillateur LC, vérifier que $L' = 0,317 \text{ H}$.
2. On exprime la tension $u_C(t)$ par la relation : $u_C(t) = E \cdot e^{-\frac{r' + R'}{2L'} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)}$. Montrer que $r' \approx 0$.

Exercice 7 : Étude des oscillations électriques libres amorties (SM 2012 R)

On réalise le montage électrique représenté dans la figure 1 qui est constitué d'un générateur idéal de tension continue de force électromotrice $E = 12V$, d'un condensateur de capacité $C = 6,3\mu F$ non chargé, d'une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, de deux conducteurs ohmiques (D_1) et (D_2) de résistance respective R_1 et $R_2 = 30\Omega$ et d'un interrupteur K.

Après avoir chargé complètement le condensateur, on bascule l'interrupteur K à l'instant $t=0$ à la position 2. (figure 1).

On visualise sur l'écran d'un oscilloscope à mémoire la variation de la tension u_{R2} entre les bornes du conducteur ohmique (D_2) en fonction du temps, on obtient alors la courbe représentée sur la figure 3. La droite T représentée sur le graphe est la tangente à la courbe $u_{R2}(t)$ à la date $t=0$.

1. Trouver l'équation différentielle que vérifie la tension u_{R2} .
2. Quelle est à $t = 0$ la valeur de la tension u_L entre les bornes de la bobine ?
3. Déterminer graphiquement la valeur de $\frac{di}{dt}$ à $t = 0$. Déduire la valeur de l'inductance L.

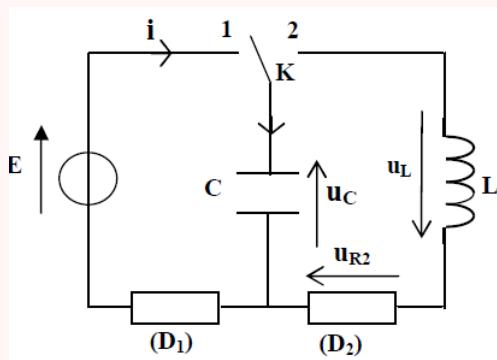


Figure 1

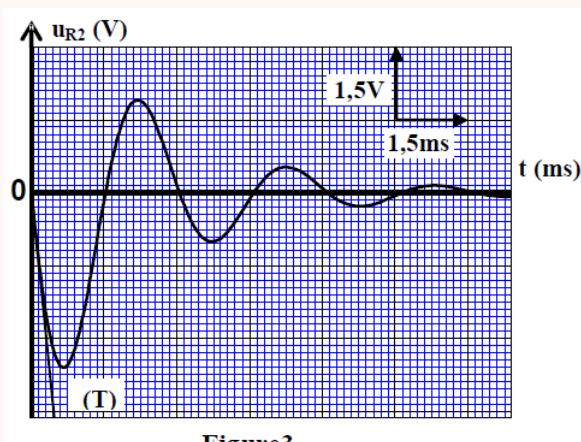
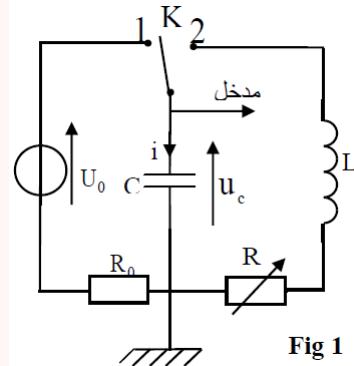


Figure 3

Exercice 8 : Oscillations dans un circuit RLC (SM 2013 N)

Ahmed a réalisé au montage représenté dans la figure 1 qui contient :

- Un générateur de tension de f.e.m $U_0 = 2,25V$
- Deux conducteurs ohmiques de résistance R variable et R_0
- Une bobine d'inductance L et de résistance négligeable ;
- Un condensateur de capacité $C = 0,10F$

**Fig 1**

1. A la fin de la charge du condensateur, Ahmed règle la résistance R sur la valeur $R_1 = 0$.

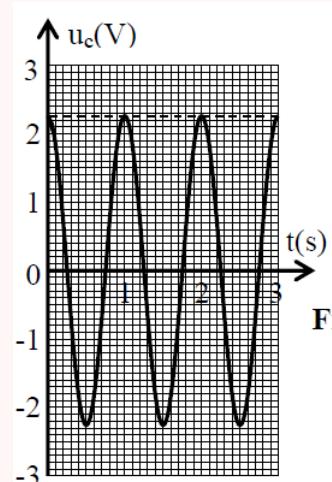
A l'instant $t = 0$, il bascule l'interrupteur K à la position (2), Il obtient alors la courbe représentée par la figure 2.

- (a) Établir dans ce cas l'équation différentielle vérifiée par tension u_C aux bornes du condensateur.
- (b) La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme $u_C(t) = U_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$. Trouver l'expression de T_0 et Calculer la valeur de l'inductance L de la bobine.
- (c) En considérant la conservation de l'énergie, calculer l'intensité maximale du courant dans le circuit.

2. Ahmed règle la résistance R sur la valeur $R_2 \neq 0$, Il obtient un régime pseudo-périodique dont la tension u_C vérifie l'équation différentielle :

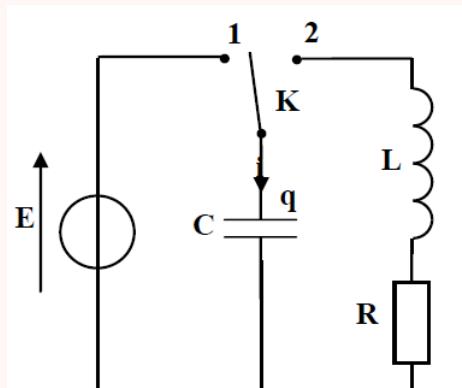
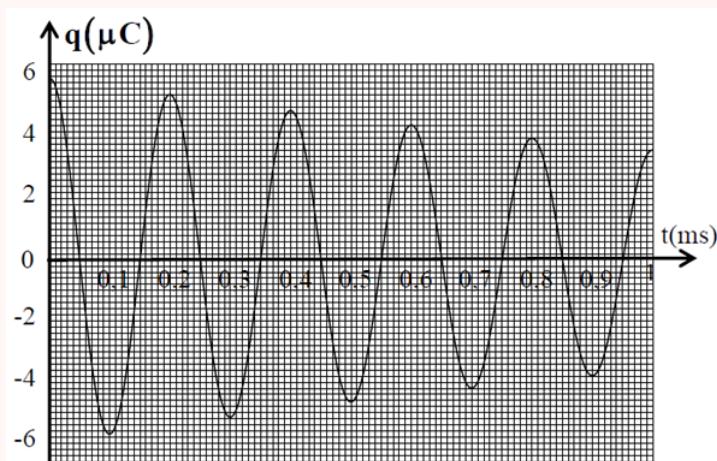
$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R_2}{L} \cdot \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot u_C = 0$$

Trouver l'expression $\frac{dE_T}{dt}$ en fonction de R_2 et i , E_T représente l'énergie totale du dipôle à l'instant t .

**Fig 2****Exercice 9 : Étude du dipôle RLC (SM 2013 R)**

On réalise le montage représenté dans la figure 2.

On bascule l'interrupteur K à la position 1, Après la charge du condensateur, on bascule l'interrupteur à à l'instant $t = 0$ à la position 2. On visualise à l'aide d'un dispositif approprié l'évolution de la charge du condensateur au cours du temps, On obtient alors la courbe représentée à la figure 3.

**Fig 2****Fig3**

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$ du condensateur.

2. Sachant que la solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme :

$$q(t) = q_0 \cdot e^{-\frac{t}{2\lambda}} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi\right)$$

- 2.a) Trouver l'expression $\frac{q(t+T)}{q(t)}$ en fonction de la pseudo-période T et la constante λ .
 2.b) Déterminer la valeur de λ .

Exercice 10 : Étude de la décharge du condensateur dans une bobine (SM 2014 N)

L'objectif de cet exercice est de suivre l'évolution de l'intensité du courant électrique au cours de la décharge d'un condensateur à travers une bobine. Pour l'étude de la décharge d'un condensateur de capacité $C = 1\mu F$, on réalise le montage représenté dans la figure 1.

Initialement le condensateur est non chargé.

On bascule l'interrupteur K à la position 1, le condensateur se charge alors à travers un conducteur ohmique de résistance $R = 100\Omega$ à l'aide d'un générateur électrique parfait de force électromotrice $E = 6V$.

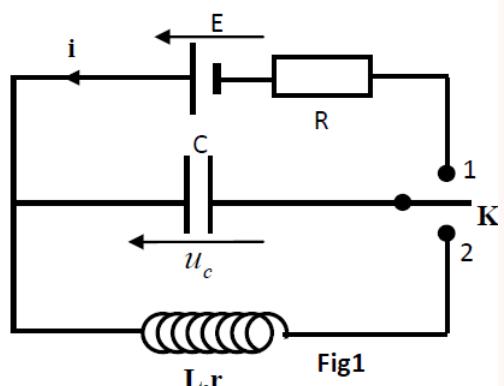
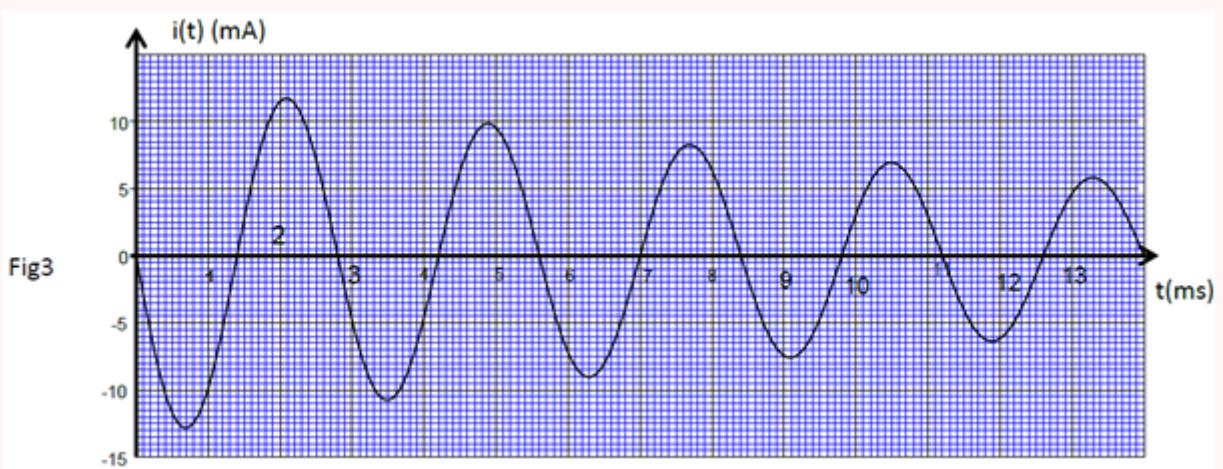


Fig1

Lorsque le régime permanent est atteint, on bascule l'interrupteur à la position 2 à un instant que l'on considère comme nouvelle origine des temps, pour décharger le condensateur dans une bobine de coefficient d'inductance $L = 0,2 H$ et de résistance r .

1. On considère la résistance de la bobine négligeable et on conserve la même orientation précédente du circuit .
 - 1.1. Établir l'équation différentielle que vérifie l'intensité du courant $i(t)$.
 - 1.2. La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme suivante :
 $i(t) = I_m \cdot \cos(2\pi N t + \varphi)$ déterminer la valeur de I_m et celle de φ .
2. A l'aide du système informatique précédent, on visualise l'évolution de l'intensité $i(t)$ dans le circuit en fonction du temps t , on obtient l'oscillogramme représenté dans la figure 3 .



On désigne par E_0 , l'énergie de l'oscillateur à l'instant $t = 0$ et par T la pseudo période des oscillations.

Calculer l'énergie E' de l'oscillateur à l'instant $t' = \frac{7}{4}T$, en déduire la variation $\Delta E = E' - E_0$.
 Donner une explication à cette variation.

3. On admet que l'énergie totale de l'oscillateur diminue au cours de chaque pseudo - période de $p=27,5\%$
- 3.1. Montrer que l'expression de l'énergie totale de l'oscillateur peut s'écrire à l'instant $t = nT$ sous la forme $E_n = E_0(1 - p)^n$, avec n entier naturel.
 - 3.2. Calculer n lorsque l'énergie totale de l'oscillateur diminue de 96% de sa valeur initiale E_0 .

Exercice 11 : Étude d'un circuit oscillant LC (SM 2014 R)

On réalise le montage électrique représenté dans la figure 1, formé de :

- Un générateur G idéal de tension de force électromotrice $E = 12V$;
- Deux condensateurs (C_1) et (C_2) de capacités respectives $C_1 = 3\mu F$ et $C_2 = 0,5C_1$;
- Une bobine d'inductance L et de résistance négligeable.

1. On place l'interrupteur K dans la position (1), alors les deux condensateurs se chargent instantanément.

Soit U_1 la tension aux bornes du condensateur (C_1) et U_2 la tension aux bornes du condensateur (C_2).

- 1.1. Calculer U_1 et U_2 .
- 1.2. Soit E_1 l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur (C_1) et E_2 l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur (C_2). Montrer que $E_2 = 2E_1$.
2. On bascule à l'instant $t = 0$ l'interrupteur K dans la position (2), alors les deux condensateurs se déchargent à travers la bobine.

La figure (2) représente l'évolution temporelle de l'énergie magnétique E_m emmagasinée dans la bobine

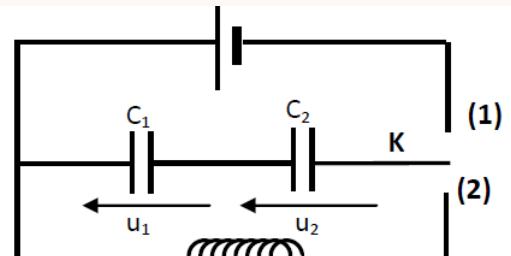


Fig1 L

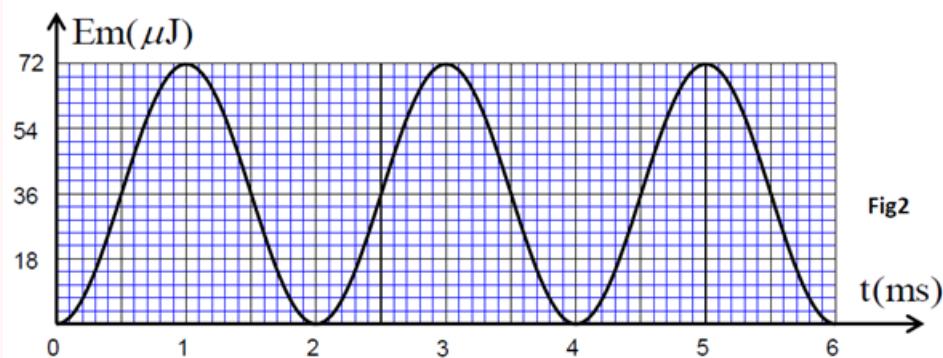


Fig2

- 2.1. Montrer que la tension u_C que vérifie la tension aux bornes du condensateur équivalent aux condensateurs (C_1) et (C_2) s'écrit sous la forme : $\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{3}{LC_1} \cdot u_C = 0$.
 - 2.2. Trouver l'expression de la période propre T_0 en fonction L et C_1 pour que la solution de l'équation différentielle soit : $u_C(t) = E \cdot \cos \left(\frac{2\pi t}{T_0} + \varphi \right)$. En déduire la valeur de L en prenant $\pi^2 = 10$.
 - 2.3. Montrer que l'énergie totale E_T emmagasinée dans le circuit reste constante au cours du temps.
- Déterminer à l'aide du graphe (fig 2) la valeur de l'énergie emmagasinée dans le condensateur équivalent à l'instant $t = 2ms$.

Exercice 12 : Étude du dipôle RLC (SM 2015 N)

On réalise le montage, représenté dans la figure 1, comportant :

- Un générateur idéal de courant ;
- Un microampèremètre ;
- Deux conducteurs ohmiques de résistance R_0 et $R = 40\Omega$;
- Une bobine (b) d'inductance $L = 0,6H$ et de résistance interne $r = 8\Omega$;
- deux interrupteurs K_1 et K_2 .

- Un condensateur de capacité C , non chargé initialement ;

On ferme l'interrupteur K_1 à l'instant de date $t=0$. L'intensité du courant indiquée par le microampèremètre est $I_0 = 4\mu A$.

Lorsque la tension entre les bornes du condensateur prend la valeur $u_C = U_0$, on ouvre K_1 et on ferme K_2 à un instant pris comme nouvelle origine des dates ($t=0$). Un système d'acquisition informatisé adéquat permet de tracer la courbe représentant la tension $u_R(t)$ (fig.5). (la droite (T1) représente la tangente à la courbe à $t = 0$.)

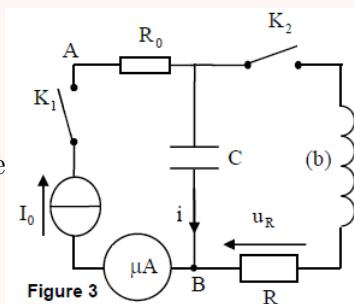
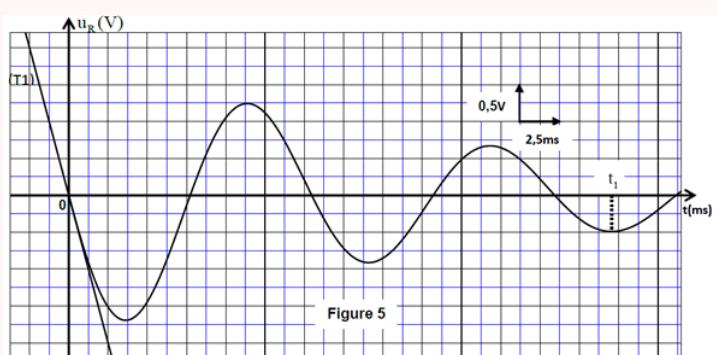


Figure 3



1. Établir l'équation différentielle régissant l'évolution de la charge q du condensateur.
2. Exprimer $\frac{dE_t}{dt}$ en fonction de R , r et i ; E_t représente l'énergie totale du circuit à un instant t et i l'intensité du courant circulant dans le circuit au même instant.
3. Montrer que $U_0 = -\frac{L}{R} \cdot \left(\frac{du_R}{dt} \right)_{t=0}$ où $\left(\frac{du_R}{dt} \right)_{t=0}$ représente la dérivée par rapport au temps de u_R à $t = 0$. Calculer U_0 .
4. Trouver $|E_J|$ l'énergie dissipée par effet Joule dans le circuit entre les instants $t=0$ et $t = t_1$ (fig.5).

Exercice 13 : Étude du circuit LC idéal (SM 2015 R)

On réalise le circuit électrique schématisé sur la figure 1. Ce circuit comporte :

- Un générateur de f.e.m. E et de résistance interne négligeable ;
- Une bobine (b) d'inductance L_0 et de résistance négligeable ;
- Deux conducteurs ohmiques de résistance r et $R = 20\Omega$;
- Un condensateur de capacité C réglable, initialement déchargé ;
- Un interrupteur K .

On fixe la capacité du condensateur sur la valeur $C_0 = 5\mu F$. A un instant de date $t = 0$, on place l'interrupteur K en position (1).

Une fois le régime permanent établi, on bascule l'interrupteur K en position (2) à un instant que l'on choisira comme nouvelle origine des dates ($t = 0$). On obtient ainsi un circuit LC.

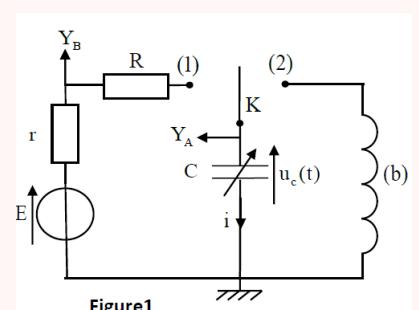


Figure 1

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant $i(t)$.
2. La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme $i(t) = I_m \cos\left(\frac{2\pi t}{T_0} + \varphi\right)$, T_0 représente la période propre de l'oscillateur et φ la phase à $t=0$ et I_m l'intensité maximale du courant électrique. Déterminer la valeur de φ .
3. Établir, à partir de l'expression de la puissance électrique, l'expression de l'énergie $E_e(t)$ emmagasinée dans le condensateur en fonction de la charge $q(t)$ et de la capacité C du condensateur.
4. La courbe représentée sur la figure 3 donne l'évolution de l'énergie électrique $E_e(t)$ emmagasinée dans le condensateur en fonction du temps.
 - 4.1. Calculer l'énergie électrique maximale $E_{e\max}$.
 - 4.2. A l'aide d'une étude énergétique, trouver la valeur de I_m .

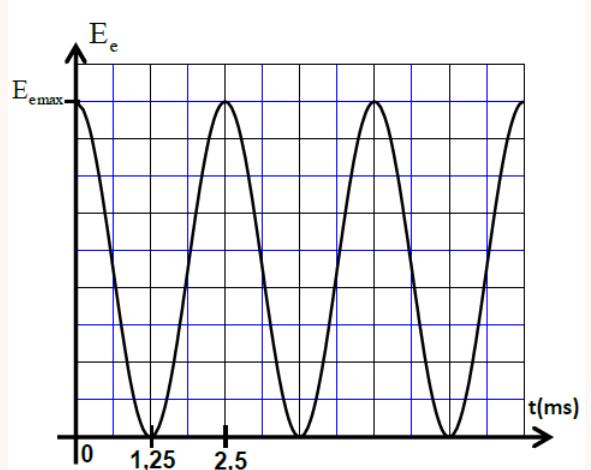


Figure 3

Exercice 14 : Décharge d'un condensateur dans le dipôle RL (SM 2016 N)

On monte en série à un instant de date $t = 0$ un condensateur de capacité $C = 14,1 \mu F$, totalement chargé, avec une bobine (b) d'inductance $L_0 = 0,18 H$ et de résistance interne $r_0 = 5 \Omega$ et un conducteur ohmique de résistance $R = 20 \Omega$ (figure 3).

Un système de saisie informatique approprié permet de tracer la courbe représentant la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur et la courbe représentant la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique (figure 4).

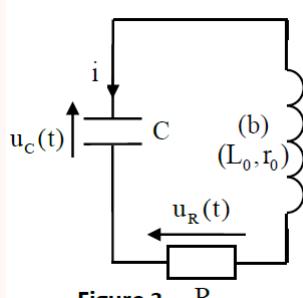


Figure 3

1. Quel est parmi les trois régimes d'oscillations, celui qui correspond aux courbes obtenues sur la figure 4 ?
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$.
3. Trouver l'énergie $|E_j|$ dissipée par effet joule dans le circuit entre les deux instants $t_1 = 0$ et $t_2 = 14 ms$.

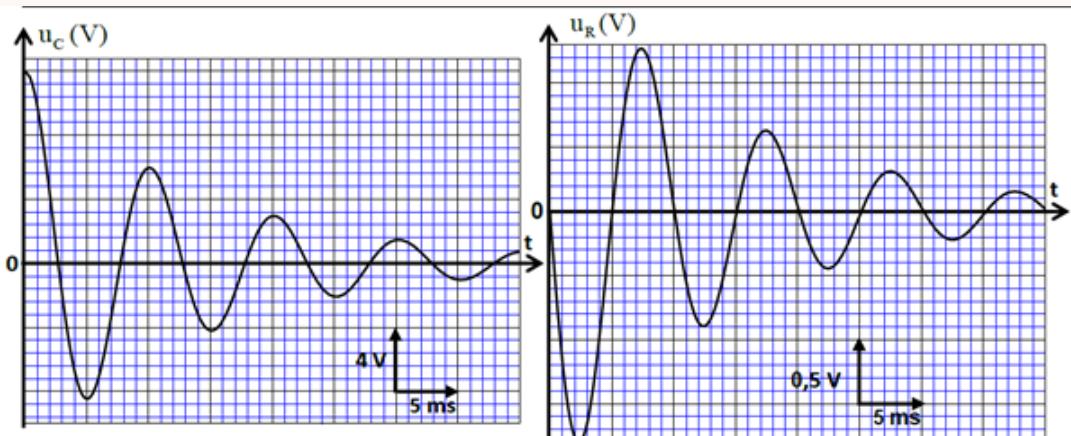


Figure 4

Exercice 15 : (SM 2016 R)

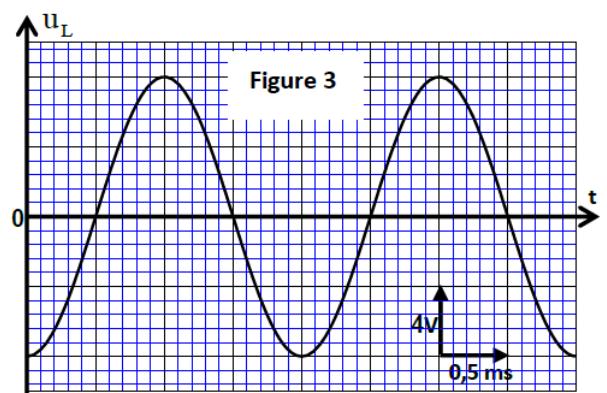
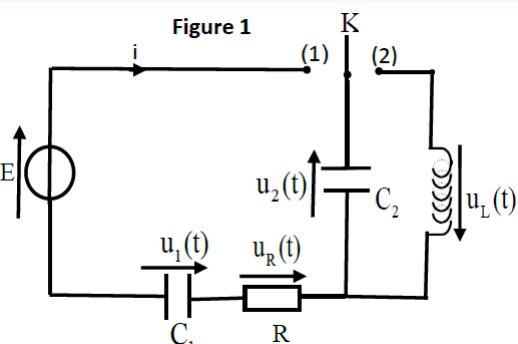
On se propose, dans cette partie, d'étudier le circuit LC. Le montage électrique schématisé sur la figure 1 comporte :

- Un générateur idéal de tension de f.e.m E ,
- Deux condensateurs de capacité $C_1 = C_2 = 2\mu F$,
- Un conducteur ohmique de résistance $R = 3k\Omega$,
- Une bobine d'inductance L et de résistance négligeable,
- Un interrupteur K à double position.

Lorsque le régime permanent est établi, on bascule l'interrupteur K à la position (2) à un instant pris comme nouvelle origine des dates ($t = 0$).

1. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension u_L entre les bornes de la bobine s'écrit : $\frac{d^2u_L}{dt^2} \frac{1}{LC_2} \cdot u_L = 0$.

2. La courbe de la figure 3 représente les variations de la tension u_L en fonction du temps.
 - 2.1. Déterminer l'énergie totale E_t du circuit.
 - 2.2. Calculer l'énergie magnétique E_m emmagasinée dans la bobine à l'instant $t = 2,7ms$

**Exercice 16 : Décharge du condensateur dans une bobine (SM 2017 N)**

On recharge un condensateur de capacité $C = 20nF$ et on réalise le montage représenté sur la figure 4 qui comporte en plus de ce condensateur :

- Une bobine (b) d'inductance L et de résistance r ;
- Un conducteur ohmique de résistance $R_0 = 12\Omega$;
- Un interrupteur K .

On ferme le circuit et on visualise la tension $u_{R0}(t)$ aux bornes du conducteur ohmique. On observe des oscillations pseudo-périodiques.

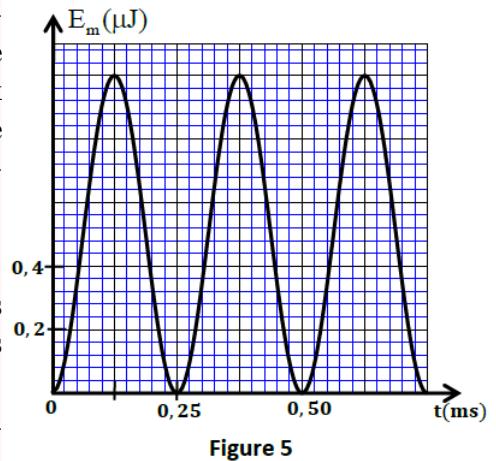
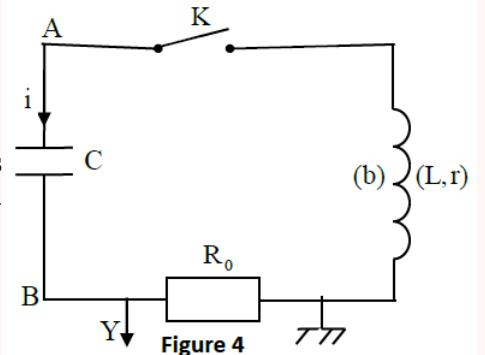
1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_{R0}(t)$ entre les bornes du conducteur ohmique.

2. Pour obtenir des oscillations électriques entretenues, on insère en série dans le circuit un générateur G délivrant une tension, selon la convention générateur, $u_G(t) = k \cdot i(t)$ où k est un paramètre ajustable ($k > 0$). En ajustant le paramètre k sur la valeur $k = 20$ (exprimée dans le système d'unités internationaux) la tension $u_{R0}(t)$ devient sinusoïdale.

- 2.1. Déterminer la valeur de r .

- 2.2. La courbe de la figure 5 représente l'évolution au cours du temps de l'énergie magnétique E_m emmagasinée dans la bobine .

Trouver la valeur de L et celle de U_{Cmax} la tension maximale aux bornes du condensateur.



Exercice 17 : (SM 2017 R)

On réalise le montage expérimental représenté sur la figure 1 comportant :

- Un générateur de tension G de f.e.m. $E = 8V$,
- Deux conducteurs ohmiques de résistances R et $R_0 = 30\Omega$,
- Un condensateur de capacité $C = 2,5\mu F$, dont la tension initiale à ses bornes est $u_C = U_0$ avec $0 < U_0 < E$,
- Un interrupteur K,
- Une bobine d'inductance $L = 0,5H$ et de résistance $r = 7\Omega$.

On place l'interrupteur K en position (1), Quand le régime permanent est établi, on bascule l'interrupteur K en position (2) à un instant choisi comme une nouvelle origine des dates ($t = 0$).

1. En se basant sur l'expression de la puissance électrique, établir l'expression de l'énergie magnétique $E_m(t)$ emmagasinée dans la bobine à un instant de date t en fonction de L et de $i(t)$.
2. Trouver l'expression $\frac{dE_t}{dt}$ en fonction de r , R_0 et $i(t)$ où E_t désigne l'énergie électrique totale du circuit.
3. L'étude expérimentale montre que le régime des oscillations obtenu est pseudo-périodique et que la tension aux bornes du conducteur ohmique prend une valeur maximale $u_{R0}(t_1) = 0,44V$ à un instant $t = t_1$. Déterminer l'énergie $|\Delta E|$ dissipée dans le circuit entre les instants $t = 0$ et t_1 .

Exercice 18 : Étude d'un circuit LC (SM 2018 R)

On utilise dans cette étude une bobine (b') d'inductance $L=0,6H$ et de résistance négligeable.

Après avoir chargé, totalement, un condensateur de capacité C, sous une tension constante U_0 , on le branche aux bornes de la bobine (b') (Figure 3).

La tension aux bornes du condensateur peut s'écrire sous la forme : $u_C(t) = U_0 \cdot \cos(2\pi \cdot f_0 \cdot t + \varphi)$ où f_0 est la fréquence propre du circuit.

1. Montrer que l'énergie électrique totale E_t du circuit est constante.
2. La courbe de la figure 4 représente la variation de l'énergie magnétique E_m emmagasinée dans la bobine en fonction du carré de la tension u_C aux bornes du condensateur : $E_m = f(u_C^2)$.

En se basant sur la courbe de la figure 4, déterminer la capacité C du condensateur et la tension U_0 .

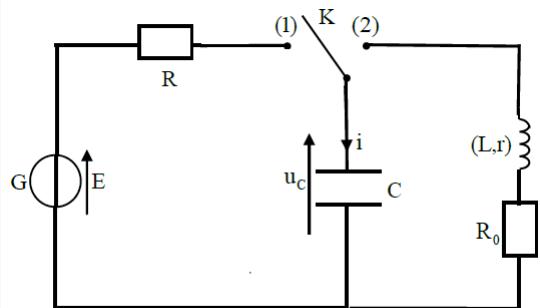


Figure 1

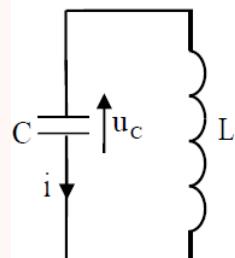


Figure 3

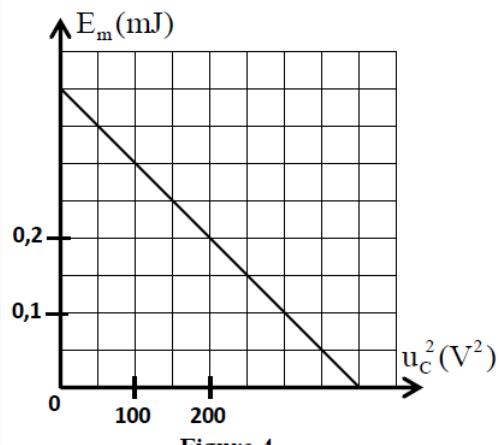


Figure 4

Exercice 19 : Charge d'un condensateur (SM 2019 N)

Le montage électrique schématisé sur la figure 1 comporte :

- Un générateur idéal de tension de f.e.m E ;
- Deux condensateurs de même capacité C ;
- Un conducteur ohmique de résistance R variable ;
- Un interrupteur K double position.

On ajuste la valeur de la résistance sur la valeur $R = R_0 = 1k\Omega$ et on place l'interrupteur K en position (1), à un instant choisi comme origine des dates ($t = 0$). Un système de saisie informatique approprié a permis de tracer la courbe représentant la tension $u_C(t)$ (fig 2) représente la tangente à la courbe au point d'abscisse $t = 0$.

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$.
2. Déterminer la valeur de l'intensité du courant i juste après la fermeture du circuit.
3. Vérifier que la valeur de la capacité est $C = 120nF$.
4. Quand le régime permanent est établi, on bascule l'interrupteur K en position (2), à un instant choisi comme nouvelle origine des dates ($t=0$).
 - 4.1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$ du condensateur équivalent aux deux condensateurs.
 - 4.2. Établir l'expression de la dérivée par rapport au temps de l'énergie totale E_t du circuit en fonction de R_0 et de l'intensité du courant $i(t)$ dans le circuit, et justifier la diminution de E_t au cours du temps.

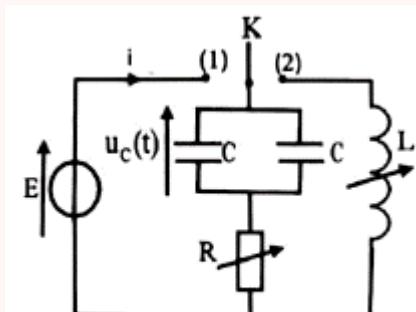


Figure 1

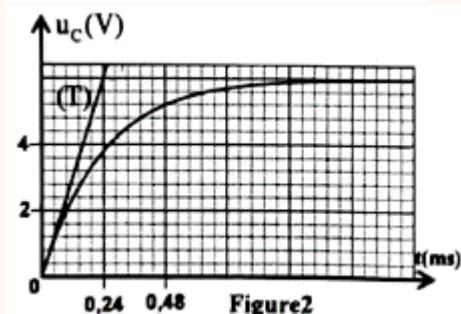


Figure 2

Exercice 20 : Étude des oscillations électriques libres dans le circuit RLC (SM 2019 R)

On réalise le montage schématisé sur la figure 1 comportant :

- Un générateur idéal de tension de f.e.m E ;
 - Deux condensateurs (C_1) et (C_2) de capacités respectives C_1 et $C_2 = 4\mu F$ initialement non chargés,
 - Un interrupteur double position K ,
 - Une bobine d'inductance $L = 0,2H$ et de résistance $r = 10\Omega$. On place l'interrupteur (K) en position 1, Une fois que le régime permanent est établi, On bascule l'interrupteur K à la position (2) à un instant pris comme nouvelle origine des dates $t = 0$. Un système d'acquisition informatisé adéquat a permis de tracer la courbe représentant la tension $u_2(t)$ aux bornes du conducteur ohmique de résistance R_2 fig 3.
 1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_2(t)$.
 2. En considérant que la pseudo-périodique des oscillations est égale à la période propre du circuit LC, vérifier que $C_1 = 2\mu F$
 3. Pour entretenir les oscillations amorties obtenues, on introduit en série dans le circuit un générateur délivrant une tension $u_g(t) = k \cdot i(t)$ avec u_g exprimée en volt (V) et $i(t)$ exprimée en ampère (A).
- Trouver la valeur de k .

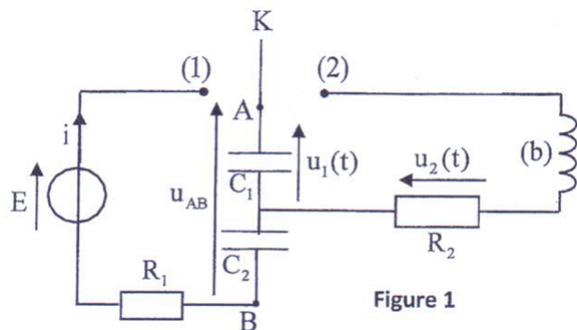


Figure 1

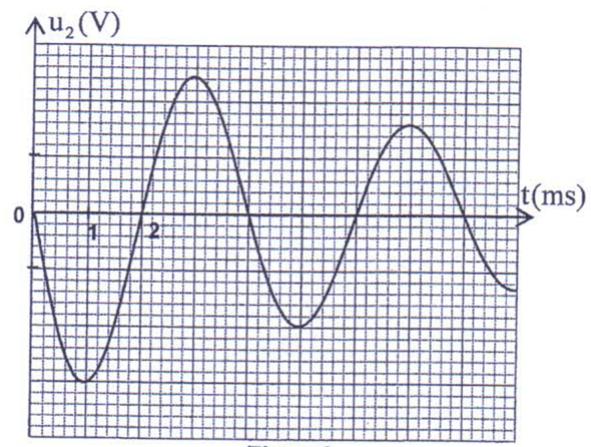
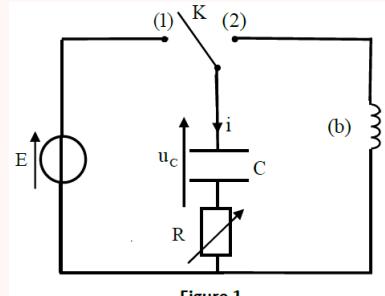


Figure 3

Exercice 21 : Décharge du condensateur dans la bobine (SM 2020 N)

On réalise le montage schématisé sur la figure 1 comportant :

- Un générateur idéal de tension de f.e.m E ;
- Un conducteur ohmique de résistance R réglable ;
- Un condensateur de capacité C initialement déchargé ;
- Un interrupteur K ;
- Une bobine (b) d'inductance L et de résistance $r = 12\Omega$.



1. On ajuste la résistance R sur une valeur R_1 .

Une fois le régime permanent est établi, on bascule l'interrupteur K en position (2) à un instant pris comme nouvelle origine des dates ($t = 0$). Un système d'acquisition informatisé adéquat a permis de tracer la courbe représentant la charge $q(t)$ du condensateur (figure 3).

- 1.1. Montrer que l'équation différentielle régiissant l'évolution de la charge $q(t)$ du condensateur s'écrit :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + A \cdot \frac{dq}{dt} + B \cdot q(t) = 0 \text{ où } A \text{ et } B \text{ sont deux constantes positives.}$$

- 1.2. Déterminer la valeur de la tension aux bornes de la bobine juste après le basculement de l'interrupteur K en position (2).

- 1.3. En considérant que la pseudo-période des oscillations est égale à la période propre du circuit LC, vérifier que $L=1,0H$. (On prend $\pi^2 = 10$).

- 1.4. Calculer l'énergie dissipée par effet Joule dans le circuit entre l'instant $t = 0$ et l'instant t_1 indiquée sur la figure 3.

2. On fait varier la résistance R , et on constate que pour $A > 2\sqrt{B}$ le régime des oscillations est apériodique. Dans ce cas la résistance totale du circuit est supérieure à une valeur R_C .

En utilisant les équations aux dimensions, vérifier que l'expression de cR a la dimension d'une résistance et déterminer la valeur minimale de R .

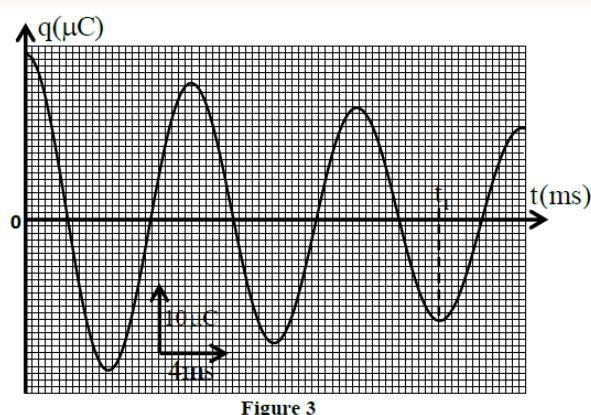


Figure 3

Exercice 22 : Charge d'un condensateur (SM 2021 N)

On réalise le montage représenté sur le schéma de la figure 1. Ce montage comprend :

- Un générateur idéal de courant ;
- Un condensateur de capacité C variable, initialement non chargé ;
- Une bobine(b) d'inductance $L=8,6\text{mH}$ et de résistance $r = 12\Omega$;
- Un microampèremètre ;
- Un interrupteur K .

On ajuste la capacité du condensateur sur une valeur C_0 . On place l'interrupteur K en position (1) à un instant de date $t = 0$. Le microampèremètre indique $I_0 = 10\mu\text{A}$. Un système de saisie informatique convenable permet d'avoir le graphe de la figure 2 représentant $\sqrt{E_e} = f(t)$ avec E_e étant l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur à un instant t.

1. Donner l'expression de l'énergie emmagasinée dans le condensateur en fonction de sa charge q et de sa capacité C_0 .

2. Montrer que $C_0 = 2\mu\text{F}$.

3. Lorsque la tension aux bornes du condensateur prend la valeur $u_{AB} = 40\text{V}$, on place l'interrupteur K en position (2) à un instant choisi comme une nouvelle origine des dates ($t = 0$). Un dispositif approprié permet de visualiser la courbe donnant les variations au cours du temps de l'intensité du courant i(t) dans le circuit (figure 3)

3.1. Calculer l'énergie dissipée par effet joule dans le circuit entre les instants $t = 0$ et $t = t_1$ (figure 3).

3.2. Indiquer, en justifiant, si le condensateur se charge ou se décharge entre les instants t_2 et t_3 (figure 3).

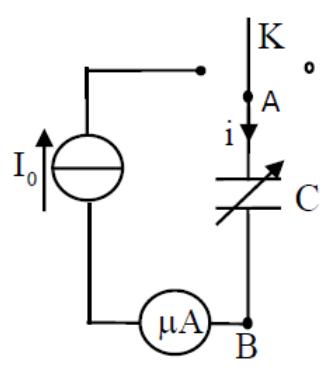


Figure 1

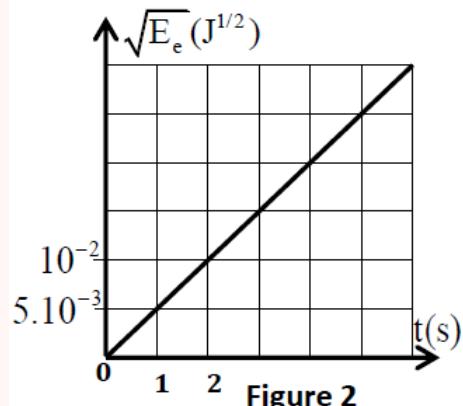


Figure 2

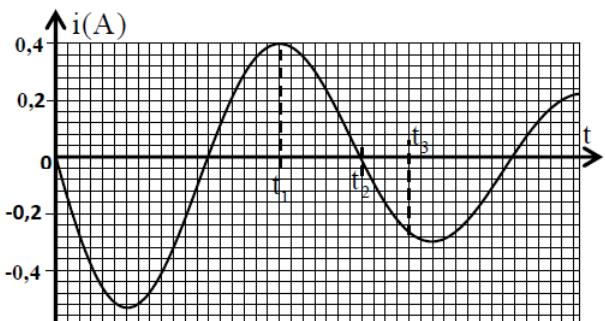


Figure 3

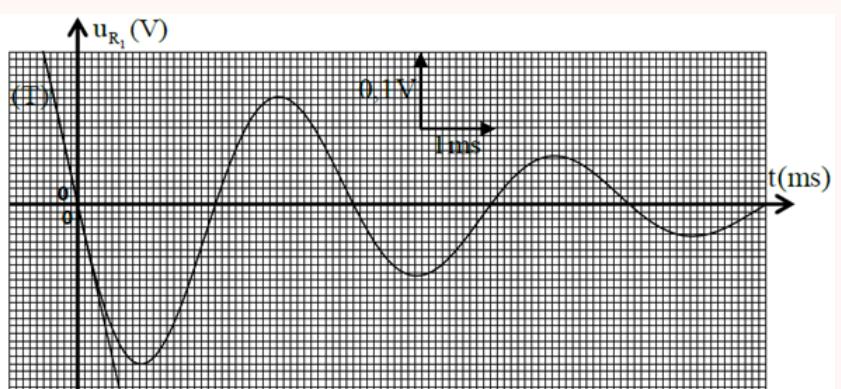
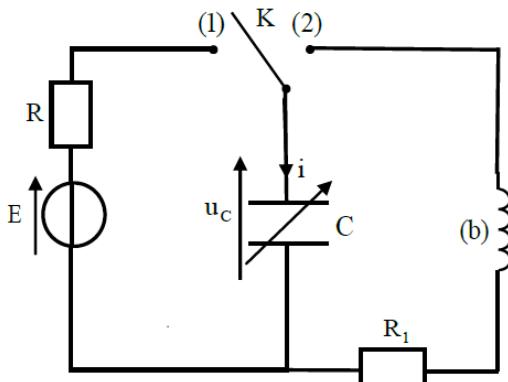
Exercice 23 : Décharge d'un condensateur dans une bobine (SM 2020 R)

On réalise le montage représenté sur la figure 1 comportant :

- un générateur idéal de tension de f.e .m. E ;
- un condensateur de capacité C variable initialement déchargé ;
- un conducteur ohmique de résistance R ;
- un conducteur ohmique de résistance R_1 ;
- une bobine d'inductance $L = 0,1\text{H}$ et de résistance négligeable ;
- un interrupteur K .

Après avoir chargé complètement le condensateur de capacité C_1 , on bascule à un instant t (qu'on prendra comme nouvelle origine des dates t = 0) l'interrupteur K en position (2). La courbe de la figure 3 représente l'évolution, au cours du temps, de la tension $u_{R_1}(t)$ aux bornes du conducteur ohmique de résistance R_1 . (T) représente la tangente à la courbe à l'instant t=0.

1. l'équation différentielle vérifiée par $u_{R_1}(t)$
2. Trouver la valeur de R_1 .



Exercice 24 : Étude du circuit LC (SM 2021 R)

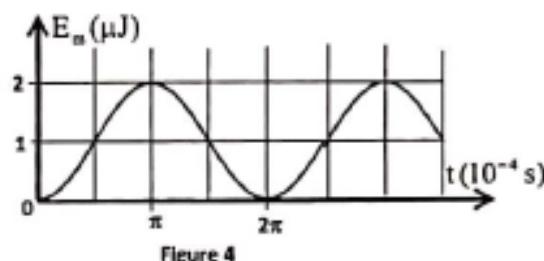
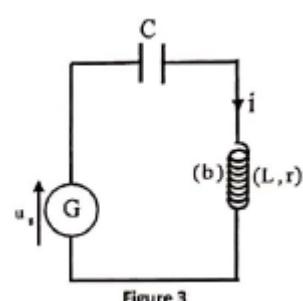
On réalise le circuit d'un oscillateur entretenu en associant en série les éléments suivantes (fig 3) :

- Un condensateur de capacité C ;
- Une bobine (b) d'inductance $L = 1H$ et de résistance interne $r = 6\Omega$
- Un générateur délivrant une tension $u_g = k \cdot i(t)$ avec u_g exprimée en volt (V) et $i(t)$ exprimée en ampère (A).

1. Trouver la valeur de k .

2. A partir d'un instant t choisi comme origine des dates ($t = 0$) on obtient la courbe de la figure 4 représentant la variation de l'énergie magnétique E_m emmagasinée dans la bobine en fonction du temps.

Déterminer I_m l'intensité maximale du courant, puis la valeur de la capacité C et celle de la charge maximale Q_0 du condensateur.



Les oscillations forcées dans un circuit RLC

Exercice 1 : Détermination du coefficient d'inductance L (SM 2008 N)

On applique entre les bornes du dipôle (D) formé d'une bobine d'inductance L et de résistance interne r et un condensateur de capacité $C_0 = 10^{-5} F$, montés en série, une tension alternative sinusoïdale u de valeur efficace constante $U = 6V$, et on varie progressivement sa fréquence N.

On constate que lorsque la valeur de la fréquence atteint la valeur $N_0 = 500Hz$, la valeur efficace du courant atteint sa valeur maximale $I_0 = 0,48A$.

1. Calculer la valeur du coefficient d'inductance L et de la résistance r de la bobine.
2. Soit u_b la tension instantanée aux bornes de la bobine, trouver la valeur de la phase φ de la tension u_b par rapport à u.

Exercice 2 : (SM 2008 R)

On réalise deux circuits électriques en utilisant les dipôles D_1 et D_2 suivants :

- D_1 : Constitue d'un conducteur ohmique de la résistance R_0 monté en série avec la bobine (B) d'inductance $L = H$ et $r = \Omega$;
- D_2 : Constitue d'un conducteur ohmique de la résistance R_0 monté en série avec la bobine précédente et le condensateur (C) de capacité ajustée à une valeur C_0 .

Nous appliquons entre chaque dipôle séparément une tension sinusoïdale $u(t) = U\sqrt{2}\cos(2\pi.N.t+\varphi)$. Sa tension effective U est constante et sa fréquence N est réglable, en utilisant le même générateur. On étudie les changements d'impédance Z pour chaque circuit en fonction de la fréquence N, on obtient les courbes (a) et (b) (la figure 3).

On néglige la résistance de la bobine (B) devant la résistance R_0 .

1. Identifier, en justifiant votre réponse, la courbe correspondante au dipôle D_2 .
2. Déduire la valeur 0 R de la résistance et la valeur C_0 de la capacité du condensateur.
3. Montrer que la fréquence correspondant au point d'intersection des deux courbes (a) et (b) réalise la relation $N = \frac{N_0}{\sqrt{2}}$ où N_0 fréquence du circuit RLC en résonance.
4. Montrer que les dipôles D_1 et D_2 ont la même réponse d'intensité efficace du courant lors du réglage de la fréquence à la valeur $N = \frac{N_0}{\sqrt{2}}$.

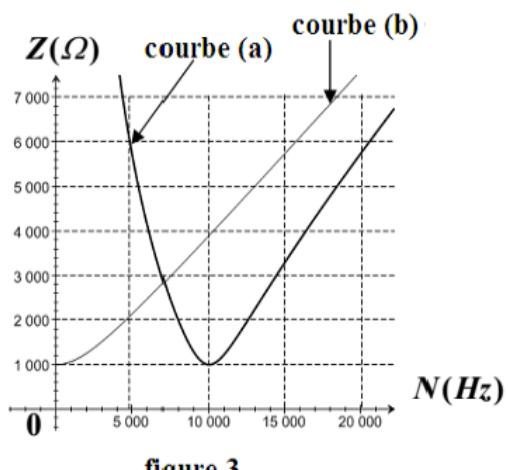
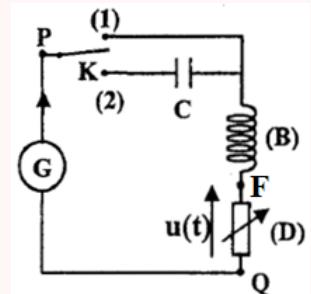


figure 3

Exercice 3 : Oscillations forcées dans un circuit RLC série (SM 2009 R)

On réalise le circuit représenté sur la figure et contenant :

- (B) : Bobine de coefficient d'inductance L et de résistance $r = 22,2\Omega$;
- (C) : Condensateur de capacité C;
- (D) : Résistor de résistance R ajustable;
- (G) : Générateur de basses fréquences (GBF);
- (K) : Interrupteur à deux positions (1) et (2).



On fixe la valeur de la résistance du résistor sur la valeur $R = 100\Omega$. On bascule l'interrupteur à la position (2), et on applique à l'aide du générateur (G), entre les bornes P et Q, une tension alternative sinusoïdale $u(t) = U\sqrt{2}\cos(2\pi.Nt + \varphi)$ de fréquence ajustable.

Le circuit est ainsi traversé par un courant d'intensité instantanée $i(t) = I\sqrt{2}\cos(2\pi.Nt)$. On mesure les valeurs des tensions efficaces suivantes :

- U_1 : entre les bornes du dipôle PF constitué de la bobine et du condensateur précédents ;
- U_2 : entre les bornes du résistor (D).

Lorsqu'on fixe la valeur de la fréquence sur la valeur $N = 216$ Hz, on trouve $U_1 = U_2$. Montrer dans ce cas que : $\tan\varphi = \pm\sqrt{\frac{R-r}{R+r}}$ Calculer la valeur de φ .

Exercice 4 : Étude des oscillations forcées dans un dipôle RLC série. (SM 2011 R)

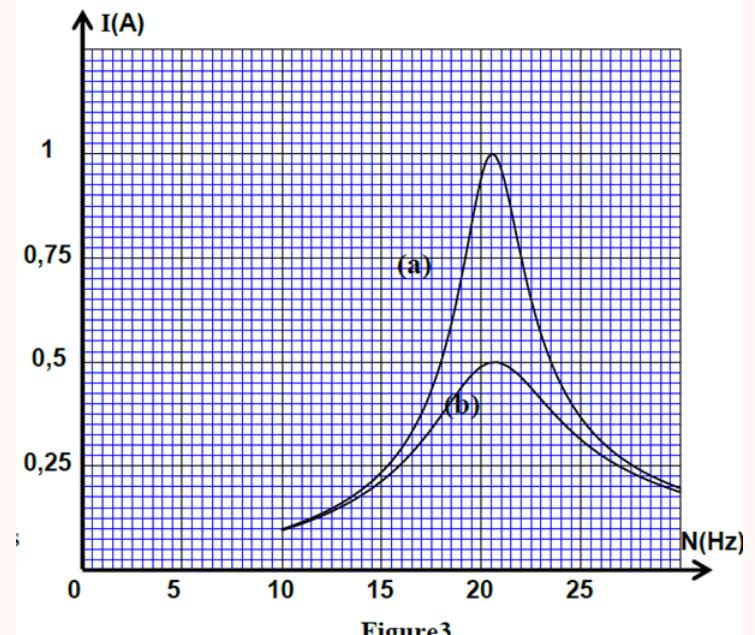
On monte en série le conducteur ohmique (D), la bobine (B) et le condensateur (C).

On applique entre les bornes du dipôle obtenu une tension sinusoïdale $u(t) = 20\sqrt{2}\cos(2\pi.N.t)$ en Volt.

On garde la tension efficace de la tension $u(t)$ constante et on fait varier la fréquence N.

On mesure l'intensité efficace I du courant pour chaque valeur de N. On visualise à l'aide d'un dispositif approprié l'évolution de l'intensité I en fonction de N, on obtient alors les deux courbes (a) et (b) représentées dans la figure (3) pour deux valeurs R_1 et R_2 de la résistance R ; ($R_2 > R_1$). A partir du graphe de la figure (3).

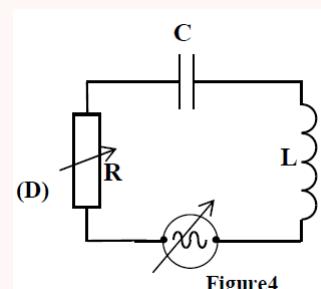
1. Déterminer la valeur de la résistance R_1 .
2. Calculer le coefficient de qualité Q du circuit dans le cas où $R = R_2$



Exercice 5 : Les oscillations forcées (SM 2012 R)

On monte en série, un condensateur de capacité $C = 6,3\mu F$, une bobine, un conducteur ohmique (D) de résistance R réglable et un générateur de basse fréquence GBF.

Le générateur applique une tension alternative sinusoïdale de valeur efficace U variable et de fréquence N variable également (figure 4).



La courbe (a), sur la figure 5, représente la variation de l'intensité efficace I du courant parcouru dans le circuit en fonction de la fréquence N quand la tension efficace du générateur est réglée sur la valeur $U_1 = 10V$, et la courbe (b) sur la figure 5 représente les variations de I en fonction de N et ce, quand on change la valeur de l'une des deux grandeurs R ou U .

1. Calculer la valeur de la résistance R du conducteur ohmique (D) correspondante à la courbe (a).
2. Trouver l'expression de l'impédance Z du dipôle RLC en fonction de R quand la valeur de l'intensité efficace du courant vaut $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ avec I_0 l'intensité efficace du courant à la résonance.
3. Calculer le facteur de qualité du circuit pour chacune des deux courbes .
4. Indiquer parmi les deux grandeurs R et U , celui qui a été modifié pour obtenir la courbe (b). Justifier la réponse.

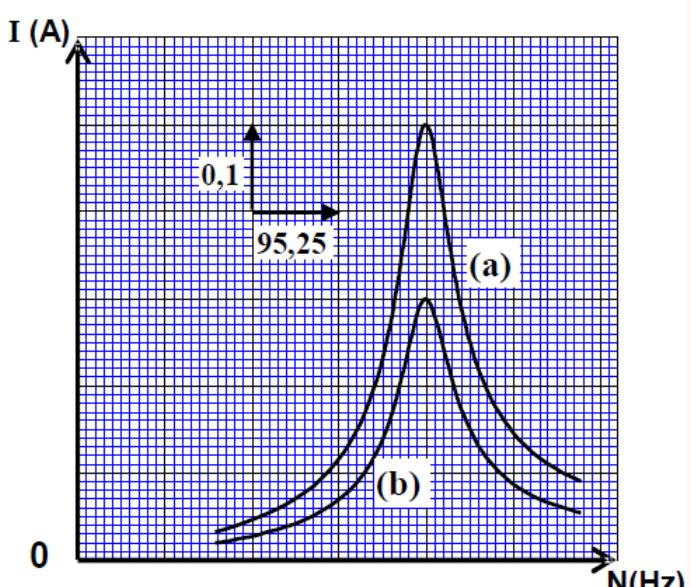


Figure 5

Exercice 6 : Étude du dipôle RLC (SM 2014 R)

On obtient un dipôle AB en montant en série une bobine d'inductance $L = 0,32H$ de résistance négligeable, un condensateur de capacité $C = 5,0\mu F$ et un conducteur ohmique de résistance R . On applique entre les bornes du dipôle AB une tension alternative sinusoïdale de fréquence N réglable : $u(t) = 30\sqrt{2}\cos(2\pi.N.t + \varphi)$, Il passe alors dans le circuit un courant d'intensité $i(t) = I\sqrt{2}\cos(2\pi.N.t)$. Avec $u(t)$ en Volt et $i(t)$ en Ampère.

- Pour une valeur N_0 de la fréquence N , L'intensité efficace du courant prend une valeur maximale $I_0 = 0,3A$ et la puissance électrique moyenne consommée par le dipôle AB prend la valeur P_0 .
 - Pour une valeur N_1 de la fréquence N , ($N_1 > N_0$) l'intensité efficace du courant prend la valeur $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ et la phase prend la valeur $\varphi = \frac{\pi}{4}$. On note P la puissance électrique moyenne consommée par le dipôle AB aux limites de la bande passante par P et à l'extérieur de la bande passante par P_{ext} .
1. Calculer la valeur de R .
 2. Calculer la valeur de N_0 .
 3. Comparer P avec P_0 ; Conclure.
 4. Comparer P_{ext} avec P ; Conclure.

Exercice 7 : Les oscillations électriques forcées dans un circuit RLC série (SM 2015 R)

On réalise le circuit électrique schématisé sur la figure 4 qui comporte :

- Un générateur basse fréquence (GBF) qui délivre une tension sinusoïdale $u_{AB}(t) = U_m\cos(2\pi.N.t)$.
- Un conducteur ohmique de résistance $R = 20\Omega$;
- Un condensateur de capacité C réglable ;
- Une bobine d'inductance L et de résistance b $r_b = 8,3\Omega$;

— Un voltmètre.

- On fixe la capacité du condensateur sur la valeur C_1 et on visualise, à l'aide d'un oscilloscope, la tension $u_R(t)$ entre les bornes du conducteur ohmique sur la voie Y_1 et la tension $u_{AB}(t)$ sur la voie Y_2 . On obtient l'oscillogramme représenté sur la figure 5.

- Identifier, parmi les courbes (1) et (2), celle représentant $u_R(t)$.
- Déterminer la valeur de l'impédance Z du circuit.
- Écrire, l'expression numérique de l'intensité $i(t)$ du courant circulant dans le circuit.
- On fixe la capacité C du condensateur sur la valeur $C_2 = 10\mu F$, tout en gardant les mêmes valeurs de U_m et de N . Le voltmètre indique alors la valeur $U_{DB} = 3V$.
 - Montrer que le circuit est dans un état de résonance électrique.
 - Déterminer la valeur de L .

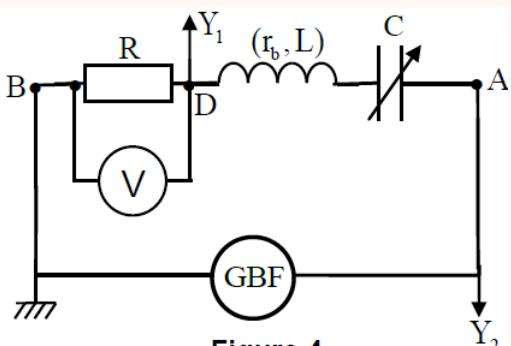


Figure 4

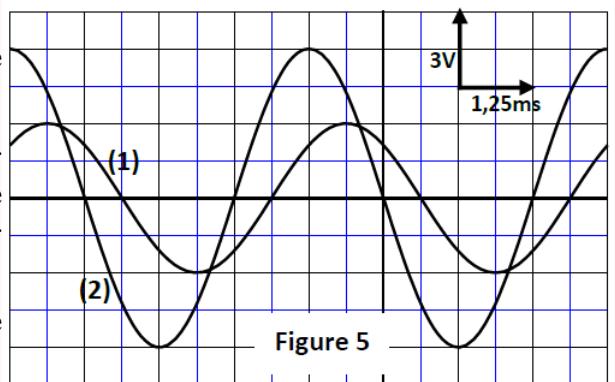


Figure 5

Exercice 8 : (SM 2016 N)

Le circuit représenté sur la figure 5 contient :

- un générateur GBF délivrant au circuit une tension sinusoïdale $u_{AB}(t) = 3\sqrt{2} \cdot \cos(2\pi N t)$ exprimée en V et de fréquence N réglable,
- un conducteur ohmique de résistance R_1 ,
- la bobine (b) d'inductance $L_0 = 0,18H$ et de résistance interne $r_0 = 5\Omega$,
- un condensateur de capacité C_1 ,
- un ampèremètre.

Le coefficient de qualité de ce circuit est $Q = 7$, la largeur de la bande passante à -3dB est 14,3Hz. A la résonance, l'ampèremètre indique la valeur $I_0 = 1,85 \times 10^2 mA$.

- Déterminer la fréquence des oscillations électriques à la résonance.
- Trouver la valeur de R_1 et celle de C_1 .
- Calculer la puissance électrique moyenne, consommée par effet joule, dans le circuit quand la fréquence prend l'une des valeurs limitant la bande passante.

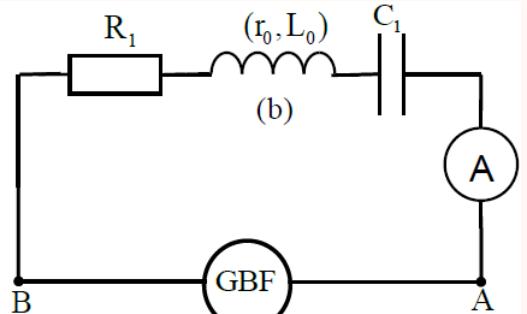


Figure 5

Exercice 9 : Oscillations forcées dans le circuit (RLC) (SM 2017 R)

On réalise le montage schématisé sur la figure 3 comportant :

- Un générateur de basse fréquence (GBF),
- Une bobine d'inductance L_0 et de résistance r_0 ,
- Le conducteur ohmique de résistance $R_0 = 30\Omega$,
- Le condensateur de capacité $C = 2,5\mu F$.

Le générateur délivre une tension alternative sinusoïdale $u(t) = U_m \cos(2\pi \cdot N \cdot t)$ de fréquence N réglable. Un courant d'intensité $i(t) = I_m \cos(2\pi \cdot N \cdot t + \varphi)$ circule alors dans le circuit. On fait varier la fréquence N de la tension $u(t)$ en gardant sa tension maximale U_m constante. L'étude expérimentale a permis de tracer les deux courbes représentées sur les figures 4 et 5 où Z est l'impédance du circuit et I_m est l'intensité maximale du courant.

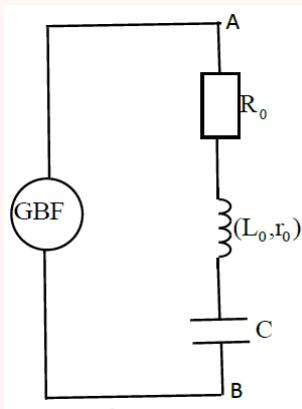


Figure 3

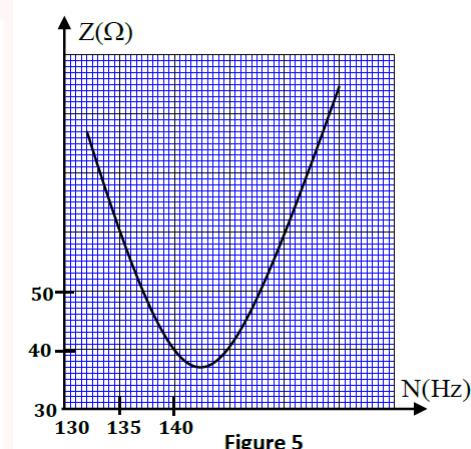


Figure 5

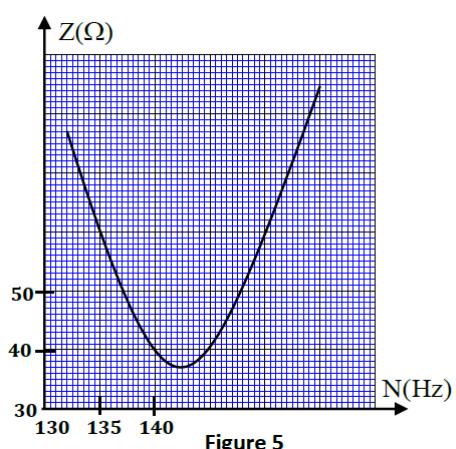


Figure 5

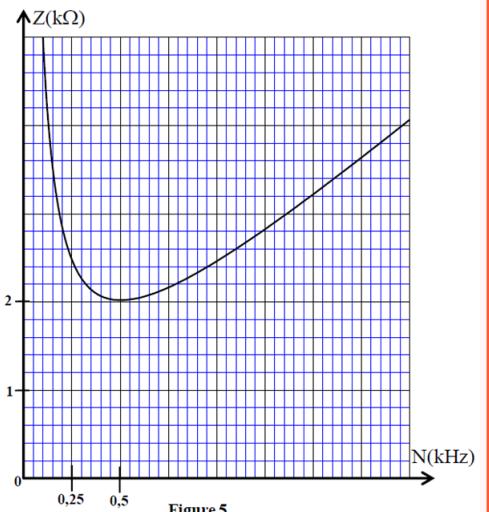
1. Choisir l'affirmation juste parmi les propositions suivantes :
 - (a) Le générateur (GBF) joue le rôle du résonateur.
 - (b) Les oscillations du circuit sont libres.
 - (c) φ représente le coefficient de puissance.
 - (d) L'expression du coefficient de qualité est $Q = \frac{N_0}{\Delta N}$.
2. Déterminer la valeur de U_m , de L_0 et celle de r_0 .
3. Déterminer la valeur de la puissance électrique moyenne consommée dans le circuit à la résonance.

Exercice 10 : Oscillateur RLC en régime forcé (SM 2018 N)

On réalise un circuit RLC série comprenant :

- Un générateur délivrant une tension alternative sinusoïdale $u(t)$ de tension efficace constante et de fréquence N réglable ;
- Un conducteur ohmique de résistance $R_3 = 1980\Omega$;
- Une bobine (b) d'inductance $L = 0,3H$ et de résistance interne $r = 20\Omega$;
- Un condensateur de capacité C_1 .

L'étude expérimentale a permis de tracer la courbe représentant les variations de l'impédance Z du dipôle RLC en fonction de la fréquence N (figure 5). On prendra : $\sqrt{2} = 1,4$ et $\pi^2 = 10$.



1. Déterminer la fréquence de résonance.
2. Calculer la capacité C_1 du condensateur.
3. On note I_0 la valeur maximale de l'intensité efficace I du courant dans le circuit. Pour $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$, trouver la relation entre l'impédance Z du circuit, R_3 et r . Déduire graphiquement la largeur de la bande passante à -3dB.

Exercice 11 : (SM 2019 N)

Le montage électrique schématisé sur la figure 1 comporte :

- Un générateur GBF délivrant une tension alternative sinusoïdale de fréquence N variable et d'amplitude constante $U_m = 100V$
- Un condensateur de capacité $C = 120nF$;
- Un conducteur ohmique de résistance R variable ;
- Une bobine d'inductance L variable et de résistance négligeable :
- Un ampèremètre.

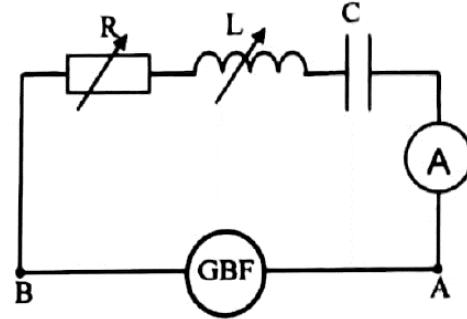
On alimente un circuit, formé par la bobine, le résistor et l'un des deux condensateurs précédemment utilisées, par un (figure 3).

On ajuste l'inductance $L_1 = 2,5mH$ et la résistance R sur une valeur R_1 .

Pour une fréquence N_0 , la valeur efficace de l'intensité du courant est maximale : $I_0 = 0,71A$.

Pour les fréquences $N_1 = 6,54kHz$ et $N_2 = 12,90kHz$, cette intensité est $I_{eff} = 0,50A$.

1. Déterminer la fréquence N_0 .
2. Vérifier que N_1 et N_2 délimitent la bande passante à -3dB. et déduire la valeur du facteur de qualité Q .
3. Calculer la valeur de R_1 .
4. Calculer, à la résonance, la puissance moyenne dissipée par effet Joule.

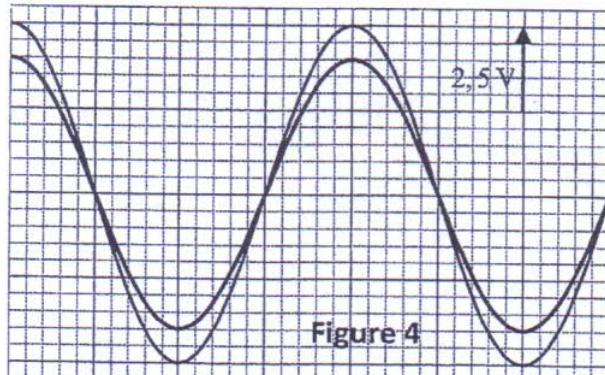
**Figure 3****Exercice 12 : Etudes des oscillations forcées dans un circuit RLC série (SM 2019 R)**

On réalise un circuit électrique composé des éléments suivantes montés en série :

- Un générateur de basse fréquence (GBF) qui délivre une tension sinusoïdale $u(t)$ de fréquence N réglable et de tension maximale constante,
- Un condensateur de capacité C ;
- Une bobine (b) d'inductance $L = 0,2H$ et de résistance $r = 10\Omega$;
- Un conducteur ohmique de résistance $R = 40\Omega$

On fixe la fréquence du (GBF) sur une valeur N_0 puis on visualise, à l'aide d'un système d'acquisition informatique adéquat, la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique et la tension $u(t)$ aux bornes du générateur. On obtient l'oscilloscopogramme représenté sur la figure 4

1. schématiser le montage expérimental et les connexions du système d'acquisition informatique (les connexions du systèmes d'acquisition au circuit sont identiques à celle de l'oscilloscope).
2. Vérifier la valeur de la résistance r de la bobine.
3. Calculer la puissance électrique moyenne P_0 dissipée par effet Joule dans le circuit.

**Figure 4**

Exercice 13 : (SM 2020 N)

On alimente le circuit, formé par les dipôles :

- Un conducteur ohmique de résistance réglable R ;
- Un condensateur de capacité $C = 2,5\mu F$ initialement déchargé ;
- Un interrupteur K ;
- Une bobine (b) d'inductance $L = 0,1H$ et de résistance $r = 12\Omega$.

Par un générateur GBF délivrant une tension alternative sinusoïdale $u(t) = U_m \cos(2\pi.N.t + \varphi)$ de fréquence N variable (figure 4).

L'intensité du courant passant dans le circuit s'écrit : $i(t) = I_m \cos(2\pi.N.t)$. On ajuste la résistance R sur la valeur R_2 .

On visualise, à l'aide d'un système d'acquisition informatique adéquat, la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique sur la voie Y_A et la tension $u(t)$ aux bornes du générateur sur la voie Y_B .

On obtient l'oscilloscopogramme représenté sur la figure 5.

1. Déterminer l'intensité indiquée par l'ampèremètre sachant que l'impédance du circuit mesurée est $Z \simeq 390,4\Omega$.
2. Calculer la valeur de R_2 .
3. Ecrire l'expression numérique de la tension $u(t)$.

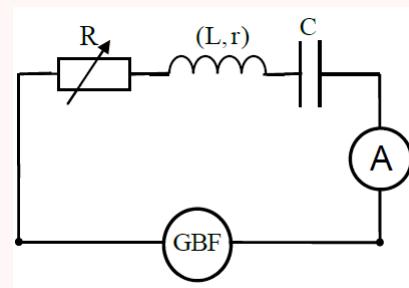


Figure 4

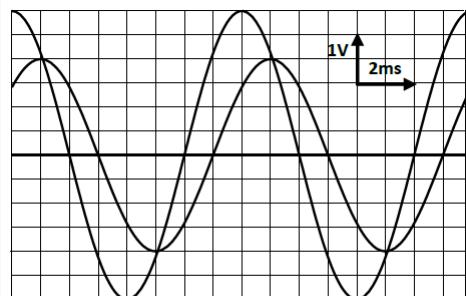


Figure 5

Exercice 14 : (SM 2021 R))

On réalise un circuit RLC série comprenant :

- Un générateur délivrant une tension alternative sinusoïdale $u(t)$ de tension efficace constante $U = 6,25V$ et de fréquence N réglable ;
- Un conducteur ohmique de résistance R variable ;
- Une bobine (b) d'inductance $L = 1H$ et de résistance $r = 6\Omega$;
- Un condensateur de capacité $C =$

L'étude expérimentale a permis de tracer, pour deux valeurs de la résistance R (R_1 puis R_2), la courbe de résonance en intensité du dipôle RLC série, $I = f(N)$ avec I étant l'intensité efficace du courant et N la fréquence des oscillations. On obtient ainsi les courbes (a) et (b) de la figure 5.

1. Associer, en justifiant, la résistance correspondante à la courbe (b).
2. Déterminer graphiquement la fréquence de résonance du circuit RLC.
3. Dans le cas de la courbe (b), déterminer graphiquement la largeur de la bande passante -3dB et déduire le facteur de qualité Q du circuit.
4. Trouver la valeur de la résistance R_1 .

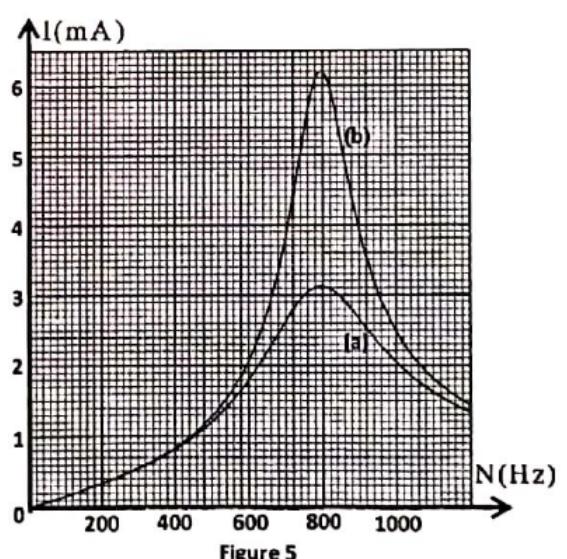


Figure 5

Modulation et démodulation d'amplitude

Exercice 1 : (SM 2009 N)

Étude du Rôle du dipôle RC dans le circuit du détecteur de crêtes d'un récepteur d'ondes électromagnétiques.

On utilise le résistor (D) de résistance $R = 100\Omega$ et le condensateur (c) de capacité $C = 10\mu F$, dans le détecteur de crêtes correspondant à l'un des étages du circuit représenté par la figure 3, pour détecter les crêtes de la tension modulée en amplitude d'expression :

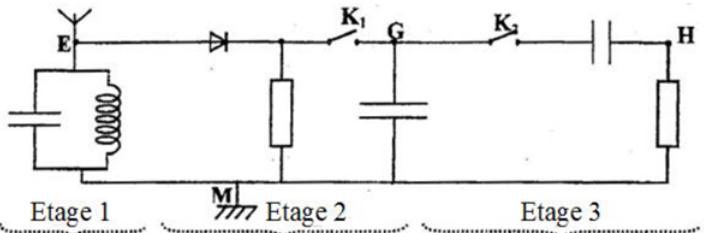
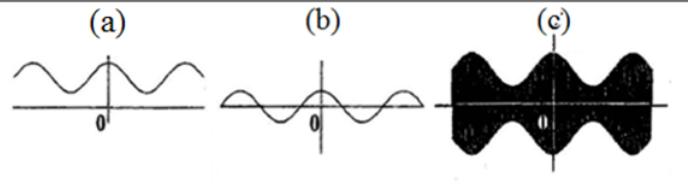
$$u(t) = K[0,5\cos(10^3\pi t) + 0,7\cos(10^4\pi t)]$$


Figure 3

1. Indiquer, à l'aide de la figure 3, l'étage correspondant au détecteur de crêtes.
2. Montrer que le dipôle RC permet une bonne détection de crêtes.
3. Les deux interrupteurs K_1 et K_2 sont fermés, les courbes obtenus successivement sur l'écran d'un oscilloscope Représentent les variations des tensions u_{EM} , u_{GM} et u_{HM} . Indiquer en justifiant, la courbe correspondant à la sortie du détecteur de crêtes.



Exercice 2 : communication par les ondes électromagnétiques (SM 2010 R)

Lors d'une communication , la voix est convertie en signal électrique par un microphone, grâce à un système de conversion numérique et d'amplification.

Le signal électrique est porté par une onde porteuse qui après amplification est émise vers l'antenne la plus proche.

L'antenne transmet le signal à une station base qui l'envoie alors à une centrale, par ligne téléphonique conventionnelle ou par les ondes électromagnétiques.

De là sont acheminées les conversations vers le téléphone du destinataire .

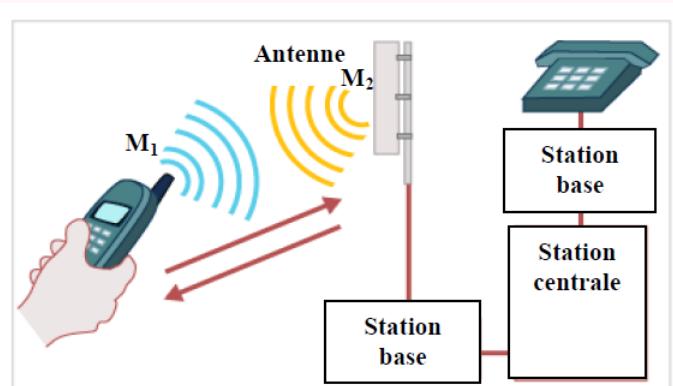


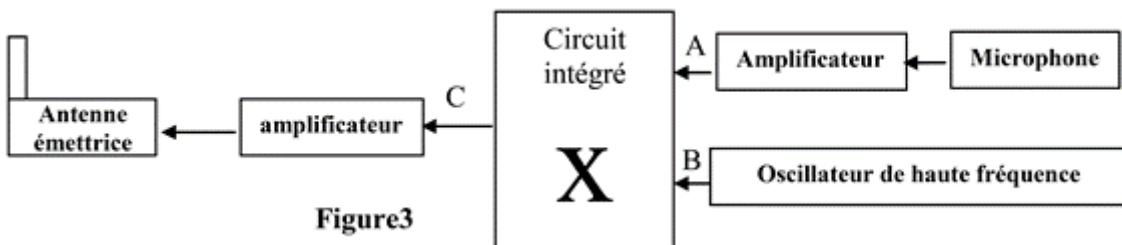
Figure 2

1. Émission d'une onde électromagnétique par un portable

Les ondes électromagnétiques sont utilisées par la télévision , La radio et les radars. Si bien que la gamme de fréquence restant pour les portables sont de plus en plus restreints : l'une d'entre elles s'étend de 900 à 1800 MHz.

Données : La célérité des ondes électromagnétiques dans le vide et dans l'air : $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$; $1 \text{ MHz} = 10^6 \text{ Hz}$.

- 1.1. Calculer la durée que met une onde électromagnétique de fréquence $f=900\text{MHz}$ pour parcourir la distance $M_1M_2 = 1\text{km}$ séparant le téléphone et l'antenne, figure (2).
- 1.2. Que signifie l'expression «l'air est un milieu dispersif pour les ondes électromagnétiques» ?
- 1.3. On peut représenter la chaîne d'émission par le schéma de la figure (3).



En quel point A ou B ou C de la figure (3) trouve-t-on :

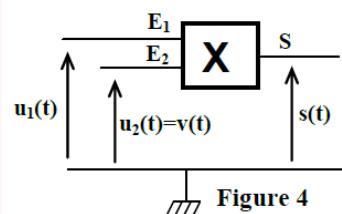
- L'onde porteuse ?
- Le signal modulant ?

2. Modulation d'amplitude

Le circuit de modulation est constitué d'un composant nommé multiplieur qui possède deux entrées E_1 et E_2 et une sortie S , figure (4).

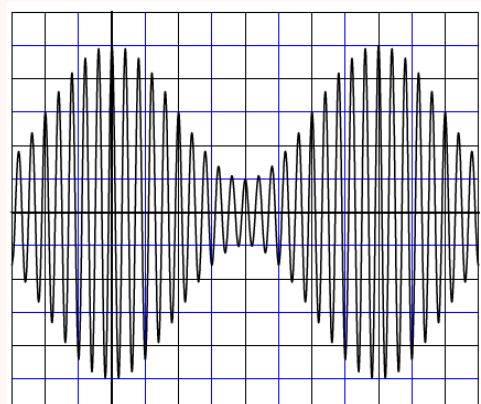
Pour simuler la modulation d'amplitude , on applique :

- à l'entrée E_1 le signal $u_1(t) = u(t) + U_0$ dont $u(t) = U_m \cos(2\pi.f.t)$ est le signal modulant et U_0 tension continue de décalage.
- à l'entrée E_2 le signal porteur $u_2(t) = v(t) = V_m \cos(2\pi.F.t)$.



Le circuit intégré X donne une tension modulée proportionnelle au produit des deux tensions, $s(t) = k.u_1(t).u_2(t)$ où k est une constante dépendant uniquement du circuit intégré.
 $s(t)$ s'écrit sous la forme : $s(t) = S_m \cos(2\pi F t)$

- 2.1. Montrer que S_m , amplitude du signal modulé, peut se mettre sous la forme $S_m = A[m \cos(2\pi f t) + 1]$ en précisant l'expression du taux de modulation m et celle de la constante A .
- 2.2. Le graphe représenté sur la figure (5) donne l'allure de la tension modulée en fonction du temps. Déterminer à partir de ce graphe :



Sensibilité verticale : 1V/div
Sensibilité horizontale : 0,25 ms/div

Figure 5

- La fréquence F de l'onde porteuse .
- La fréquence f du signal modulant .
- L'amplitude minimale $S_{m(min)}$ et l'amplitude maximale $S_{m(max)}$ du signal modulé.
- Donner l'expression du taux de modulation en fonction de $S_{m(min)}$ et $S_{m(max)}$. Calculer la valeur de m .
- La modulation effectuée est – elle de bonne qualité ? Justifier .

Exercice 3 : Circuit d'accord (SM 2011 R)

On réalise un circuit d'accord pour l'utiliser dans le dispositif de réception des ondes électromagnétiques en utilisant une bobine d'inductance $L = 8,7 \times 10^{-2} H$ et de résistance négligeable et le condensateur (C) de capacité C réglable comme l'indique la figure (4). Calculer la valeur de C' sur laquelle on doit régler la capacité du condensateur (C) pour capter une station radio qui émet ses programmes sur la fréquence $F=540$ kHz.

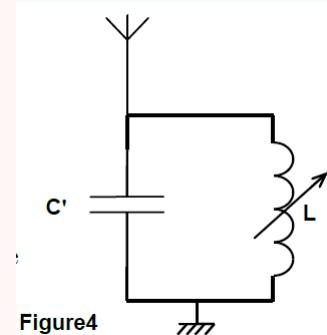


Figure 4

Exercice 4 : Émission et réception d'un signal modulé (SM 2012 N)

Pour transmettre un signal sinusoïdal $s(t)$ on utilise un multiplicateur.

On applique à l'entrée E_1 du multiplicateur un signal de tension $u(t) = s(t) + V_0$ avec V_0 la tension continue de décalage, et on applique à l'entrée E_2 une tension $p(t)$ d'une onde porteuse (figure 5).

On obtient à la sortie S du multiplicateur la tension modulée en amplitude $u_S(t)$ telle que :

$$u_S(t) = A[1 + 0,6\cos(10^4\pi.t)].\cos(2.10^5\pi.t).$$

1. Montrer que la modulation d'amplitude obtenue est bonne .

2. La démodulation d'amplitude est réalisée à l'aide du montage de la figure 6.

La partie 1 du montage comprend la bobine (b') et un condensateur de capacité C_0 réglable entre les deux valeurs $6.10^{-12} F$ et $12.10^{-12} F$. Le conducteur ohmique utilisé dans la partie 2 du montage a une résistance $R_1 = 30k\Omega$.

- Montrer que l'utilisation de la bobine (b') dans le montage permet à la partie 1 du montage de sélectionner le signal $u_S(t)$.
- On veut obtenir une bonne détection d'enveloppe en utilisant l'un des condensateurs de capacités : 10 nF ; 5 nF ; $0,5 \text{ nF}$; $0,1 \text{ nF}$. Déterminer la capacité du condensateur qui convient

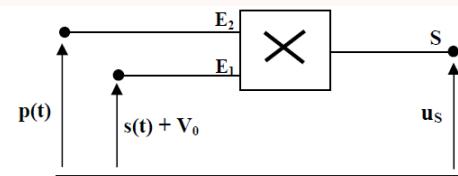
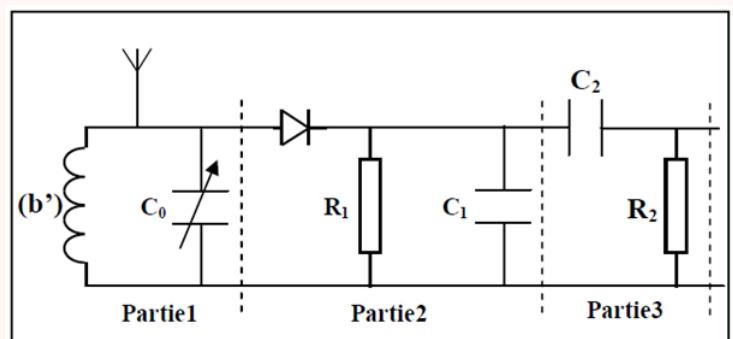


Figure 5

**Exercice 5 : Transmission des signaux sonores (SM 2013 R)****1. Modulation**

Les ondes sonores audibles ont une faible fréquence , leur transmission à des longues distances nécessite qu'elles soient modulées à une onde électromagnétique de haute fréquence. Cet exercice vise à étudier la modulation et la démodulation.

On considère le montage représenté dans la figure 4 :

- Le générateur (*GBF*)₁ applique à l'entrée E_1 de la composante électronique X une tension sinusoïdale

$$u_1(t) = P_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot t}{T_p}\right)$$

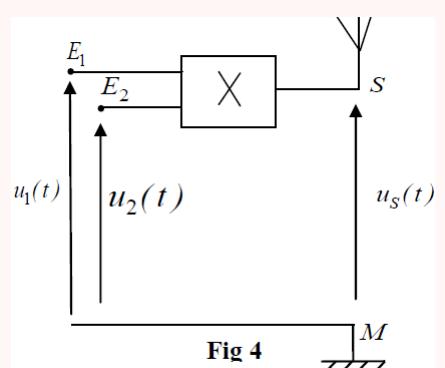


Fig 4

- Le générateur (*GBF*)₂ applique à l'entrée E_2 de la composante électronique X une tension sinusoïdale $u_2(t) = U_0 + s(t)$, avec U_0 la composante continue de la tension et $s(t) = S_m \cos\left(\frac{2\pi \cdot t}{T_s}\right)$ la tension correspondante à l'onde qu'on désire transmettre.

On visualise sur l'écran d'un oscilloscope la tension de sortie $u_s(t) = k \cdot u_1(t) \cdot u_2(t)$ avec k constante positive caractérisant la composante X, fig 5

- Montrer que l'expression de la tension $u_s(t)$ s'écrit sous la forme :

$$u_s(t) = A \cdot \left[1 + m \cos\left(\frac{2\pi t}{T_0}\right) \right] \cos\left(\frac{2\pi \cdot t}{T_p}\right).$$

et préciser l'expression de A et celle de m .

- Calculer la valeur de m et déduire la qualité de la modulation.

2. Démodulation

La figure 6 représente le montage utilisé dans un dispositif de réception constitué de trois parties.

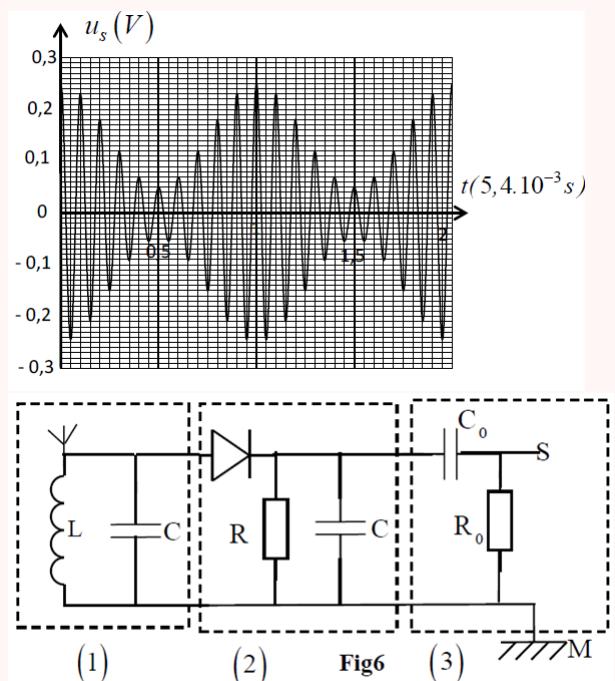
- Préciser le rôle de la partie 3 dans ce montage.

- Déterminer la valeur du produit L.C pour que la sélection de l'onde soient bonne.

- Montrer que l'intervalle auquel doit appartenir la valeur de la résistance R pour une bonne Détection de l'enveloppe de la tension modulante dans ce montage est :

$$\frac{4\pi^2 \cdot L}{T_p} \ll R < \frac{4\pi^2 \cdot L \cdot T_s}{T_p^2}$$

Calculer les bornes de cet intervalle sachant que $L = 1,5 \text{ mH}$.



Exercice 6 : Modulation d'amplitude d'un signal sinusoïdal (SM 2015 N)

Afin d'obtenir un signal modulé en amplitude, on utilise un circuit intégré multiplieur X (fig.6).

On applique à l'entrée :

- E_1 : la tension $u_1(t) = s(t) + U_0$ avec $s(t) = S_m \cos(2\pi f_s t)$ représentant le signal informatif et U_0 une composante continue de la tension.
- E_2 : une tension sinusoïdale représentant la porteuse $u_2(t) = P_m \cos(2\pi f_p t)$.

La tension de sortie $u_s(t)$ obtenue est $u_s(t) = k \cdot u_1(t) \cdot u_2(t)$;

k est une constante qui dépend du circuit intégré X.

Rappel : $\cos(a) \cdot \cos(b) = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$

- Montrer que $u_s(t)$ s'écrit sous la forme :

$$u_s(t) = \frac{A \cdot m}{2} \cos(2\pi f_1 t) + A \cdot \cos(2\pi f_2 t) + \frac{A \cdot m}{2} \cos(2\pi f_3 t)$$

où m est le taux de modulation et A une constante.

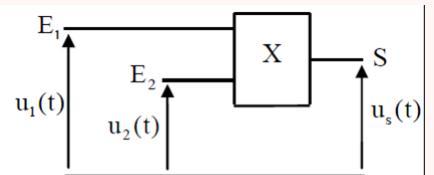
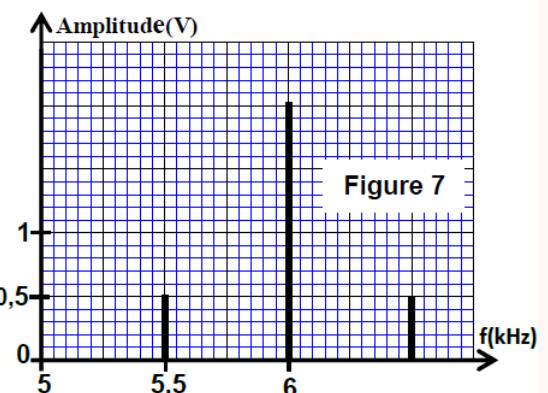


Figure 6



2. La figure 7 représente le spectre de fréquences formé de trois raies de la tension modulée $u_s(t)$. Déterminer m et la fréquence f_s . La modulation est-elle bonne ?
3. Pour une bonne réception du signal modulée, on utilise un circuit bouchon(circuit d'accord) formé d'une bobine d'inductance $L_0 = 60mH$ et de résistance négligeable et de deux condensateurs, montés en série, de capacité $C = 10\mu F$ et C_0 . Déterminer la valeur de C_0 .

Exercice 7 : Étude de la qualité d'une modulation d'amplitude (SM 2016 R)

La modulation d'amplitude est obtenue en utilisant un circuit intégré multiplieur .

On applique à l'entrée E_1 du circuit intégré multiplieur une tension $p(t)$ qui correspond au signal porteur, et à l'entrée E_2 la tension $s(t) + U_0$ avec $s(t)$ la tension correspondant au signal modulant à transmettre et U_0 la composante continue (figure 4).

On obtient à la sortie S du circuit la tension $u(t)$ correspondant au signal modulé en amplitude. L'expression de cette tension est : $u(t) = k.p(t).(s(t) + U_0)$ où $s(t) = S_m \cos(2\pi f_s t)$ et $p(t) = P_m \cos(2\pi f_p t)$ et k une constante qui caractérise le circuit intégré multiplieur.

1. La tension modulée en amplitude peut s'écrire

$$\text{sous la forme : } u(t) = A \left[\frac{m}{S_m} \cdot s(t) + 1 \right]$$

avec $A = k.P_m.U_0$ et $m = \frac{S_m}{U_0}$ le taux de modulation.

Trouver l'expression du taux de modulation en fonction de U_{max} et U_{min} avec U_{max} la valeur maximale de l'amplitude de $u(t)$ et U_{min} la valeur minimale de son amplitude.

2. Quand aucune tension n'est appliquée sur l'oscilloscope, les traces du spot sont confondues avec l'axe médian horizontal de l'écran. On visualise la tension $u(t)$ et on obtient l'oscillogramme de la figure 5.

- Sensibilité horizontale $20s.div^{-1}$;
- Sensibilité verticale : $1V.div^{-1}$.

Déterminer f_p , f_s et m .Que peut-on en déduire à propos de la qualité de la modulation ?

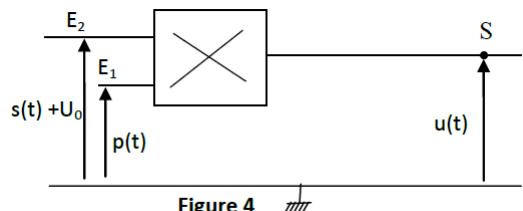


Figure 4

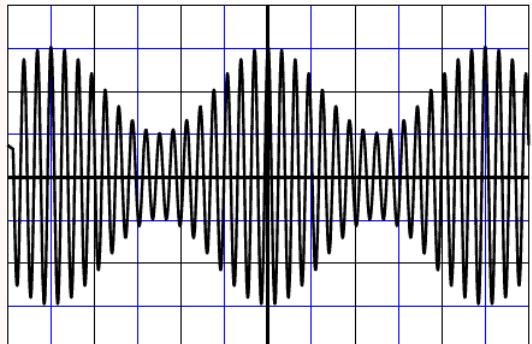


Figure 5

Exercice 8 : Réception d'une onde électromagnétique (SM 2017 N)

Pour capter une onde électromagnétique de fréquence $N_0 = 40kHz$ modulée en amplitude, on utilise le dispositif simplifié représenté sur la figure 6.

1. Choisir la proposition juste parmi les affirmations suivantes :
 - (a) La fréquence de l'onde porteuse est très petite devant celle de l'onde modulante.
 - (b) Le rôle de la partie 1 du dispositif est d'éliminer la composante continue.
 - (c) Le rôle des deux parties 2 et 3 du dispositif est de moduler l'onde.
 - (d) Dans une antenne réceptrice, l'onde électromagnétique engendre un signal électrique de même fréquence.
 2. On associe un condensateur de capacité C_0 avec une bobine d'inductance $L_0 = 0,781mH$ dans le circuit d'accord.
- Peut-on recevoir l'onde de fréquence $N_0 = 40kHz$ si $C_0 = C = 20nF$? justifier la réponse.

3. Pour détecter l'enveloppe de l'onde modulée, on utilise le condensateur de capacité $C = 20nF$ et le conducteur ohmique de résistance $R = 1k\Omega$. Pour avoir une bonne détection d'enveloppe, on monte en parallèle avec le condensateur de capacité C un autre condensateur de capacité C_2 .

Trouver l'intervalle de valeurs de C_x sachant que la fréquence de l'information émise est $N_i = 4kHz$.

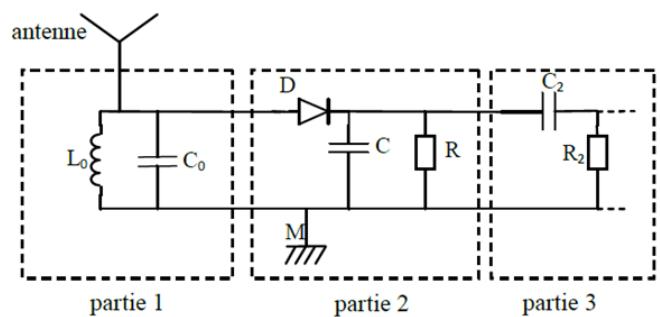


Figure 6

Exercice 9 : Modulation d'amplitude (SM 2018 R)

Afin de produire une onde hertzienne modulée en amplitude, on réalise le montage schématisé sur la figure 5, où X représente un circuit intégré multiplicateur. Le coefficient du circuit multiplicateur est k.

On applique à l'entrée E_1 la tension $u_1(t) = 6 \cdot \cos(4 \cdot 10^5 \pi \cdot t)$ et à l'entrée E_2 la tension $u_2(t) = 2 \cdot \cos(8 \cdot 10^3 \pi \cdot t) + 5$.

La tension de sortie $u_s(t)$ obtenue est $u_s(t) = k \cdot u_1(t) \cdot u_2(t) = 3[1 + 0,4 \cdot \cos(8 \cdot 10^3 \pi \cdot t)] \cdot \cos(4 \cdot 10^5 \pi \cdot t)$
Toutes les tensions sont exprimées en volt(V).

1. Déterminer la fréquence de l'onde porteuse.
 2. Choisir la réponse juste :
- L'amplitude maximale de l'onde modulée est :

a- 6V ; b- 4,2V ; c- 3V ; d- 1,8V ; e- 2V.

3. Les conditions d'une modulation d'amplitude de bonne qualité sont-elles vérifiées ? justifier.
4. Exprimer $u_s(t)$ sous forme de la somme de trois fonctions sinusoïdales et représenter le spectre de fréquences en choisissant l'échelle suivante : 1cm/V pour les amplitudes.

Rappel : $\cos(a) \cdot \cos(b) = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$.

5. Le circuit bouchon, constitué par une bobine d'inductance $L=0,6H$ et de résistance négligeable, et un condensateur de capacité $C = 2\mu F$, permet-il une bonne réception de l'onde modulée étudiée ? justifier la réponse.

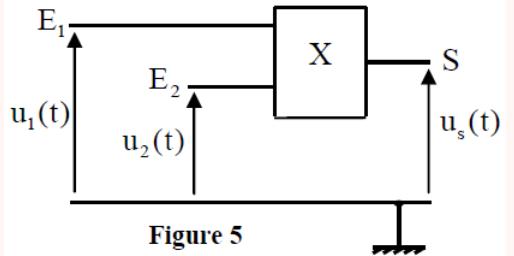


Figure 5

Exercice 10 : Réception d'une onde hertzienne (SM 2019 N)

Pour recevoir une onde hertzienne, on utilise un montage récepteur formé par une chaîne électronique constituée de plusieurs étages.

Après réception du signal modulé, on le démodule en reliant le circuit d'accord LC (circuit bouchon) avec le circuit de démodulation comme l'indique le montage de la figure 4.

1. Que signifie "démoduler le signal reçu" ?
2. Les graphiques (1), (2), (3) et (4) de la figure 5 représentent les tensions visualisées à l'aide d'un système adéquat :

- u_{PM} avec les deux interrupteurs K_1 et K_2 ouverts ;
- u_{QM} avec les deux interrupteurs K_1 et K_2 ouverts ;
- u_{SM} avec K_1 fermé et K_2 ouvert ;
- u_{TM} avec les deux interrupteurs K_1 et K_2 fermés ;

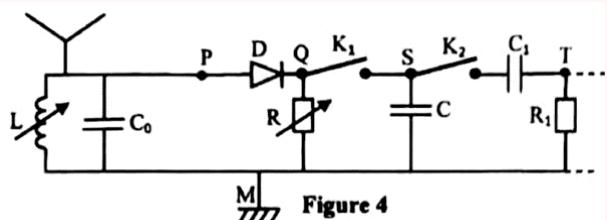


Figure 4

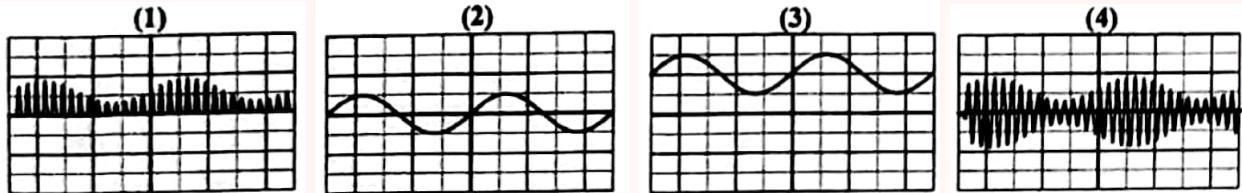


Figure 5

Associer, en justifiant, le graphe correspondant à u_{QM} et celui correspondant à u_{TM} .

Exercice 11 : Etude d'un signal modulé en amplitude (SM 2020 R)

Afin d'obtenir un signal modulé en amplitude, on utilise un circuit intégré multiplicateur X de constante caractéristique $k = 0,1V^{-1}$ (fig.4).

On applique à l'entrée :

- E_1 : la tension $v_p(t) = U_m \cos(2\pi \cdot 10^5 \cdot t)$
- E_2 : la tension $v_s(t) = s(t) + U_0$ avec
 $s(t) = S_m \cos(2\pi \cdot 10^3 \cdot t)$ et U_0 la tension de décalage.

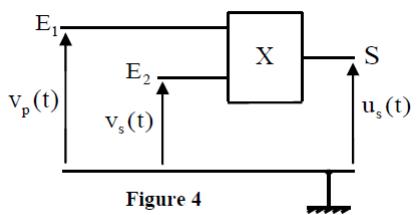


Figure 4

La tension de sortie $u_s(t)$ obtenue est : $u_s(t) = k(s(t) + U_0) \cdot v_p(t)$. $u_s(t)$ peut s'écrire sous la forme : $u_s(t) = A \left[\frac{m}{2} \cos(2\pi N_1 \cdot t) + \cos(2\pi F \cdot t) + \frac{m}{2} \cos(2\pi N_2 \cdot t) \right]$
avec $A = k \cdot U_m \cdot U_0$, $N_1 < F < N_2$, F est la fréquence de l'onde porteuse et m le taux de modulation.

1. Déterminer la valeur de N_1 et celle de N_2 .
2. Donner le taux de modulation m en fonction de S_m et U_0 .
3. On visualise la tension $s(t)$ sur l'entrée X de l'oscilloscope et la tension de sortie $u_s(t)$ sur l'entrée Y, et on élimine la base de temps (mode XY). On obtient ainsi l'oscillogramme de la figure 5 représentant $u_s(t)$ en fonction de $s(t)$.

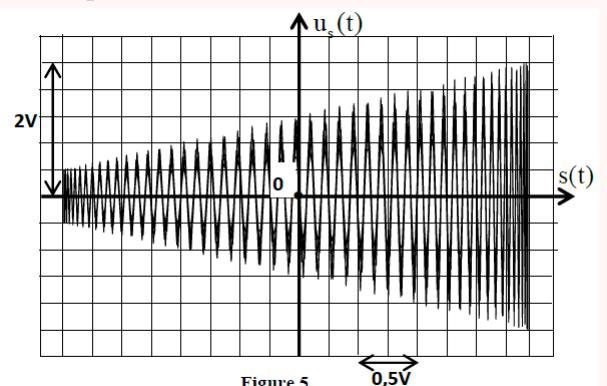


Figure 5

- 3.1. Déterminer graphiquement le taux de modulation m.
- 3.2. Déterminer les valeurs des tensions U_0 et U_m .

Exercice 12 : Modulation et démodulation d'amplitude d'une O.E.M (SM 2021 N)

On peut transmettre une information à grande distance, en modulant l'amplitude d'une onde électromagnétique qui se propage d'un émetteur à un récepteur.

L'émetteur doit assurer la production de l'onde électromagnétique et sa modulation pour porter le signal informatif. Quant au récepteur, il doit être conçu pour démoduler l'onde et récupérer le

signal informatif, fournissant du sens pour l'utilisateur. La modulation d'amplitude consiste à varier l'amplitude de l'onde porteuse au cours du temps selon l'évolution temporelle du signal informatif à transmettre.

Afin d'obtenir un signal modulé en amplitude, on utilise un circuit intégré multiplieur X (figure 4). On applique à l'entrée :

- E_1 : la tension $u_s(t) = s(t) + U_0$ avec $s(t) = S_m \cos(2\pi \cdot f \cdot t)$ représentant le signal informatif et U_0 la tension de décalage.
- E_2 : une tension sinusoïdale représentant la porteuse $u_2(t) = U_m \cos(2\pi \cdot F \cdot t)$.

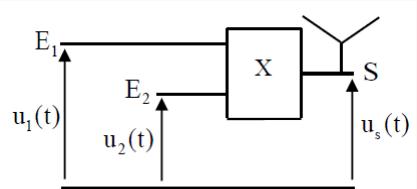


Figure 4

La tension de sortie $u_s(t)$ obtenue est $u_s(t) = k \cdot u_1(t) \cdot u_2(t)$; k est une constante qui dépend du circuit intégré X.

La tension de sortie $u_s(t)$ ainsi définie s'exprime par : $u_s(t) = S(t) \cos(2\pi \cdot F \cdot t)$ avec $S(t) = A \cdot [1 + m \cos(2\pi \cdot f \cdot t)]$.

Dans cette expression $S(t)$ est l'amplitude de la tension modulée et m le taux de modulation.

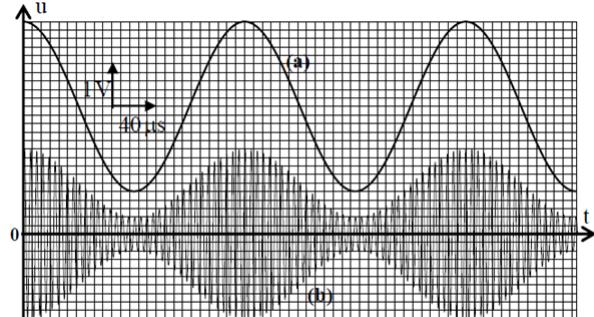


Figure 5

1. Un dispositif approprié permet de visualiser simultanément deux des tensions $u_1(t)$, $u_2(t)$ et $u_s(t)$. On observe ainsi les oscillogrammes (a) et (b) de la figure 5.

Indiquer, en justifiant, pour chacun des oscillogrammes de la figure 5, s'il correspond au signal modulant, au signal modulé ou à la porteuse.

2. En se basant sur les oscillogrammes de la figure 5, déterminer :
 - 2.1. La fréquence de la porteuse et celle du signal informatif.
 - 2.2. Le taux de modulation m .
3. Démodulation de l'onde

La figure 6 schématisé un constituant de récepteur radio lié au circuit de démodulation. Ce constituant est équivalent à la bobine (b) précédente d'inductance L et de résistance r associée au condensateur de capacité C variable.

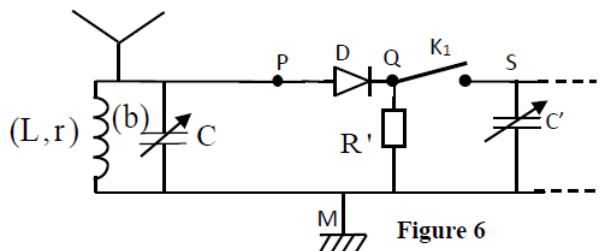


Figure 6

Le circuit formé par la bobine (b) et le condensateur est mis en vibration forcée par l'intermédiaire de l'antenne qui capte toutes les ondes émises par toutes les stations.

Pour écouter une seule station, il suffit d'accorder la fréquence propre du circuit à la fréquence de l'émetteur en régulant la capacité du condensateur.

- 3.1. Calculer la valeur à laquelle il faut ajuster la capacité C de l'élément récepteur pour que la fréquence propre soit $N_0 = 180 \text{ kHz}$.
- 3.2. Trouver alors l'intervalle des valeurs de la capacité C' pour avoir une bonne détection d'enveloppe sachant que la fréquence de l'information émise est $N_i = 5 \text{ kHz}$ et $R' = 100 \text{k}\Omega$.

Quatrième partie

Mécanique

Les lois de NEWTON

Exercice 1 : Amortisseurs et sécurité routière (SM 2009 N)

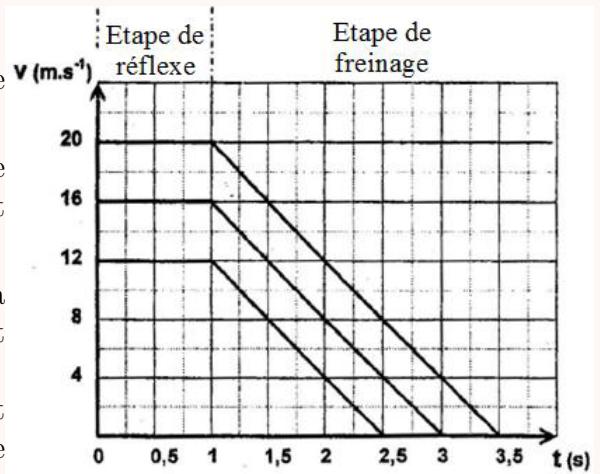
Test de freinage :

Des tests effectués dans une usine de fabrication de voitures, ont montré que :

- L'accélération d'une voiture au cours du freinage sur une route rectiligne, reste constant.
- La valeur de cette accélération est la même quelle que soit la vitesse de la voiture juste avant le début du freinage.

Les courbes de la figure, donnent ce type de tests, à partir de l'instant $t = 0$, auquel le conducteur perçoit un obstacle devant lui.

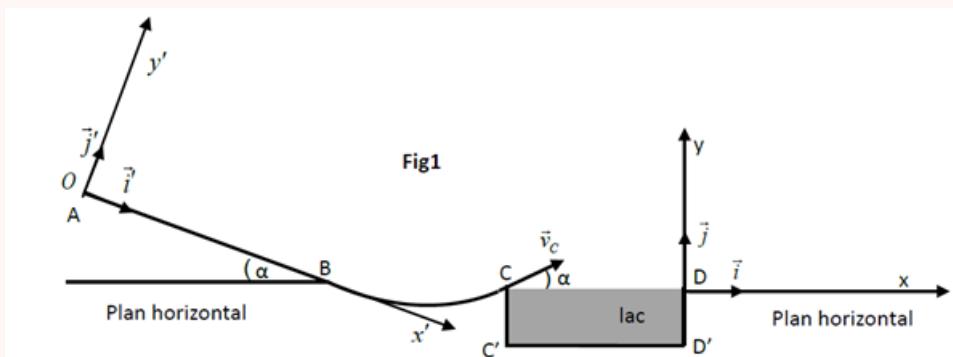
Entre l'instant de perception de l'obstacle et l'instant d'appui sur la pédale des freins, s'écoule une durée de (1s), et c'est la durée normale de reflexe.



1. Calculer, à partir du graphe (Figure), l'accélération de la voiture au cours du freinage.
2. En déduire le module de la somme des vecteurs forces appliquées sur la voiture au cours du freinage, sachant que sa masse est : $M = 1353 \text{ kg}$.
3. Si la vitesse de la voiture au début du freinage est 72 km.h^{-1} , calculer en exploitant le graphe ;
 - (a) La distance parcourue par la voiture au cours de la phase de freinage.
 - (b) La durée de la phase de freinage ;
4. Lors du mouvement de la voiture à la vitesse de 16 km.h^{-1} , le conducteur est surpris d'un obstacle à la distance de 35 m de l'avant de sa voiture. Montrer que le conducteur arrête la voiture avant d'heurter l'obstacle.

Exercice 2 : Étude du mouvement d'un skieur (SM 2014 N)

Un skieur veut s'exercer sur une piste modélisée par la figure 1. Avant de faire un premier essai, le skieur étudie les forces qui s'exercent sur lui lors du glissement sur la piste ABC.



Données

- Intensité de pesanteur $g = 9,8 \text{ m/s}^{-2}$.
- AB est un plan incliné d'un angle $\alpha = 20^\circ$ par rapport au plan horizontal passant par le point B.
- La largeur du lac C'D' = L = 15m.

On modélise le skieur et ses accessoires par un solide (S) de masse $m=80\text{kg}$ et de centre d'inertie G. On considère sur la partie AB que les frottements ne sont pas négligeables et on les modélise par une force constante.

Étude des forces appliquées sur le skieur entre A et B

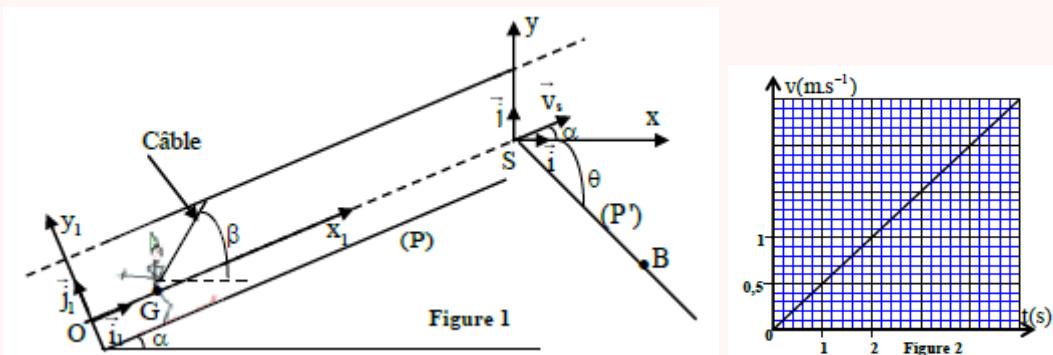
Le skieur part du point A d'abscisse $x_A = 0$ dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) sans vitesse initiale à un instant que l'on considère comme origine des temps $t=0\text{s}$ (Fig 1). Le skieur glisse sur le plan incliné AB suivant la ligne de la plus grande pente avec une accélération constante a et passe par le point B avec une vitesse $V_B = 20\text{m/s}$.

1. En appliquant la deuxième loi de Newton, trouver en fonction de α , a et g l'expression du coefficient de frottement $\tan\varphi$. Avec φ l'angle de frottement, défini par la normale à la trajectoire et la direction de la force appliquée par le plan incliné sur le skieur.
2. A l'instant $t_B = 10\text{s}$ le skieur passe par le point B, Calculer la valeur de l'accélération a . En déduire la valeur du coefficient de frottement $\tan\varphi$.
3. Montrer que l'intensité de la force \vec{R} exercée par le plan AB sur le skieur s'écrit sous la forme : $R = m.g.\cos(\alpha).\sqrt{1 + (\tan\varphi)^2}$. Calculer R.

Exercice 3 : mouvement du skieur sur un plan incliné. (SM 2018 R)

On étudie le mouvement du centre d'inertie G du skieur dans le repère $R(O, \vec{i}_1, \vec{j}_1)$ lié à un référentiel terrestre considéré galiléen (figure 1).

Pour atteindre le sommet S d'une piste (P) rectiligne inclinée d'un angle $\alpha = 23^\circ$ par rapport à l'horizontale, le skieur part du point O sans vitesse initiale à $t=0$. Il est accroché à un câble rigide faisant un angle $\beta = 60^\circ$ avec l'horizontale. Le câble exerce sur le skieur une force de traction \vec{F} constante dirigée selon la direction du câble (figure 1).



Durant toute cette phase, le skieur reste constamment en contact avec le sol. On note \vec{R}_T et \vec{R}_N respectivement les composantes tangentielle et normale de l'action du plan incliné sur le skieur avec $\|\vec{R}_T\| = k$. $\|\vec{R}_N\|$; k étant le coefficient de frottement solide et $\|\vec{R}_T\| = f = 80\text{N}$.

1. En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v du centre d'inertie G s'écrit : $\frac{dv}{dt} + \frac{f}{m} + g.\sin\alpha - \frac{F}{m}\cos(\beta - \alpha) = 0$.
2. La courbe de la figure 2 représente la variation de la vitesse v en fonction du temps.
 - Déterminer graphiquement la valeur de l'accélération du mouvement de G.
 - Déduire l'intensité de la force de traction \vec{F} .
3. Déterminer la valeur de k .

Chute verticale d'un corps solide

Exercice 1 : Chute verticale d'un solide (SM 2010 N)

Tout corps immergé dans un fluide est soumis à la poussée fluide, d'Archimète, et s'il est en mouvement de translation dans ce fluide il est soumis en plus à une force de frottement fluide.

Le but de cet exercice est d'étudier l'évolution de la vitesse de deux billes (a) et (b) en verre homogène de rayons différents en mouvement de translation dans une huile avec une vitesse relativement faible.

Données :

- Masse volumique du verre : $\rho = 2600 \text{ kg.m}^{-3}$;
- Masse volumique de l'huile : $\rho_0 = 970 \text{ kg.m}^{-3}$;
- Viscosité de l'huile : $\eta = 8,0 \cdot 10^{-2} \text{ N.m}^{-2} \cdot \text{s}$;
- Accélération de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.
- L'expression du volume d'une sphère de rayon r : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

On abandonne au même instant $t = 0$ les deux billes (a) et (b) à la surface d'une huile contenue dans un tube cylindrique vertical transparent. La hauteur d'huile dans le tube est $H = 1,00 \text{ m}$, figure(1)

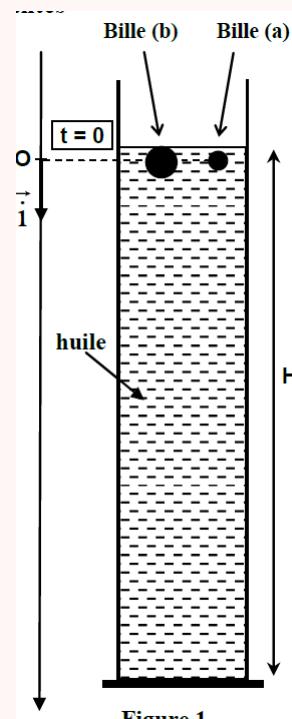


Figure 1

1. Étude du mouvement de la bille (a)

La bille (a) est soumise pendant son mouvement par rapport au repère (O, \vec{i}) lié à la terre aux forces :

- La poussée d'Archimète : $\vec{F} = -\rho_0 \cdot V \cdot g \cdot \vec{i}$
- La force de frottement fluide : $\vec{f} = -6\pi\eta r v \cdot \vec{i}$
- Son poids : $\vec{P} = m \cdot g \cdot \vec{i}$

On désigne par τ le temps caractéristique du mouvement de la bille (a) et on considère que la vitesse limite de la bille est atteinte au bout d'une durée de 5τ .

- 1.1. Établir l'équation différentielle $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = C$ du mouvement de la bille (a) et préciser les expressions de τ et de C . Calculer τ sachant que $r = 0,25 \text{ cm}$.
- 1.2. Calculer la valeur de la vitesse limite v_ℓ de la bille (a).

2. Étude comparative des mouvements des deux billes (a) et (b)

Le rayon de la bille (b) est $r' = 2r$.

- 2.1. Déterminer, en justifiant la réponse, la bille qui met plus de temps pour atteindre sa vitesse limite.
- 2.2. La distance parcourue au cours du régime transitoire par :
 - La bille (a) est $d_1 = 5,00 \text{ cm}$

— La bille (b) est $d_2 = 80,0\text{cm}$

On néglige r et r' devant H.

Calculer la durée qui sépare l'arrivée des deux billes (a) et (b) au fond du tube .

Exercice 2 : La chute verticale d'une bille métallique (SM 2011 N)

L'objectif de cet exercice est d'étudier le mouvement de chute verticale d'une bille métallique dans l'air et dans un liquide visqueux.

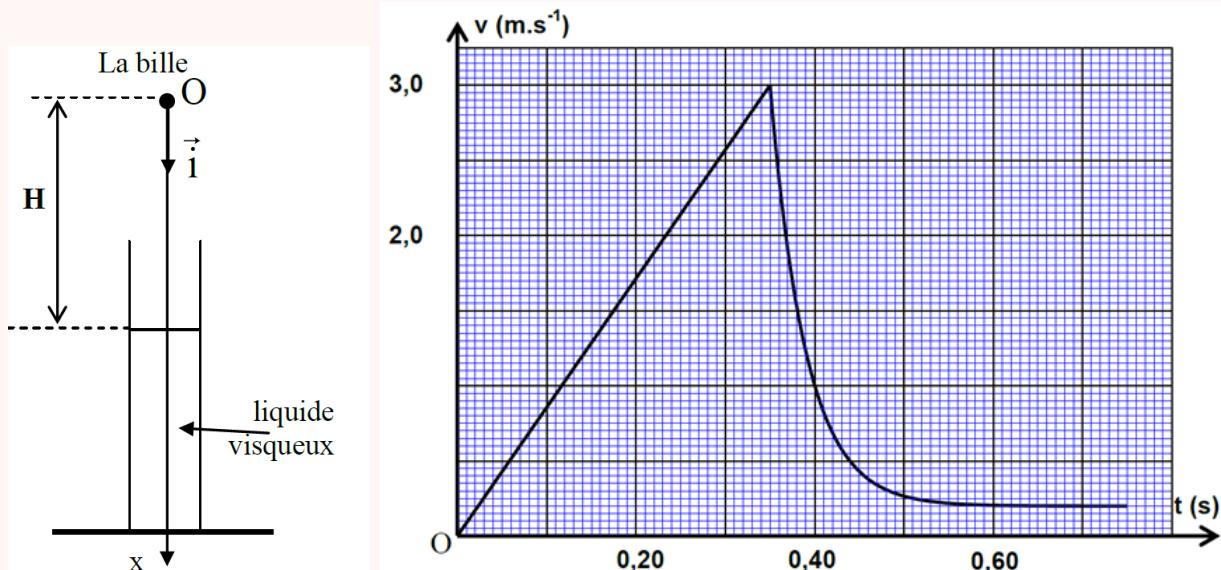
Donnée :

- La masse volumique de la bille : $\rho_1 = 2,70 \times 10^3 \text{kg.m}^{-3}$;
- La masse volumique du liquide visqueux : $\rho_2 = 1,26 \times 10^3 \text{kg.m}^{-3}$;
- Le volume de la bille : $V = 4,20 \times 10^{-6} \text{m}^3$
- Accélération de la pesanteur : $g = 9,80 \text{m.s}^{-2}$

A l'instant $t=0$ on libère la bille d'un point O confondu avec son centre d'inertie G.

Le point O se trouve à une hauteur H de la surface libre du liquide visqueux qui se trouve dans un tube transparent vertical (figure 1).

La courbe de la figure (2) représente l'évolution de la vitesse v du centre d'inertie G de la bille au cours de sa chute dans l'air et dans le liquide visqueux.



1. Étude du mouvement de la bille dans l'air.

On modélise l'action de l'air sur la bille au cours de sa chute par une force verticale \vec{R} d'intensité R constante. On néglige le rayon de la bille devant la hauteur H.

Le centre d'inertie de la bille atteint la surface libre du liquide visqueux à un instant t_1 avec une vitesse v_1 .

- 1.1. En appliquant la deuxième loi de Newton, exprimer R en fonction de V, ρ_1 , g, v_1 et t_1 .
- 1.2. En exploitant la courbe $v = f(t)$, calculer la valeur de R.

2. Étude du mouvement de la bille dans le liquide visqueux .

La bille est soumise pendant sa chute dans le liquide visqueux , en plus de son poids aux forces :

- Poussée d'Archimède : $\vec{F} = -\rho_2 \cdot V \cdot g \cdot \vec{i}$
- Force de frottement visqueux : $\vec{f} = -k \cdot v \cdot \vec{i}$, avec k constante positive.

On modélise l'évolution de la vitesse v du centre d'inertie de la bille, dans le système international des unités, par l'équation différentielle $\frac{dv}{dt} = 5,2 - 26.v$ (1)

- 2.1. Trouver l'équation différentielle littérale vérifiée par la vitesse v du centre d'inertie de la bille en fonction des données du texte.
- 2.2. En utilisant cette équation différentielle littérale et le graphe de la figure 2, vérifier que l'équation différentielle (1) est correcte.
- 2.3. En utilisant l'équation aux dimensions, déterminer la dimension de la constante k . Calculer la valeur de k .
- 2.4. sachant que la vitesse du centre d'inertie de la bille dans le liquide visqueux à un instant t_i est $v_i = 2,38 \text{ m.s}^{-1}$; établir à l'aide de la méthode d'Euler que l'expression de la vitesse de G à l'instant $t_{i+1} = t_i + \Delta t$ est : $v_{i+1} = (1 - 26 \cdot \Delta t) \cdot v_i + 5,20 \cdot \Delta t$ avec Δt le pas du calcul.
Calculer v_{i+1} dans le cas où $\Delta t = 5,00 \text{ ms}$.

Exercice 3 : Mouvement de chute d'un parachutiste (SM 2012 N)

Après un cours moment de son saut d'un avion, le parachutiste ouvre son parachute pour freiner son mouvement, ce qui lui permet d'arriver au sol en toute sécurité.

L'objectif de cette partie est l'étude du mouvement vertical d'un parachutiste après l'ouverture de son parachute.

Données :

- Masse du parachutiste et ses accessoires : $m = 100 \text{ kg}$
- On considère que l'accélération de la pesanteur est constante : $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

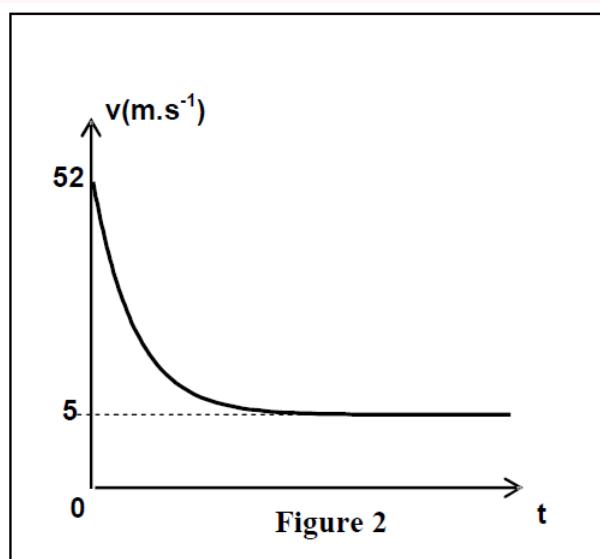
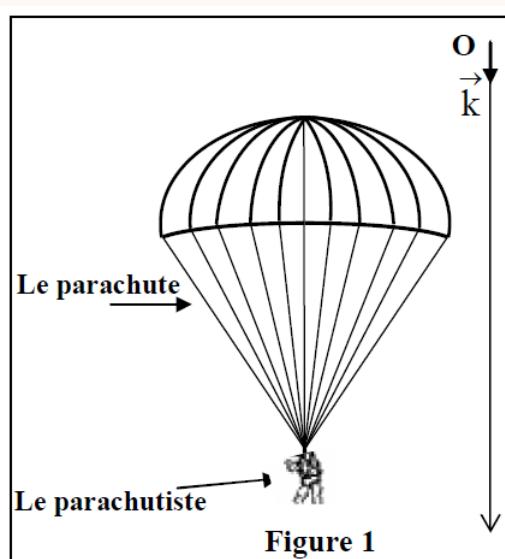
Un parachutiste accompagné de ses accessoires saute avec une vitesse initiale négligeable d'un hélicoptère immobile se trouvant à une hauteur h du sol. Le parachutiste ouvre son parachute au moment où sa vitesse atteint 52 m.s^{-1} à un instant considéré comme origine des dates. Le système (S) formé par le parachutiste et ses accessoires prend alors un mouvement de translation vertical.

On étudie le mouvement du système (S) dans un repère galiléen (O, \vec{k}) lié à la terre, vertical et orienté vers le bas (figure 1).

L'air exerce sur le système une force que l'on modélise, par une force de frottement d'intensité $f = k \cdot v^2$ avec k une constante et v la vitesse du parachutiste.

On néglige la poussée d'Archimède exercée par l'air.

La courbe de la figure 2 représente la variation de la vitesse v en fonction du temps après l'ouverture du parachute.



1. Montrer que l'équation différentielle que vérifie la vitesse v s'écrit sous la forme :

$\frac{dv}{dt} = g \cdot \left(1 - \frac{v^2}{\alpha^2}\right)$ en précisant l'expression de a en fonction de m , g et k .

2. Choisir la bonne réponse et justifier :

La grandeur a représente :

- (a) La vitesse du système (S) à l'instant $t=0$.
 - (b) L'accélération du mouvement du système (S) à l'instant $t=0$.
 - (c) La vitesse limite du système (S).
 - (d) L'accélération du mouvement du système (S) dans le régime permanent.
3. Déterminer la valeur de a . En déduire la valeur de k en précisant son unité dans le système international .
4. Pour tracer la courbe $v(t)$ de la figure 2 on peut utiliser la méthode d'Euler avec un pas de calcul Δt . Soient v_n la vitesse du parachutiste à l'instant t_n , et v_{n+1} sa vitesse à l'instant $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ telles que $v_{n+1} = -7,84 \cdot 10^{-2} \cdot v_n^2 + v_n + 1,96$ avec v_n et v_{n+1} en $m.s^{-1}$. Déterminer le pas Δt .

Exercice 4 : De l'étude de la chute libre à la chute avec frottement (SM 2013 N)

Newton a supposé que tous les corps ont même mouvement de chute quelque soit leur masses . Pour vérifier cette hypothèse Newton a réalisé l' expérience de chute dans un tube vide en utilisant des corps de masse et de forme différentes et en déduit que ce sont les forces de frottement fluides qui sont responsables de la différence des vitesses de chute des corps verre la Terre.

Ahmed et Myriam ont décidé de vérifier expérimentalement la déduction de Newton, pour cela ils ont utilisé deux billes en verre (a) et (b) ayant le même volume V et la même masse m .

Ils abandonnent les deux billes au même instant $t = 0$ et sans vitesse initiale d'une même hauteur h du sol (fig 1).

- Ahmed a lâché la bille (a) dans l'air ;
- Myriam a lâché la bille (b) dans un tube transparent contenant de l'eau de hauteur h (fig 1).

A l'aide d'un dispositif convenable Ahmed et Myriam ont obtenu les résultats suivants :

- La bille (a) atteint le sol à l'instant $t_a = 0,41s$;
- La bille (b) atteint le sol à l'instant $t_b = 1,1s$.

Données : accélération de la pesanteur $g = 9,80 m.s^{-1}$; $m = 6,0 \times 10^{-3} kg$; $V = 2,57 \times 10^{-6} m^3$; la masse volumique de l'eau $\rho = 1000 kg.m^{-3}$

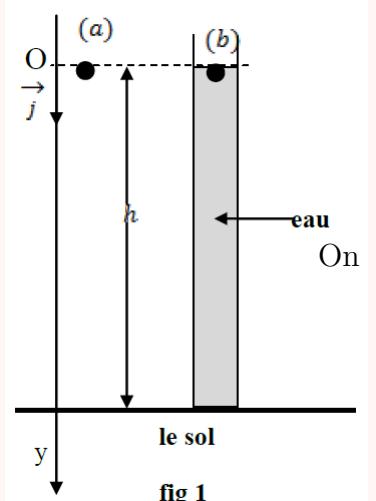
suppose que la bille (a) n'est soumise au cours de sa chute dans l'air qu'à son poids.

La bille (b) est soumise au cours de sa chute dans l'eau à :

- Son poids d'intensité $P = mg$;
- La poussée d'Archimète d'intensité $F_A = \rho \cdot V \cdot g$;
- La force de frottement fluide d'intensité $f = K \cdot v^2$ avec K une constante positive et v vitesse du centre d'inertie de la bille.

1. Étude du mouvement de la bille (a) dans l'air

- 1.1. Établir l'équation différentielle que vitrifie la vitesse du centre d'inertie de la bille (a) au cours de la chute.
- 1.2. Calculer la valeur de la hauteur h .



2. Étude du mouvement de la bille (b) dans l'eau

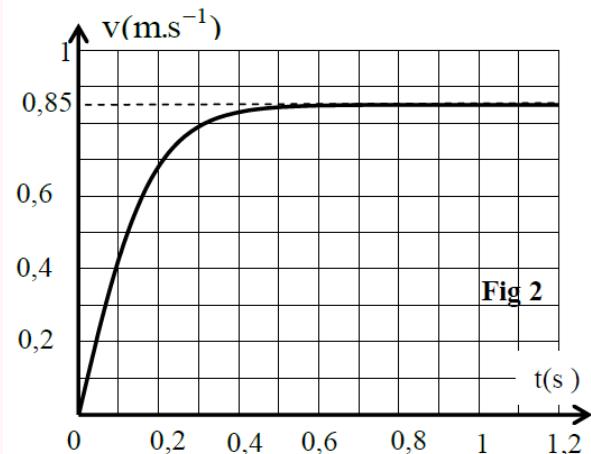
Myriam a enregistré à l'aide d'un dispositif convenable L'évolution de la vitesse de la bille (b) au cours du temps ; Elle a obtenu le graphe représenté dans la figure 2.

- 2.1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse du centre d'inertie de la bille (b) au cours de sa chute dans l'eau en fonction des données du texte.
- 2.2. A l'aide du graphe de la figure 2,déterminer la valeur de la constante K.
- 2.3. Trouver l'expression de l'accélération a_0 du centre d'inertie de la bille (b) à l'instant $t = 0$ en fonction de g , V , ρ et m . Déterminer le temps caractéristique du mouvement de la bille (b).

3. la différence entre les durées de chute

Ahmed et Myriam ont répété leur expérience dans les Conditions précédentes mais cette fois la hauteur d'eau dans le tube est $H = 2h$. Ahmed et Myriam ont libéré des deux billes (a) et (b) sans vitesse initiale au même instant $t = 0$ du même hauteur $H = 2h$.

- 3.1. Exprimer Δt qui sépare l'arrivée des deux billes (a) et (b) au sol en fonction de t_a , t_b , h et v .
- 3.2. Calculer la valeur de Δt



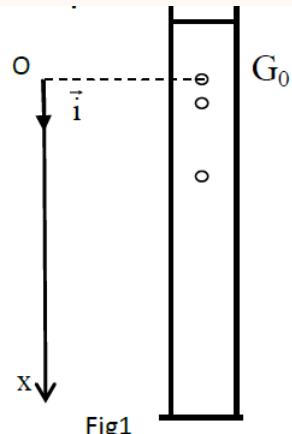
Exercice 5 : Étude du mouvement d'une bille dans un fluide visqueux (SM 2014 R)

On étudie le mouvement d'une bille en acier dans un fluide visqueux contenu dans une éprouvette graduée (fig 1).

La figure (1) donne une idée sur le montage utilisé sans tenir compte de l'échelle.

On libère la bille sans vitesse initiale à un instant $t = 0$ et au même instant commence la saisie des images par un webcam reliée à un ordinateur. La position instantanée du centre d'inertie G est repérée sur un axe vertical Ox orienté vers le bas et de vecteur unitaire \vec{i} ;fig (1). A $t=0$, le centre d'inertie G est au point G_0 d'abscisse $x=0$.

On représente à chaque instant le vecteur vitesse du centre d'inertie de la bille par $\vec{v} = v \cdot \vec{i}$.



L'analyse de la vidéo obtenue à l'aide d'un logiciel approprié permet de calculer à chaque instant t la vitesse v du centre d'inertie de la bille .La courbe de la figure 2 représente l'évolution de v au cours du temps.

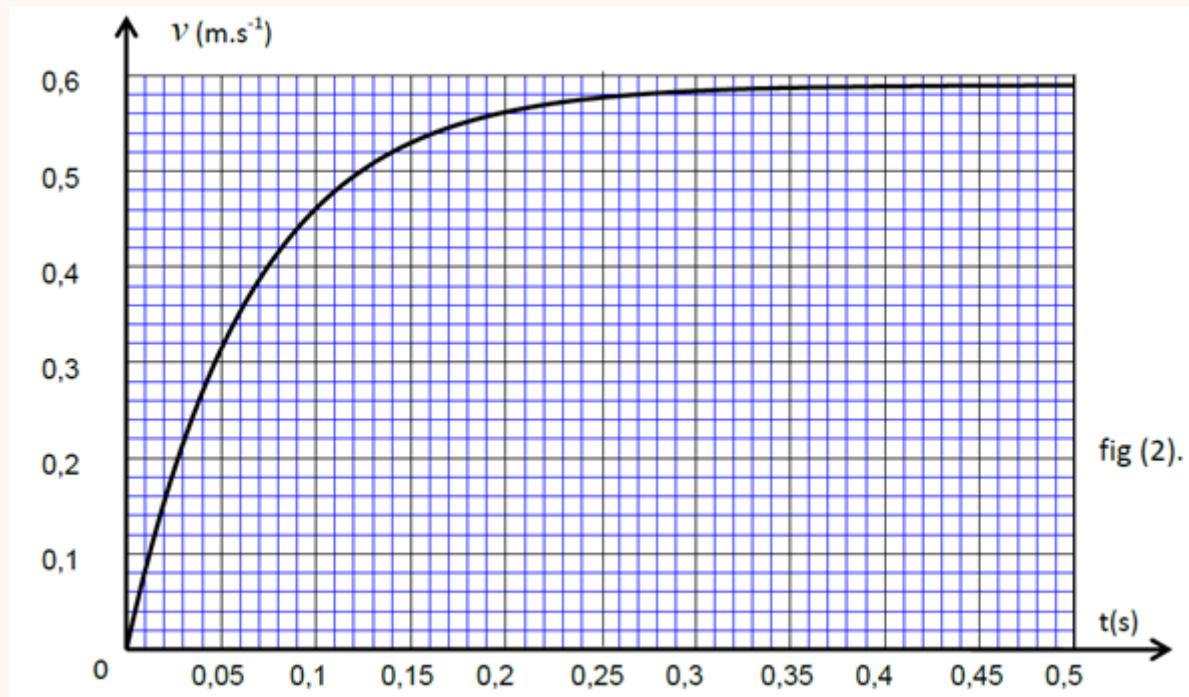
On représente par V et m respectivement le volume et la masse de la bille et par ρ_a et ρ_s respectivement la masse volumique de la bille et celle de du liquide visqueux et par g l'intensité de pesanteur.

Au cours de sa chute , la bille est soumise à :

- La force de frottement fluide : $\vec{f} = -h \cdot v \cdot \vec{i}$; h est le coefficient de frottement visqueux.
- La poussée d'Archimède : $\vec{F} = -\rho_s \cdot V \cdot \vec{g}$;
- Son poids : $\vec{P} = m \cdot \vec{g} = -\rho_a \cdot V \cdot \vec{g}$.

1. A l'aide de la courbe de la figure (2), montrer l'existence d'une vitesse limite et déterminer sa valeur expérimentale .

2. Représenter , sur un schéma sans échelle ,les vecteurs forces appliqués sur la bille en mouvement dans le fluide.
3. Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse $v(t)$ et montrer qu'elle, s'écrit sous la forme $\frac{dv}{dt} = -\frac{h}{m}.v + \alpha.g$ en précisant l'expression de α .
4. Vérifier que la fonction $v(t) = \alpha.g \cdot \frac{m}{h} \cdot \left[1 - e^{-\frac{h}{m} \cdot t} \right]$ est solution de cette équation différentielle.
5. Montrer ,à partir de l'équation différentielle ou à partir de sa solution l'existence d'une vitesse limite et calculer sa valeur et la comparer avec la valeur trouvée expérimentalement .
On donne : $m = 5,0g$; $g = 9,8m.s^{-2}$; $h = 7,60 \times 10^{-2}kg.s^{-1}$; $\alpha = 0,92$.
6. Déterminer à l'aide de l'analyse dimensionnelle l'unité de $\frac{m}{h}$ et déterminer sa valeur à partir de l'enregistrement.



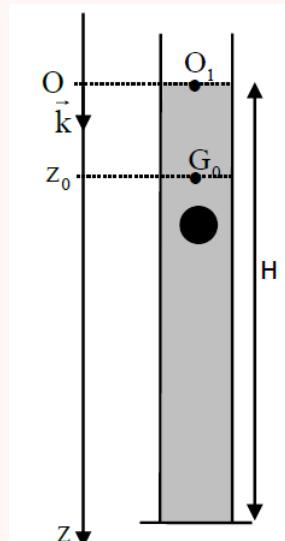
Exercice 6 : Étude de la chute verticale d'une bille avec frottement (SM 2015 N)

On se propose, dans cette partie, d'étudier le mouvement du centre d'inertie G d'une bille, homogène de masse m , dans une éprouvette remplie d'un liquide visqueux.

On repère la position de G à tout instant par la coordonnée z de l'axe vertical (O, \vec{k}) dirigé vers le bas. L'origine de l'axe est confondue avec le point O_1 de la surface libre du liquide.

A l'instant de date t_0 , prise comme origine des dates ($t = 0$), on lâche la bille sans vitesse initiale d'une position où G est confondu avec G_0 de coordonnée $z_0 = 3cm$. (figure ci-dessous).

Au cours de sa chute dans le liquide, la bille est soumise, en plus de son poids, à :



- La force de frottement fluide : $\vec{f} = -\lambda \cdot v \cdot \vec{k}$ où λ est le coefficient de frottement fluide et v la vitesse de G à un instant t ;
- La poussée d'Archimède : $\vec{F} = -\rho_\ell \cdot V_s \cdot \vec{g}$ où g est l'intensité de la pesanteur, V_s le volume de la bille et ρ_ℓ la masse volumique du liquide.

On prend : $g = 9,8m.s^{-2}$; $\frac{\lambda}{\rho_s \cdot V_s} = 12,4S.I$; $\frac{\rho_\ell}{\rho_s} = 0,15$

ρ_s est la masse volumique de la matière constituant la bille .

- Montrer que l'équation différentielle régissant la vitesse de G s'écrit :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{\lambda}{\rho_s \cdot V_s} \cdot v = g \left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_s}\right)$$

- Déterminer la valeur a_0 de l'accélération de G à l'instant $t_0 = 0$.
- Trouver la valeur v_ℓ de la vitesse limite du mouvement de G.
- Soient v_1 la valeur de la vitesse de G à l'instant $t_1 = t_0 + \Delta t$ et v_2 sa valeur à l'instant $t_2 = t_1 + \Delta t$ avec Δt le pas de calcul. En utilisant la méthode d'Euler, montrer que : $\frac{v_2}{v_1} = 2 - \frac{\Delta t}{\tau}$ où τ représente le temps caractéristique du mouvement : $\tau = \frac{\rho_s \cdot V_s}{\lambda}$. Calculer v_1 et v_2 . On prend $\Delta t = 8.10^{-3}s$.
- La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme : $v = v_\ell (1 - e^{-t/\tau})$; déterminer la valeur de la date t_ℓ à laquelle la vitesse de G atteint 99% de sa valeur limite.
- Trouver la distance d parcourue par la bille pendant le régime transitoire, sachant que la hauteur H du liquide dans l'éprouvette est $H = 79,6cm$ et que la durée du mouvement de la bille dans le liquide à partir de G_0 jusqu'au fond de l'éprouvette est $\Delta t_f = 1,14s$. (on considère que le régime permanent est atteint à partir de t et on néglige le rayon de la bille devant H).

Exercice 7 : Étude de la chute de deux boules dans l'air (SM 2016 N)

Galilée, homme de sciences italien, s'intéressa à l'étude de la chute de divers corps. Selon la légende, il aurait effectué cette étude en lâchant ces corps du sommet de la tour de Pise.

Pour vérifier certains résultats avancés par Galilée, on se propose d'étudier dans cette partie la chute dans l'air de deux boules ayant le même rayon et des masses volumiques différentes.

L'étude du mouvement de chaque boule s'effectue dans un repère $R(O, \vec{k})$ associé à un référentiel terrestre supposé galiléen. On repère, à chaque instant, la position du centre d'inertie de chacune des deux boules par la côte z sur l'axe vertical (O, \vec{k}) orienté vers le haut et dont l'origine est prise au niveau du sol (figure 1).

Chaque boule est soumise, durant sa chute, à son poids P et à la force de frottement fluide \vec{f} (On néglige la poussée d'Archimède devant ces deux forces).

On admet que l'intensité de la force \vec{f} s'écrit : $f = 0,22 \cdot \rho_{air} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot v_z^2$ où air ρ_{air} est la masse volumique de l'air, R le rayon de la boule et v_z la valeur algébrique de la vitesse du centre d'inertie G de la boule à un instant t .

Données :

- Le volume d'une boule de rayon R est $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$,
- L'intensité de la pesanteur $g = 9,8m.s^{-2}$,

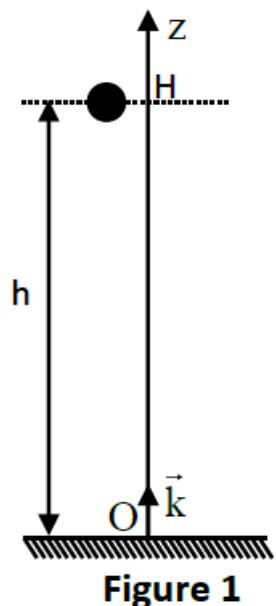


Figure 1

— La masse volumique de l'air $\rho_{air} = 1,3 \text{ kg.m}^{-3}$.

Cette étude est effectuée avec deux boules (a) et (b) homogènes ayant le même rayon $R = 6\text{cm}$ et des masses volumiques respectives $\rho_1 = 1,14 \times 10^4 \text{ kg.m}^{-3}$ et $\rho_2 = 94 \text{ kg.m}^{-3}$.

Les deux boules sont lâchées au même instant $t = 0$, sans vitesse initiale, du même plan horizontal auquel appartient le point H. Ce plan est situé à une hauteur $h = 69 \text{ m}$ du sol (figure 1).

- Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la vitesse z du centre d'inertie d'une boule s'écrit : $\frac{dv_z}{dt} = -g + 0,165 \cdot \frac{\rho_{air}}{R \cdot \rho_i} v_z^2$, où ρ_i désigne la masse volumique de la boule (a) ou (b).
- Déduire l'expression de la vitesse limite du mouvement d'une boule.
- Les courbes obtenues sur les figures 2 et 3 représentent l'évolution de la côte $z(t)$ et de la vitesse $v_z(t)$ du centre d'inertie G de chacune des deux boules, au cours de la chute.

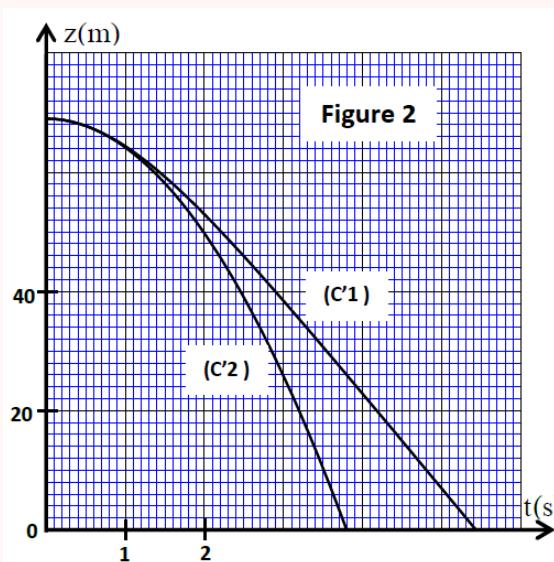


Figure 2

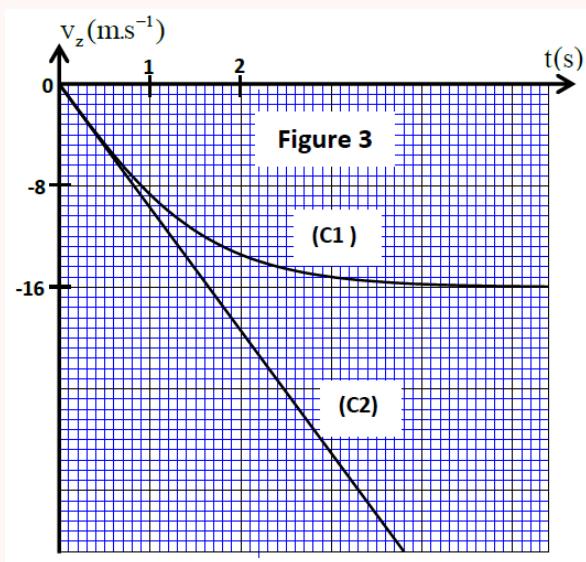


Figure 3

- Montrer, à l'aide de l'expression de la vitesse limite, que la courbe (C_1) correspond aux variations de la vitesse de la boule (b).
- Expliquer pourquoi la courbe (C'_2) correspond aux variations de la côte de la boule (a).
- Déterminer, à l'aide de la courbe (C_2) , la nature du mouvement de la boule (a) et écrire son équation horaire $z(t)$.
- Déterminer la différence d'altitude d entre les centres d'inertie des deux boules à l'instant où la première boule touche le sol (On néglige les dimensions des deux boules).
- Sachant que la valeur algébrique de la vitesse de la boule (b) à l'instant de date t_n est $v_{zn} = -11,47 \text{ m.s}^{-1}$, trouver, en utilisant la méthode d'Euler, la valeur de l'accélération a_{zn} du mouvement à l'instant de date t_n et la vitesse $v_{z(n+1)}$ à l'instant de date t_{n+1} . On prend le pas du calcul $\Delta t = 125 \text{ ms}$.

Exercice 8 : Étude du mvt d'un corps solide dans l'air et dans un liquide (SM 2018 N)

On trouve dans les piscines des plongeoirs à partir desquels chutent les baigneurs pour plonger dans l'eau.

Dans cette partie de l'exercice, on étudiera le mouvement d'un baigneur dans l'air et dans l'eau.

On modélise le baigneur par un corps solide (S) de masse m et de centre d'inertie G.

On étudie le mouvement du centre G dans un repère $R(O, \vec{k})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen (figure 1). Données : $m=80 \text{ kg}$; intensité de la pesanteur : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$. On prend $\sqrt{2} = 1,4$.

1. Étude du mouvement du centre G dans l'air

A l'instant de date t_0 , pris comme origine des dates ($t_0 = 0$), le baigneur se laisse chuter sans vitesse initiale d'un plongeoir. On considère qu'il est en chute libre durant son mouvement dans l'air. A la date t_0 le centre d'inertie G coïncide avec l'origine O du repère $R(O, \vec{k})$ ($z_G = 0$) et est situé à une hauteur $h = 10\text{m}$ au dessus de la surface de l'eau (figure 1).

- 1.1. Établir l'équation différentielle régissant la vitesse v_z du centre d'inertie G.
 - 1.2. Déterminer le temps de chute t_c de G dans l'air puis en déduire sa vitesse v_e d'entrée dans l'eau.
- 2. Étude du mouvement vertical du centre d'inertie G dans l'eau**

Le baigneur arrive avec la vitesse \vec{v}_e , de direction verticale, à l'entrée dans l'eau. Lorsqu'il est dans l'eau, il suit une trajectoire verticale où il est soumis à l'action de :

- Son poids \vec{P} ,
- La force de frottement fluide : $\vec{f} = -\lambda \cdot \vec{v}$ où λ est le coefficient de frottement fluide ($\lambda = 250\text{kg.s}^{-1}$) et v le vecteur vitesse de G à un instant t,
- La poussée d'Archimède : $\vec{F} = -\frac{m}{d} \cdot \vec{g}$ où g est l'intensité de la pesanteur et $d=0,9$ la densité du baigneur.

On considère l'instant d'entrée de (S) dans l'eau comme nouvelle origine des dates ($t = 0$).

- 2.1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v_z de G. On posera $\tau = \frac{m}{\lambda}$.
- 2.2. Déduire l'expression de la vitesse limite $v_{\ell z}$ en fonction de τ , g , et d . Calculer sa valeur.
- 2.3. La solution de l'équation différentielle est $v_z(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$, où A et B sont des constantes. Exprimer A en fonction de $v_{\ell z}$ et B en fonction de $v_{\ell z}$ et v_e .
- 2.4. Déterminer l'instant t_r auquel le mouvement du baigneur change de sens. (Le baigneur n'atteint pas le fond de la piscine).

Exercice 9 : Étude de la chute d'une bille (SM 2019 N)

Dans le champ de pesanteur, on abandonne à partir d'un point O, sans vitesse initiale à l'instant, $t = 0$, une petite bille (S) de masse m, (figure 1).

La bille est soumise à deux forces :

- Son poids \vec{P}
- La résistance de l'air que l'on modélise par la force $\vec{R} = -\lambda \cdot \vec{v}$, avec λ une constante positive et $\vec{v} = v \cdot \vec{k}$ le vecteur vitesse de la bille.

On étudie le mouvement de la bille dans un repère (O, \vec{k}) lié à un référentiel terrestre supposé galiléen.

Données : $m = 100\text{g}$, $g = 10\text{m.s}^{-2}$ (intensité de la pesanteur).

Le graphe de la figure 2 représente l'évolution, au cours du temps, de la vitesse de la bille.

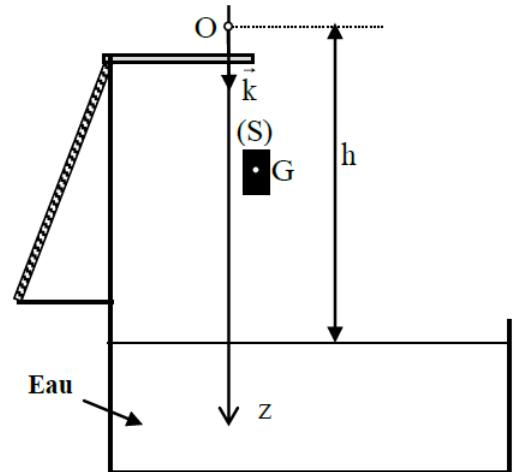
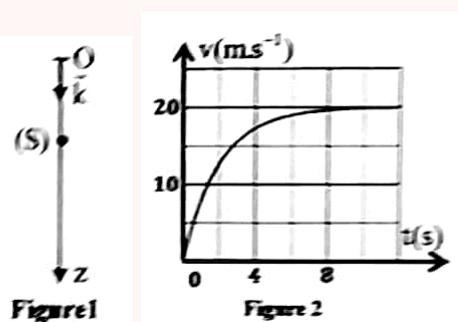


Figure 1

- Montrer que l'équation différentielle du mouvement de la bille vérifiée par la vitesse v s'écrit : $\frac{dv}{dt} + \frac{\lambda}{m} \cdot v = g$.
- Trouver la valeur de λ .
- comparer l'intensité de la résistance \vec{R} à celle du poids \vec{P} pendant la phase du régime transitoire et pendant la phase du régime permanent.
- On lance maintenant la bille du point O à l'instant $t = 0$, verticalement vers le bas, avec une vitesse $\vec{V}_0 = V_0 \cdot \vec{k}$ telle que $V_0 > v_L$ (v_L étant la vitesse limite du mouvement de la bille).



La solution de l'équation différentielle s'écrit : $v(t) = A + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ où A et B sont deux constantes et τ le temps caractéristique du mouvement.

Tracer l'allure de la courbe représentant l'évolution de vitesse $v(t)$ de la bille au cours de son mouvement.

Exercice 10 : Étude du mouvement d'un skieur (SM 2020 N)

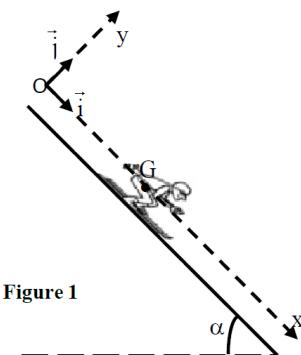
On étudie dans cette partie le mouvement d'un skieur sur un plan incliné dans deux cas :

- Premier cas** : la force de frottement fluide exercée par l'air est négligeable,
- Deuxième cas** : La force de frottement fluide exercée par l'air n'est pas négligeable.
Un skieur glisse sur une piste plane inclinée d'un angle $\alpha = 45^\circ$ par rapport au plan horizontal, selon la ligne de plus grande pente (Figure 1).

On modélise le skieur et ses accessoires par un système solide (S) de masse $m=75\text{kg}$ et de centre d'inertie G.

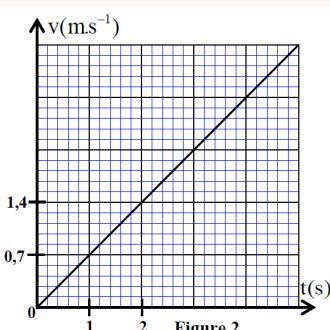
On étudie le mouvement de G dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) lié à un référentiel terrestre supposé galiléen. A l'instant $t = 0$, le skieur part sans vitesse initiale. A cet instant, G coïncide avec l'origine O du repère (O, \vec{i}, \vec{j}) (Figure 1).

On prendra l'accélération de la pesanteur : $g = 10\text{m.s}^{-2}$ et on négligera la poussée d'Archimède.



1. Premier cas :Mouvement du skieur sans frottement fluide

Le contact entre le plan incliné et le système (S) se fait avec frottement solide. La piste exerce sur le skieur une force \vec{R} ayant une composante tangentielle \vec{T} et une composante normale \vec{N} . Lors du mouvement du skieur, les intensités de \vec{T} et de \vec{N} sont liées par la relation $T = k \cdot N$ avec k une constante.



- En appliquant la deuxième loi de Newton, exprimer l'accélération du mouvement de G en fonction de g , α et k .

- La courbe de la figure 2, représente la variation de la vitesse v du centre d'inertie G en fonction du temps.

Déterminer graphiquement l'accélération du mouvement.

- Vérifier que $k \approx 0,9$.

2. Deuxième cas :Mouvement du skieur avec frottement fluide

En plus des mêmes forces exercées sur (S) dans le premier cas, (S) est soumis à des frottements

fluides dûs à l'air que l'on modélise par la force $\vec{F} = -\lambda \cdot \vec{v}$, où v est la vitesse du centre d'inertie G à un instant t et λ une constante positive de valeur $\lambda = 5 \text{ S.I.}$

- 2.1. En utilisant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle du mouvement de G s'écrit : $\frac{dv}{dt} + A.v + B = 0$ avec $\vec{v} = v\vec{i}$ et A et B deux constantes.
- 2.2. Déterminer la valeur de la vitesse limite v du mouvement.
- 2.3. En s'aidant du tableau ci-contre et en utilisant la méthode d'Euler, déterminer la vitesse v_2 du mouvement de (S). (le pas de calcul est $\Delta t = t_2 - t_1$).

$t(\text{s})$	$v(\text{m.s}^{-1})$	$a_G(\text{m.s}^{-2})$
$t_1 = 14$	$v_1 = 6,3$	a_1
$t_2 = 15,4$	v_2	a_2

Exercice 11 : Mvt de chute verticale d'une bille dans un liq visqueux (SM 2020 R)

Dans cette partie on étudie le mouvement du centre d'inertie G d'une bille sphérique homogène, de masse m et de rayon r , dans une huile contenue dans un tube.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans un repère (O, \vec{k}) lié à un référentiel terrestre considéré comme galiléen (figure 1).

On repère la position de G à tout instant par la cote z de l'axe vertical (O, \vec{k}) dirigé vers le bas. L'origine de l'axe est confondue avec le point O_1 .

A l'instant de date t_0 , prise comme origine des dates ($t_0 = 0$), on lâche la bille sans vitesse initiale du point O_1 (figure 1).

Au cours de sa chute dans l'huile, la bille est soumise, en plus de son poids, à :

- La force de frottement fluide : $\vec{f} = -6\pi\eta r v \vec{k}$ où η est la viscosité de l'huile, r le rayon de la bille et v la vitesse de G à un instant t ;
- La poussée d'Archimède : $\vec{F} = -\rho_\ell V_S \vec{g}$ où g est l'intensité de la pesanteur, V_S le volume de la bille et ρ_ℓ la masse volumique de l'huile.

Données :

- L'intensité de la pesanteur $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$,
- La masse volumique de l'huile : $\rho_\ell = 860 \text{ kg.m}^{-3}$;
- Le rayon de la bille : $r = 6,3 \text{ mm}$;
- La masse volumique de la matière constituant la bille : $\rho_S = 4490 \text{ kg.m}^{-3}$.

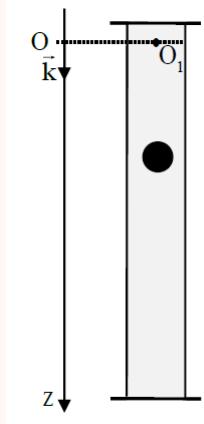


Figure 1

On rappelle que le volume d'une sphère de rayon r est $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

1. En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle du mouvement de G vérifiée par la vitesse v s'écrit : $\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot v = g \left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S}\right)$ avec $\vec{v} = v\vec{k}$ et τ le temps caractéristique du mouvement exprimé en fonction des paramètres de l'exercice.

2. La vitesse limite v_{lim} de chute de la bille est déterminée par une étude expérimentale qui consiste à filmer le mouvement de la bille dans un tube en verre vertical de hauteur $h = 90 \text{ cm}$ et rempli de l'huile utilisée.

L'exploitation des résultats de l'enregistrement a donné $v_{lim} \approx 1,0 \text{ m.s}^{-1}$.

Exprimer la viscosité η en fonction de v_{lim} et des données de l'exercice. Calculer sa valeur.

3. Calculer la valeur de la cote $z(t) = v_{lim} \left(t + \tau \left(e^{-\frac{t}{\tau}} - 1 \right) \right)$ pour $t = 7\tau$. Expliquer pourquoi ce tube de hauteur $h = 90 \text{ cm}$ est convenable pour la mesure expérimentale de v_{lim} .

Exercice 12 : Mouvement de la luge sur un plan incliné. (SM 2021 N)

On étudie le mouvement d'une luge modélisée par un solide (S) de centre d'inertie G et de masse m dans deux phases de son parcours :

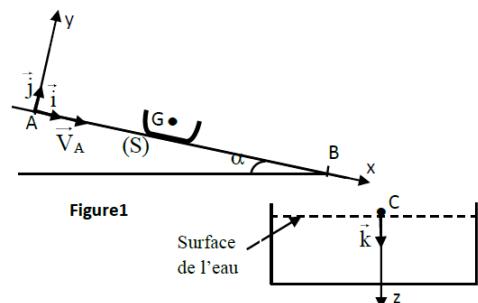
Données :

- Masse de la luge : $m = 20 \text{ kg}$;
- Intensité de la pesanteur : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

1. Mouvement de la luge sur un plan incliné.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans le repère $(A; \vec{i}, \vec{j})$ lié à un référentiel terrestre considéré galiléen (figure 1).

Après la phase de poussée vers le bas, la luge atteint une vitesse $V_A = 5 \text{ m.s}^{-1}$ au point A et glisse sans frottement le long de la piste rectiligne AB faisant un angle α avec l'horizontale. La pente est inclinée à 20% ($\sin\alpha = 0,20$).



- 1.1. En appliquant la deuxième loi de Newton déterminer la valeur de l'accélération a_{th} du centre d'inertie G de (S).
- 1.2. L'origine des dates ($t = 0$) est choisie à l'instant du passage par le point A. Trouver la distance parcourue, à partir du point A, lorsque la luge atteint la vitesse $V_1 = 25 \text{ m.s}^{-1}$.
- 1.3. On filme le mouvement de la luge, puis on exploite la vidéo avec un logiciel adapté. Ceci a permis de tracer la courbe représentant les variations de la vitesse de G en fonction du temps : $\exp V = f(t)$ (figure 2).
- 1.3.1. Déterminer graphiquement la valeur expérimentale a_{exp} de l'accélération du centre d'inertie G.
- 1.3.2. On interprète la différence entre a_{th} et a_{exp} par l'existence de frottements. On rappelle que lorsque le contact entre le plan incliné et la luge se fait avec frottement solide, la piste exerce sur (S) une force \vec{R} ayant une composante tangentielle \vec{R}_T et une composante normale \vec{R}_N .
Lors du mouvement de (S), les intensités de \vec{R}_T et de \vec{R}_N sont liées par la relation $R_T = \mu \cdot R_N$, avec μ une constante appelée coefficient de frottement qui dépend des matériaux en contact et de leur état de surface.

Exprimer le coefficient μ en fonction de a_{th} , a_{exp} , g et α . Calculer sa valeur.

2. Deuxième phase : Chute verticale de (S) dans l'eau.

La luge quitte la piste en B et tombe dans un lac au point C (figure 1).

Après s'être immobilisée quelques instants, la luge se met à couler verticalement sans vitesse initiale depuis le point C.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans un repère (C, \vec{k}) lié à un référentiel terrestre considéré comme galiléen (figure 1).

On repère la position de G à tout instant par la cote z de l'axe vertical (C, \vec{k}) dirigé vers le bas. L'origine des dates ($t_0 = 0$) est prise au point C.

Au cours de sa chute dans l'eau, la luge est soumise, en plus de son poids, à la force de frottement fluide : $\vec{f} = -k \cdot \vec{v}$ où $k = 200 \text{ S.I.}$ et v la vitesse de G à un instant t.

On note que la poussée d'Archimède est négligée.

- 2.1. Montrer que l'équation différentielle du mouvement de G vérifiée par la vitesse v s'écrit : $\frac{dv_z}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot v_z = \frac{v_\ell}{\tau}$. avec $\vec{v} = v \cdot \vec{k}$. On donnera τ et v_ℓ en fonction des paramètres de l'exercice.

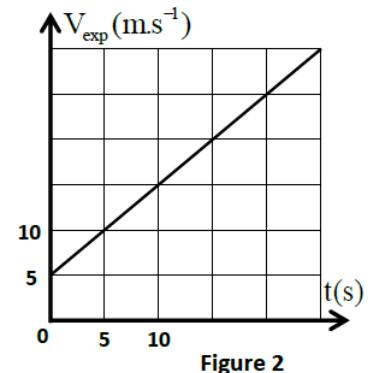


Figure 2

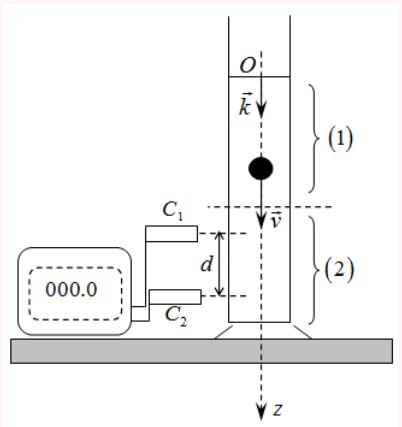
- 2.2. La solution de l'équation différentielle du mouvement de G s'écrit : $v_z(t) = v_\ell (1 - e^{-t/\tau})$. Trouver, à l'instant $t = 41\tau$, la profondeur atteinte par la luge depuis le point C, origine de la cote z.

Exercice 13 : Modélisation de la force de frottements visqueux (SM 2008 N)

Le but de cet exercice est de modéliser la force de frottements visqueux exercée par le glycérol sur un solide, à partir de l'étude de chute verticale d'une bille métallique de masse m et de rayon r dans le glycérol.

On donne :

- Rayon de la bille : $r = 1 \text{ cm}$; Volume de la bille : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$
- Masses volumiques :
 - Métal constituant la bille : $\rho_1 = 2,7 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$;
 - Glycérol : $\rho_2 = 1,26 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$;
- Accélération de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.
- On rappelle que l'expression de la poussée d'Archimède exercée par le glycérol sur la bille est : $F = \rho_2 \cdot V \cdot g$
- On modélise la force de frottements visqueux exercée sur la bille au cours de sa chute dans le glycérol par : $\vec{f} = -9\pi r v^n \vec{k}$ où n est un entier naturel et v la vitesse du centre d'inertie de la bille.



On lâche la bille sans vitesse initiale, à partir du point O, origine d'un axe vertical descendant (O, \vec{k}), à l'instant $t = 0$. Son mouvement dans le glycérol se fait suivant deux phases :

- **Phase 1** : Phase du régime initial entre deux instant t_0 et t_1 où la valeur de la vitesse croît.
- **Phase 2** : Phase du régime permanent à partir de l'instant t_1 auquel la vitesse atteint une valeur limite v_L .

Le dispositif constitué d'un chronomètre et deux cellules C_1 et C_2 permet de mesurer la durée Δt nécessaire à la bille pour parcourir la distance d au cours de la 2ème phase. (figure ci-contre)

1. Déterminer la valeur de la vitesse limite v_L sachant que $\Delta t = 956 \text{ ms}$.
2. Par application de la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle réalisée par la vitesse v du centre d'inertie de la bille au cours du mouvement dans le liquide s'écrit sous la forme : $\frac{dv}{dt} + A \cdot v^n = B$.
Avec $A = \frac{27}{4 \cdot \rho_1 \cdot r^2}$ et $B = g \left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1} \right)$
3. Trouver à partir de l'équation différentielle v_L^n en fonction de ρ_1 , ρ_2 , r et g .
4. En déduire la valeur de n.

Mouvement d'une projectile dans un champ de pesanteur uniforme

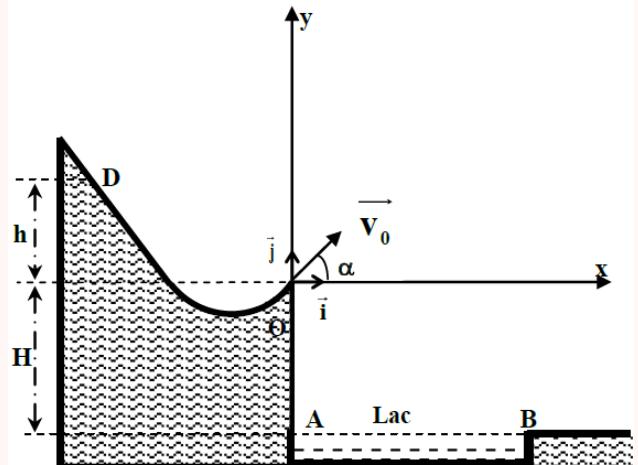
Exercice 1 : Étude du mouvement d'un skieur (SM 2011 N)

Un skieur glisse sur une montagne recouverte de glace au pied de laquelle se trouve un lac d'eau. La figure suivante donne l'emplacement du lac d'eau par rapport au point O où le skieur sera obligé de quitter le sol de la montagne avec une vitesse \vec{v} faisant un angle α avec l'horizontale. Le skieur part d'un point D situé à la hauteur h par rapport au plan horizontal contenant le point O, (voir figure). La vitesse v du skieur lors de son passage au point O s'exprime par la relation $v = \sqrt{2g.h}$. Dans un essai le skieur passe par le point O origine du repère (O, \vec{i}, \vec{j}) avec une certaine vitesse, alors il tombe dans le lac d'eau.

On veut déterminer la hauteur minimale h_m de la hauteur h du point D à partir duquel doit partir le skieur sans vitesse initiale pour qu'il ne tombe pas dans le lac.

Données :

- Masse du skieur et ses accessoires : $m=60\text{kg}$;
- Accélération de la pesanteur : $g = 10\text{m.s}^{-2}$;
- La hauteur : $H= 0,50 \text{ m}$;
- L'angle : $\alpha = 30^\circ$



La longueur du lac d'eau : $AB = d = 10\text{m}$.

Pour cet exercice, on assimile le skieur et ses accessoires à un point matériel G et on néglige tous les frottements et toutes les actions de l'air.

Le skieur quitte le point O à l'instant $t = 0$ avec une vitesse v_0 faisant un angle α avec l'horizontale.

1. En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer l'équation différentielle que vérifie chaque des coordonnées du vecteur vitesse dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .
2. Montrer que l'équation de la trajectoire du skieur s'écrit dans le repère cartésien sous la forme :

$$y(x) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{\cos^2(\alpha) \cdot v_0^2} + x \cdot \tan(\alpha)$$

3. Déterminer la valeur minimale h_m de la hauteur h pour que le skieur ne tombe pas dans le lac d'eau .

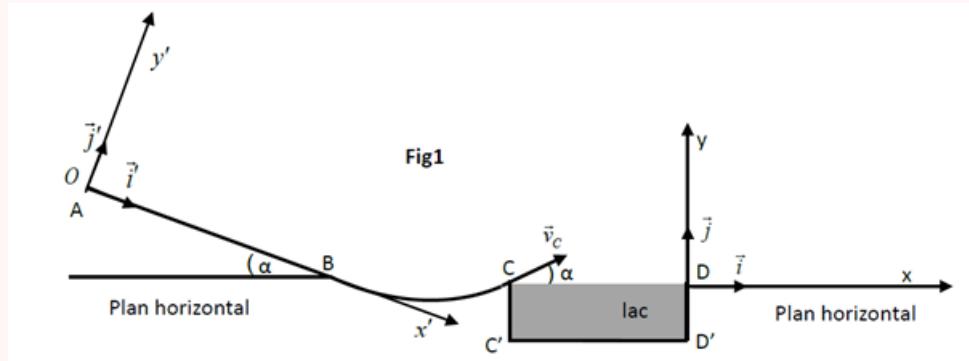
Exercice 2 : Étude du mouvement d'un skieur (SM 2014 N)

Un skieur veut s'exercer sur une piste modélisée par la figure 1. Avant de faire un premier essai, le skieur étudie les forces qui s'exercent sur lui lors du glissement sur la piste ABC.

Données

- Intensité de pesanteur $g = 9,8\text{m/s}^{-2}$.

- AB est un plan incliné d'un angle $\alpha = 20$ par rapport au plan horizontal passant par le point B.
- La largeur du lac C'D' = L = 15m.



On modélise le skieur et ses accessoires par un solide (S) de masse $m=80\text{kg}$ et de centre d'inertie G. On considère sur la partie AB que les frottements ne sont pas négligeables et on les modélise par une force constante.

Étude l'étape du saut du skieur :

A l'instant $t=0$ que l'on considère comme une nouvelle origine des temps, le skieur quitte la partie BC au point C avec une vitesse v_C dont le vecteur \vec{v}_C forme l'angle $\alpha = 20^\circ$ avec le plan horizontal. Lors du saut, les équations horaires du mouvement de (S) dans le repère D, \vec{i}, \vec{j} sont :

$$x(t) = v_C \cdot \cos(\alpha) \cdot t$$

$$y(t) = -\frac{g}{2} \cdot t^2 + v_C \cdot \sin(\alpha) \cdot t$$

1. Déterminer dans le cas où $v_C = 16,27 \text{ m.s}^{-1}$ les coordonnées du sommet de la trajectoire de (S).
 2. Déterminer en fonction de g et α la condition que doit vérifier la vitesse v_C pour que le skieur ne tombe pas dans le lac.
- En déduire la valeur minimale de cette vitesse .

Exercice 3 : Mvt d'une balle de tennis dans un champ de pes. uniforme (SM 2015 R)

Le tennis est un sport qui a des règles codifiées. En simple messieurs, il est pratiqué par deux joueurs dont l'un se trouve dans une zone (A) et l'autre dans une zone (B). Les deux zones ont chacune une longueur L et sont séparées par un filet. Au cours du match, chaque joueur tente de faire tomber la balle de tennis dans la zone de l'adversaire.

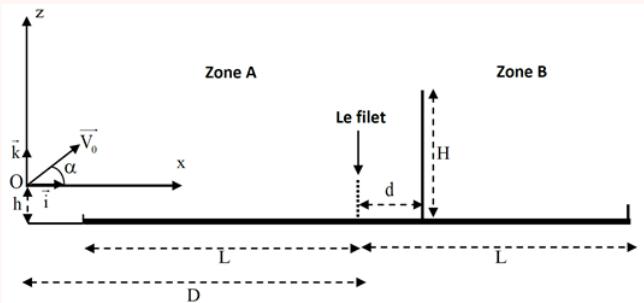
On étudie le mouvement du centre d'inertie G d'une balle de tennis dans le repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{k}) lié à un référentiel terrestre que l'on considérera comme galiléen.

Le joueur se trouvant dans la zone (A) tente de faire passer la balle au dessus de son adversaire se trouvant dans la zone (B), à une distance d du filet. Pour cela il renvoie la balle, à un instant choisi comme origine des dates ($t = 0$), du point O avec une vitesse initiale V_0 qui forme un angle α avec l'horizontale. Le point O se trouve à une distance D du filet et à une hauteur h de la surface du sol (figure ci-dessous).

Données :

- On néglige les frottements et les dimensions de la balle, et on prend $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.
 - $d = 1\text{m}$; $D = 13\text{m}$; $h = 0,7\text{m}$; $L = 12\text{m}$.
 - $V_0 = 13\text{m.s}^{-1}$, $\alpha = 45^\circ$.
1. Établir l'expression numérique $z = f(x)$ de l'équation de la trajectoire du centre d'inertie G.

2. Sachant que le joueur se trouvant dans la zone (B) tient sa raquette dans une position verticale et que l'extrémité supérieure de la raquette se trouve dans le plan du mouvement à une hauteur $H = 3\text{m}$ de la surface du sol .Est ce que le joueur peut intercepter la balle dans cette situation ?
3. Montrer que la balle tombe dans la zone (B).
4. Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse de G à l'instant où la balle frappe le sol, En déduire sa direction par rapport à l'horizontale.
5. Déterminer, pour le même angle $\alpha = 45^\circ$, les deux valeurs limites de la vitesse initiale V_0 , avec laquelle le joueur doit renvoyer la balle du point O pour que la balle frappe le sol dans la zone (B) en passant au dessus de l'adversaire situé dans la même position indiquée dans la question 2.



Exercice 4 : Étude du mouvement de chute de deux corps (SM 2017 N)

Dans cette partie, on étudie le mouvement de chute de deux corps (A) et (B) dans le repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen. Le point O est situé au niveau du sol (figure 1).

On néglige la poussée d'Archimète devant les autres forces et on prend l'intensité de la pesanteur : $g = 10\text{m.s}^{-2}$.

1. Étude de la chute d'un corps avec frottement :

A un instant choisi comme origine des dates ($t = 0$), on lâche, sans vitesse initiale d'un point H, un corps solide (A) de masse $A \text{ m} = 0,5\text{kg}$ et de centre d'inertie G_A (figure 1).

En plus de son poids, le solide (A) est soumis à une force de frottement fluide $\vec{f} = -k \cdot \vec{v}_A$ où A_v est le vecteur vitesse de G_A à un instant t et k une constante positive ($k > 0$).

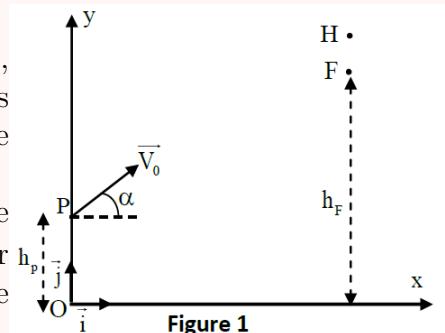


Figure 1

- 1.1. Montrer que l'équation différentielle du mouvement vérifiée par la composante $v_{Ay}(t)$ selon l'axe (Oy) du vecteur vitesse $\vec{v}_A(t)$ s'écrit : $\frac{dv_{Ay}}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot v_{Ay} + g = 0$ où τ représente le temps caractéristique du mouvement.
- 1.2. La courbe de la figure 2 représente l'évolution de $\vec{v}_A(t)$ au cours du temps. Déterminer τ et déduire la valeur de k .
- 1.3. Déterminer, en utilisant la méthode d'Euler, la vitesse $v_{Ay}(t_i)$ à un instant t_i sachant que l'accélération à l'instant t_{i-1} est $a_{Ay}(t_{i-1}) = -4,089\text{m.s}^{-2}$ et que le pas de calcul est $\Delta t = 0,01\text{s}$.

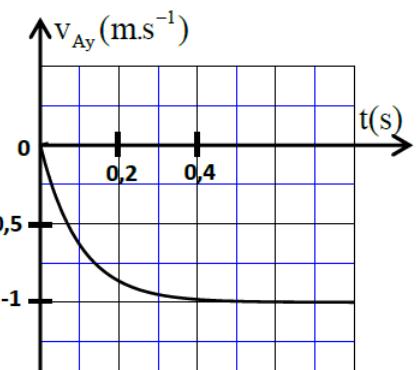


Figure 2

2. Étude du mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur :

A l'instant où le centre d'inertie G_A du corps (A) passe par le point F d'altitude $h_F = 18,5\text{m}$ par rapport au sol, on lance un projectile (B), de masse $B \text{ m}$ et de centre d'inertie G_B , d'un point P de coordonnées $(0, h_P)$ avec une vitesse initiale V_0 faisant un angle α ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$) avec l'horizontale (figure 1). On choisit cet instant comme nouvelle origine des dates ($t = 0$) pour le mouvement de (A) et celui de (B). On néglige les frottements pour le projectile (B) et

on donne : $h_P = 1,8\text{m}$; $V_0 = 20\text{m.s}^{-1}$.

2.1. Établir les équations horaires $x_B(t)$ et $y_B(t)$ du mouvement de (B) en fonction de α et t .

2.2. Exprimer les coordonnées du point S, sommet de la trajectoire de (B), en fonction de α .

3. Les deux corps (A) et (B) se rencontrent au point S (on considère que G_A coïncide avec G_B en S).

Déterminer l'angle α correspondant sachant que le corps (A) passe par F avec sa vitesse limite et que les mouvements de (A) et (B) s'effectuent dans le même plan (xOy).

Exercice 5 : (SM 2018 R)

On étudie le mouvement du centre d'inertie G du skieur dans le repère $R(O, \vec{i}_1, \vec{j}_1)$ lié à un référentiel terrestre considéré galiléen (figure 1).

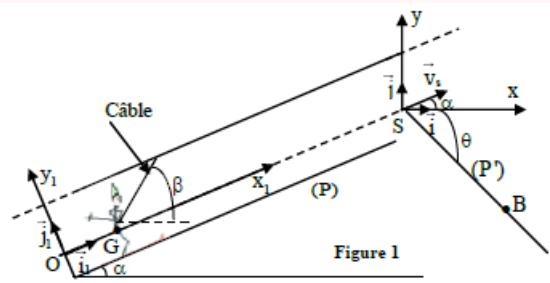
Pour atteindre le sommet S d'une piste (P) rectiligne inclinée d'un angle $\alpha = 23^\circ$ par rapport à l'horizontale, le skieur part du point O sans vitesse initiale à $t=0$. Il est accroché à un câble rigide faisant un angle $\beta = 60^\circ$ avec l'horizontale. Le câble exerce sur le skieur une force de traction \vec{F} constante dirigée selon la direction du câble (figure 1).

Le skieur arrivant au sommet S de la piste (P), lâche le câble et quitte la piste à un instant choisi comme une nouvelle origine des dates avec une vitesse \vec{v}_S faisant l'angle α avec l'horizontale et de valeur $v_S = 10\text{m.s}^{-1}$ (figure 1).

On étudie le mouvement du centre d'inertie G du skieur dans le repère (S, \vec{i}, \vec{j}) lié à un référentiel terrestre considéré galiléen.

Soit B la position de G sur la piste (P') qui est inclinée d'un angle $\theta = 45^\circ$ par rapport à l'horizontale (figure 1).

1. Établir les expressions numériques des équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement de chute libre de G dans le repère (S, \vec{i}, \vec{j}) .
2. En déduire que l'équation de la trajectoire de G s'écrit : $y = -5,8 \times 10^{-2} \cdot x^2 + 0,42 \cdot x$.
3. Trouver la longueur SB du saut.



Exercice 6 : Mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur (SM 2020 R)

On étudie dans cette partie le mouvement de chute libre d'un projectile, de centre d'inertie G et de masse m dans un repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ lié au référentiel terrestre considéré galiléen. On suppose qu'au cours du mouvement, le champ de pesanteur est uniforme.

À un instant choisi comme origine des dates ($t = 0$), on lance le projectile depuis le point O origine du repère avec une vitesse initiale V_0 faisant un angle α avec l'horizontale et situé dans le plan (xOy) (figure 2).

Données : $g = 10\text{m.s}^{-2}$; $V_0 = 100\text{m.s}^{-1}$.

On rappelle que : $\frac{1}{\cos^2(\alpha)} = 1 + \tan^2(\alpha)$.

1. En appliquant la deuxième loi de Newton, établir les équations horaires du mouvement $x(t)$ et $y(t)$ du centre d'inertie G en fonction de α et de t .

2. Déduire l'équation de la trajectoire du projectile.

3. On garde la norme de V_0 constante.

3.1. Trouver la ou les valeur(s) qu'il faut donner à l'angle α pour atteindre une cible (A) de coordonnées $(x_A = 400m, y_A = 100m)$.

3.2. On fait varier l'angle α . Soit (c) la courbe, dans le plan (xOy), qui limite l'ensemble des points pouvant être atteints par ce projectile. Cette courbe (c) porte le nom de parabole de sûreté.

Montrer que l'équation de cette courbe (c) s'écrit :

$$y = -\frac{g}{2V_0^2} \cdot x^2 + \frac{V_0^2}{2g}$$

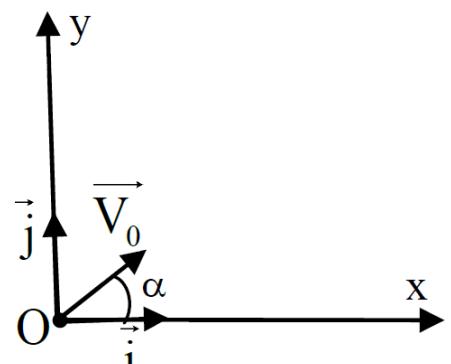


Figure 2

Mouvement d'une particule chargé dans les champs \vec{B} et \vec{E} uniformes

Exercice 1 : Séparation des isotopes d'un élément chimique (SM 2010 R)

La spectrométrie de masse est une technique de détection extrêmement sensible. A l'origine, elle servait à détecter les différents isotopes d'un élément chimique, mais actuellement elle est utilisée pour étudier la structure des espèces chimiques.

On veut séparer les deux isotopes du zinc à l'aide d'un spectrographe de masse. La chambre d'ionisation produit les ions $^{68}\text{Zn}^{2+}$ et $^{A}\text{Zn}^{2+}$ de masse respective m_1 et m_2 .

Ces ions sont accélérés dans le vide entre deux plaques métalliques parallèles (P_1) et (P_2) à l'aide d'une tension constante de valeur $U = 1,00 \times 10^3 V$, figure (1).

On suppose que les ions quittent la chambre d'ionisation en P_1 sans vitesse initiale.

On néglige le poids des ions devant les autres forces.

Données : la charge élémentaire $e = 1,60 \times 10^{-19} C$.

La masse d'un proton est égale à la masse d'un neutron :

$m_p = m_n = m = 1,67 \times 10^{-27} kg$.

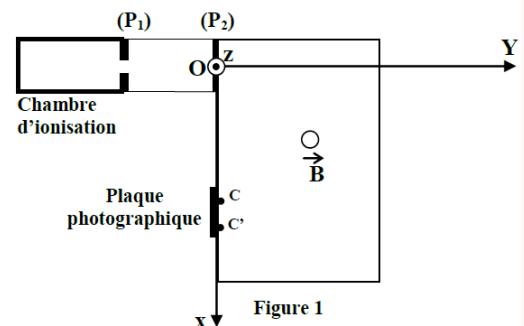


Figure 1

- Quelle est la plaque qui doit être portée au potentiel le plus élevé ?
 - Montrer que les deux ions $^{68}\text{Zn}^{2+}$ et $^{A}\text{Zn}^{2+}$ possèdent la même énergie cinétique au point O.
 - Exprimer la vitesse v_1 de l'ion $^{68}\text{Zn}^{2+}$ au point O en fonction de U, e et m.
- En déduire l'expression de la vitesse v_2 de l'ion $^{A}\text{Zn}^{2+}$ au même point O en fonction de v_1 et A.
- A l'instant $t = 0$, les ions $^{68}\text{Zn}^{2+}$ et $^{A}\text{Zn}^{2+}$ pénètrent ensuite dans une région où règne un champ magnétique uniforme orthogonal au plan de la figure d'intensité $B = 0,10 T$. Ces ions $^{68}\text{Zn}^{2+}$ et $^{A}\text{Zn}^{2+}$ sont déviés et heurtent la plaque photographique respectivement aux points C et C'.
 - Indiquer sur un schéma le sens du vecteur \vec{B} . Justifier la réponse.
 - Montrer que le mouvement des ions Zn^{2+} a lieu dans le plan (O, x, y)
 - Déterminer la nature du mouvement des ions Zn^{2+} dans le champ B.
 - On donne $CC' = 8,00 \text{ mm}$. Déduire la valeur de A.

Exercice 2 : Séparation des ions $^{35}\text{Cl}^-$ et $^{37}\text{Cl}^-$ (SM 2012 R)

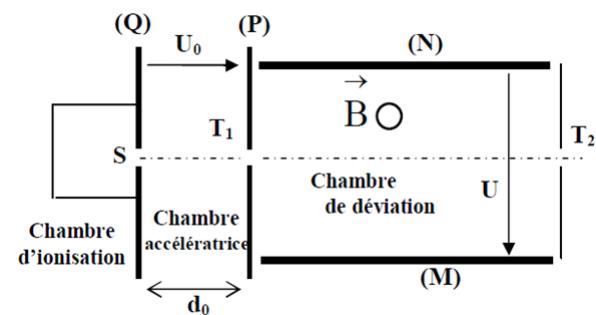
Pour séparer des ions différents, on peut utiliser le dispositif schématisé sur la figure ci-contre qui comprend :

- Une chambre d'ionisation dans laquelle les ions sont produits ;
- Une chambre accélératrice dans laquelle les ions sont accélérés ;
- Une chambre de déviation où les ions sont déviés.

Le but de cette partie est de séparer les ions $^{35}\text{Cl}^-$ et $^{37}\text{Cl}^-$ par action simultanée d'un champ électrique et d'un champ magnétique.

Données : On considère que les ions se déplacent dans le vide et que leur poids est négligeable devant les autres forces.

- Masse d'un ion $^{35}\text{Cl}^-$: $m_1 = 5,81 \times 10^{-26} \text{ kg}$
- Masse d'un ion $^{37}\text{Cl}^-$: $m_2 = 6,15 \times 10^{-26} \text{ kg}$
- La charge élémentaire : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.



1. Les ions $^{35}\text{Cl}^-$ et $^{37}\text{Cl}^-$ quittent la chambre d'ionisation au point S avec une vitesse initiale négligeable et sont accélérés par une tension électrique $U_0 = V_P - V_Q = 100\text{V}$ appliquée entre deux plaques métalliques verticales (P) et (Q) séparées par une distance d_0 .

1.1. En appliquant la deuxième loi de Newton :

- 1.1.1. Déterminer la nature du mouvement des ions $^{35}\text{Cl}^-$ dans la chambre accélératrice.
- 1.1.2. En déduire l'expression de la vitesse v_1 des ions $^{35}\text{Cl}^-$ à leur arrivée à la plaque (P) en fonction de m_1 , e et U_0 .

- 1.2. Les ions $^{37}\text{Cl}^-$ arrivent à la plaque (P) avec une vitesse v_2 . Déterminer l'expression de v_2 en fonction de v_1 , m_1 et m_2 .

2. Après la sortie des ions $^{35}\text{Cl}^-$ et $^{37}\text{Cl}^-$ par le trou T_1 avec les vitesses respectives \vec{v}_1 et \vec{v}_2 , ils entrent dans la chambre de déviation dans laquelle règne un champ magnétique uniforme \vec{B} perpendiculaire aux deux vitesses initiales \vec{v}_1 et \vec{v}_2 , et un champ électrique \vec{E} uniforme créé par l'application d'une tension électrique $U = V_M - V_N = 200\text{V}$ entre les deux plaques horizontales (M) et (N) séparées d'une distance $d = 5 \text{ cm}$, ce qui donne aux ions $^{35}\text{Cl}^-$ un mouvement rectiligne uniforme et sortent du trou T_2 .

- 2.1. En appliquant la deuxième loi de Newton aux ions $^{35}\text{Cl}^-$, préciser le sens du vecteur champ magnétique \vec{B} et déterminer l'expression de son module en fonction de U_0 , U , e , m_1 et d .

Calculer B.

- 2.2. déterminer le sens de déviation des ions $^{37}\text{Cl}^-$ à l'intérieur de la chambre de déviation.

Exercice 3 : Étude de l'action des champs \vec{E} et \vec{B} unif. sur un faisceau d'e (SM 2016 R)

J.J.Thomson, physicien anglais, étudia l'action d'un champ électrostatique uniforme et l'action d'un champ magnétique uniforme sur un faisceau d'électrons homocinétiques de vitesse \vec{V}_0 , pour déterminer la charge massique $\frac{e}{m}$ de l'électron avec m la masse de l'électron et e la charge élémentaire.

On se propose dans cette partie de déterminer ce rapport en se basant sur deux expériences.

On considère que le mouvement de l'électron se fait dans le vide et que son poids n'a pas d'influence sur le mouvement.

1. Expérience 1 :

Un faisceau d'électrons produit par un canon à électrons arrivant en O avec la vitesse $\vec{V}_0 = V_0 \vec{i}$ est alors soumis, au cours de son mouvement le long de la distance d , à l'action d'un champ électrostatique \vec{E} uniforme créé par deux plaques planes (P) et (P') orthogonales au plan (xOy) et distantes de (figure 1).

On désigne par $U = V_P - V_{P'}$ la différence de potentiel entre (P) et (P') et par D la distance du point I à l'écran fluorescent.

Le mouvement de l'électron est étudié dans le repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ associé à un référentiel terrestre supposé galiléen.

On prend l'instant où l'électron passe par O comme origine des dates ($t = 0$).

- 1.1. Montrer que l'équation de la trajectoire du mouvement de l'électron dans le repère $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ s'écrit : $y = \frac{e.U}{2.\ell.m.V_0^2} \cdot x^2$.

- 1.2. Le faisceau d'électrons sort du champ électrostatique en un point S. Il poursuit son mouvement et heurte l'écran fluorescent en un point M. La droite (T) représente la tangente à la trajectoire au point S (figure 1). Montrer que la déviation électrique $O'M$ d'un électron s'écrit :

$$O'M = \frac{e.D.d.U}{\ell.m.V_0^2}$$

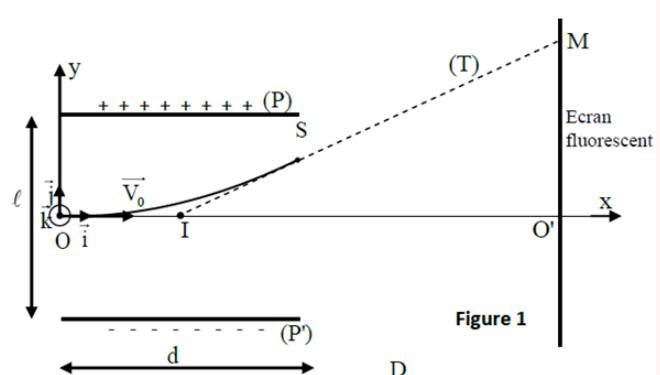


Figure 1

2. Expérience 2 :

Le faisceau d'électrons arrivant en O avec la vitesse $\vec{V}_0 = V_0 \cdot \vec{i}$ est soumis en plus du champ électrostatique précédent à un champ magnétique uniforme \vec{B} orthogonal à \vec{E} .

On fixe l'intensité du champ magnétique sur la valeur $B = 1,01\text{mT}$, le faisceau d'électrons heurte alors l'écran au point O'.

- 2.1. Déterminer le sens du vecteur champ magnétique \vec{B} .

- 2.2. Exprimer la vitesse des électrons en fonction de E et B .

3. Déduire l'expression de $\frac{e}{m}$ en fonction de B ,U ,D ,ℓ , d et O'M. Calculer $\frac{e}{m}$ sachant que : $O'M=5,4\text{cm}$; $D = 30\text{cm}$; $U = 1200\text{V}$; $\ell = 2\text{cm}$; $d = 6 \text{ cm}$.

Exercice 4 : Mvt d'une sphère chargée dans le chp \vec{g} et dans un chp \vec{E} (SM 2020 N)

Deux plaques métalliques verticales (A) et (C) sont placées dans le vide à une distance d l'une de l'autre et sont soumises à une tension $V_A - V_C = U_0$ positive. La longueur de chaque plaque est. Entre les deux plaques, règne un champ électrostatique uniforme \vec{E} (figure 3). Une petite sphère (S) pesante de masse m, portant une charge positive q, est abandonnée sans vitesse initiale à l'instant t = 0 du point M_0 .

On étudie le mouvement du centre d'inertie G de la sphère (S) dans un repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ lié au référentiel terrestre considéré galiléen. Les coordonnées du point M_0 dans le repère $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ sont : $(x_0 = \frac{d}{2}, y_0 = \ell)$ (figure 3). Entre les deux plaques la sphère est soumise en plus de son poids à la force électrostatique $\vec{F} = q.\vec{E}$.

Données : $g = 10\text{m.s}^{-2}$; $\ell = 1\text{m}$; $d=4\text{cm}$; $\alpha = \frac{q}{m} = 10^{-6}\text{C.kg}^{-1}$

On rappelle que : $E = \frac{U_0}{d}$.

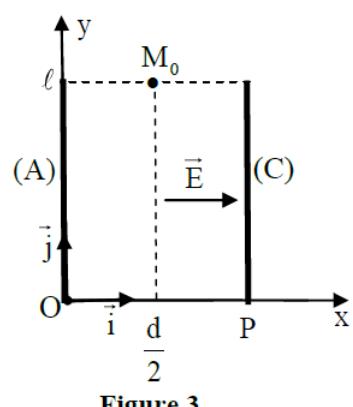


Figure 3

- En appliquant la deuxième loi de Newton, établir les équations horaires du mouvement x(t) et y(t) du centre d'inertie G en fonction de U_0 et de t (en unité S.I.).
 - Déduire l'équation de la trajectoire du centre d'inertie G de la sphère.
 - Pour une valeur déterminée de la tension U_0 , la trajectoire du centre d'inertie G de la sphère passe par le point P de coordonnées $(d,0)$.
- Montrer que $U_0 = 8\text{kV}$.

Exercice 5 : Mvt d'un faisceau de protons dans un champ \vec{E} uniforme (SM 2021 N)

On se propose dans cette partie de déterminer les caractéristiques du mouvement d'un proton dans un champ électrique uniforme.

On considère que le mouvement du proton se fait dans le vide et que son poids n'a pas d'influence sur le mouvement.

Un condensateur plan est constitué de deux plaques métalliques parallèles rectangulaires horizontales (A) et (B) de longueur L et séparées par une distance d (figure 3). Les deux plaques sont soumises à une tension $U_0 = |V_A - V_B|$. Entre les deux plaques, règne alors un champ électrostatique uniforme \vec{E} .

Le mouvement du proton est étudié dans le repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen.

Un faisceau de protons pénètre entre les deux plaques au point O avec la vitesse \vec{V}_0 faisant un angle α avec \vec{i} . On prend l'instant où le proton passe par O comme origine des dates ($t = 0$).

Le proton pénétré en O est soumis, au cours de son mouvement le long de la distance L à la force électrostatique $\vec{F} = e \cdot \vec{E}$ avec e la charge du proton.

Données :

- $L = 20\text{cm}$; $d = 7\text{cm}$; $\alpha = 30^\circ$; $V = 4,5 \times 10^5 \text{m.s}^{-1}$; $e = 1,6 \times 10^{-19}\text{C}$;
- Masse du proton : $m = 1,67 \times 10^{-27}\text{kg}$

$$\text{On rappelle que : } E = \frac{U_0}{d}.$$

Le faisceau de protons sort du champ électrostatique en S du condensateur.

1. En appliquant la deuxième loi de Newton, établir les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement du proton en fonction de t et des paramètres de l'exercice.
2. Déduire l'équation de la trajectoire du proton.
3. Déterminer la valeur de la tension U_0 pour que le faisceau sorte effectivement en S.
4. Déterminer à quelle distance minimale de la plaque supérieure (A) passe le faisceau de proton.

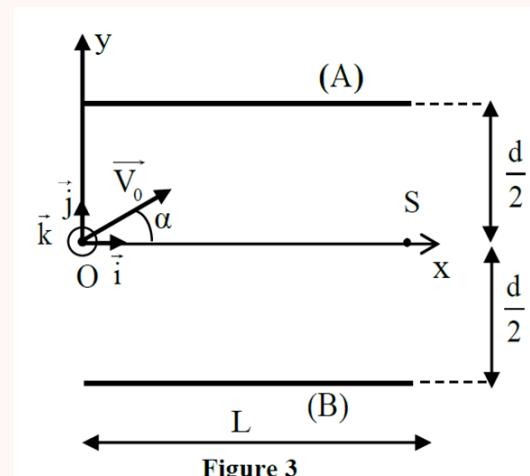


Figure 3

Exercice 6 : Expérience de millikan (SM 2021 R)

En 1910 R.A. Millikan a réussi avec sa célèbre méthode de la gouttelette d'huile à imposer l'idée que tout corpuscule chargé porte un nombre entier de charges élémentaires e. Il observa des gouttelettes d'huile chargé électriquement entre les deux armatures électrifiées, d'un condensateur plan et détermina la charge q d'une gouttelette en suspension.

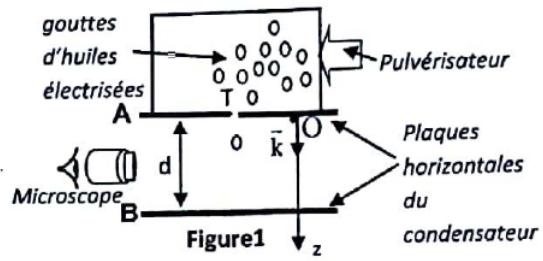
Dans l'expérience de Millikan on étudie le mouvement dans l'air d'une gouttelette d'huile chargée, obtenue par pulvérisation et introduite à travers un trou T entre les plaques horizontales d'un condensateur plan auxquelles on peut appliquer une différence de potentiel réglable $U = V_A - V_B$ électrostatique uniforme \vec{E} . La gouttelette d'huile est observée au microscope.

Le pulvérisateur produit un nuage de gouttelettes d'huile chargées négativement.

Le schème de la figure 1 représente un dispositif simplifié de l'expérience menée au laboratoire, une gouttelette d'huile notée (S) de masse m et de charge q négative, supposée sphérique de rayon r, arrive entre les plaques A et B, distantes de d, à travers le trou T avec une vitesse initiale considérée nulle (figure 1)

Données :

- Masse volumique de l'huile : $\rho_H = 1,3 \times 10^2 \text{ kg.m}^{-3}$
- Masse volumique de l'air : $\rho_A = 1,3 \text{ kg.m}^{-3}$
- Intensité de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ N.kg}^{-1}$
- $d = 2,0 \times 10^{-2} \text{ m}$
- Volume d'une sphère de rayon r est $V_S = \frac{4}{3}\pi.r^3$
- La charge élémentaire : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$



On étudie le mouvement de la gouttelette (S) dans un repère (O, \vec{k}) lié à un référentiel terrestre supposé galiléen (figure 1).

En l'absence de champ électrique entre les plaques, la gouttelette (S) est soumise à :

- Son poids \vec{P}
- La force de frottement fluide : $\vec{f} = -6\pi.\eta.r.\vec{v}$ où $\eta = 1,8 \times 10^{-5} \text{ S.I}$ et \vec{v} le vecteur vitesse de (S) à un instant t ,
- La poussée d'Archimède $\vec{F}_A = -\rho_A.V_S.\vec{g}$ due à l'air ambiant de masse volumique ρ_A .

1. Calcul du rayon de la gouttelette d'huile

On se place dans le cas où la tension $V_A - V_B = 0$

- 1.1. En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle du mouvement de (S) entre les plaques A et B, vérifiée par la vitesse v s'écrit :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{9.\eta}{2.\rho_H.r^2}v = g \left(1 - \frac{\rho_A}{\rho_H} \right)$$

- 1.2. Déduire l'expression de la vitesse limite v_ℓ en fonction de r , η , ρ_A , ρ_H et g .
- 1.3. Pendant le régime permanent, on mesure la vitesse limite de la gouttelette : $v_\ell = 2,0 \times 10^{-4} \text{ m.s}^{-1}$.

Vérifier que le rayon r de la gouttelette est $r \simeq 3,6 \mu\text{m}$.

2. Calcul de la charge de la gouttelette d'huile électrisée

On se place dans le cas où la tension $V_A - V_B \neq 0$

On établit un champ électrostatique uniforme entre les plaques A et B en appliquant une tension $V_A - V_B = U_0$, la gouttelette subit alors une force électrostatique supplémentaire $\vec{F}_e = q.\vec{E}$ avec $E = \frac{U_0}{d}$.

On constate que pour $U_0 = 3,1 \text{ kV}$, la gouttelette s'immobilise.

- 2.1. Trouver l'expression de la charge électrique q de la gouttelette d'huile étudiée en fonction de r , d , g , U_0 , ρ_H et ρ_A .
- 2.2. Déduire le nombre de charges élémentaires portées par cette gouttelette.

Exercice 7 : Séparation d'un mélange d'isotopes (SM 2021 R)

On se propose de séparer les ions ${}^6\text{Li}^+$ et ${}^7\text{Li}^+$ de masses respectives m_1 et m_2 à l'aide d'un spectrographe de masse.

Le spectrographe de masse est constitué essentiellement de trois compartiments (figure 2).

Dans le compartiment (1), les atomes de lithium sont ionisés en cations ${}^6\text{Li}^+$ et ${}^7\text{Li}^+$, dans le compartiment (2), les ions sont accélérés, et dans le compartiment (3), soumis à l'action d'un champ magnétique uniforme. Enfin, ils atteignent un écran lumineux en M et N (figure 2).

Le mouvement des particules a lieu dans le vide et il est étudié dans repère terrestre supposé galiléen.

On néglige l'intensité du poids des cations devant l'intensité de la force de Lorentz et devant l'intensité de la force électrostatique. La charge élémentaire étant e .

- Les ions ${}^6\text{Li}^+$ et ${}^7\text{Li}^+$ pénètrent, sans vitesse initiale en O, dans un champ électrique uniforme \vec{E} existant entre les deux plaques A et C pour être accélérés jusqu'en O'. Les plaques A et C distantes de d sont soumises à la tension $U_0 = V_A - V_C$.

Dans le compartiment (2) on repère, au cours du mouvement de chaque ion, sa position à un instant t par l'abscisse x sur l'axe (O, \vec{i}) (figure 2)

- Déterminer la nature du mouvement de l'ion ${}^6\text{Li}^+$ entre O et O'.

- On choisit l'instant de passage de l'ion ${}^6\text{Li}^+$ par le point O comme origine des dates ($t = 0$).

Écrire l'équation horaire $x(t)$ du mouvement de l'ion ${}^6\text{Li}^+$ en fonction des paramètres de l'exercice et déduire l'équation de la vitesse.

- Les ions ${}^6\text{Li}^+$ et ${}^7\text{Li}^+$ sortent en O' du champ électrique avec des vitesses respectives v_1 et v_2 . Déduire l'expression : $v_1 = \sqrt{\frac{2.e.U_0}{m_1}}$
- A la sortie en O' les ions pénètrent dans le compartiment (3) où règne un champ magnétique \vec{B} uniforme normal au plan (π) du schéma (figure 2). Après la déviation des ions, ils arrivent en M et N (figure 2).

Sachant que le mouvement des ions est circulaire uniforme dans le compartiment (3), trouver l'expression de la distance MN en fonction de B , m_1 , m_2 , e et U_0 . Calculer sa valeur.

On donne : $e = 1,6 \times 10^{-19}\text{C}$, $U_0 = 2\text{kV}$, $B=100\text{mT}$, $m_1 = 6u$, $m_2 = 7u$, $1u = 1,67 \times 10^{-27}\text{kg}$.

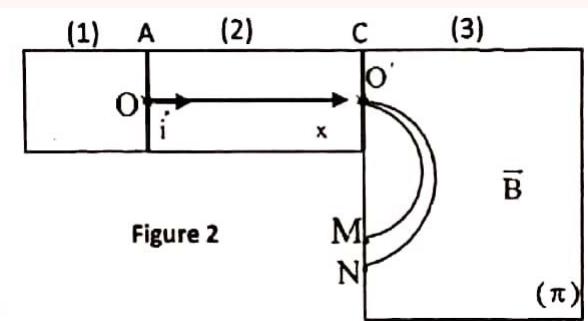


Figure 2

Satellites et planètes

Exercice 1 : Comparaison de la masse du soleil et de la masse de la Terre. (SM 2008 R)

La connaissance du mouvement des satellites autour de la Terre et du mouvement de la Terre autour du Soleil permet de comparer la masse m_S du Soleil avec la masse terrestre m_T .

Données : Nous considérons qu'un satellite est géostationnaire, sa masse met le rayon de son orbite circulaire dans le référentiel central terrestre est $r = 4,22 \times 10^4 \text{ km}$.

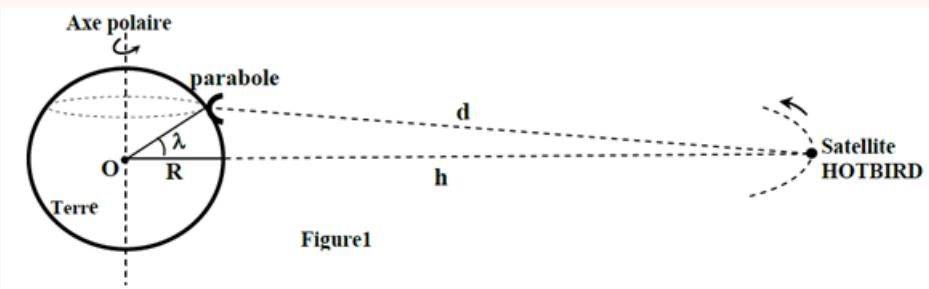
- La période orbitale du mouvement du satellite autour de la Terre est T .
 - La période orbitale du mouvement de la Terre autour du Soleil dans le référentiel solaire est T jours $T_T = 365,25 \text{ jours}$.
 - Le rayon de l'orbite circulaire du mouvement du centre de la Terre autour du Soleil est $r_T = 1,496 \times 10^8 \text{ km}$.
 - G est le symbole de la constante de gravitation universelle. La période de la rotation de la Terre autour de son axe polaire est $T_0 = 24 \text{ heures}$.
 - On considère que la Terre et le Soleil ont une répartition sphérique de masse.
 - On néglige l'effet des autres planètes sur la Terre et le satellite.
1. Montrer que le mouvement du satellite est circulaire dans le référentiel terrestre et déduire l'expression de la période T en fonction de G , m_T et r .
 2. La troisième loi de Kepler pour le mouvement de la Lune de la Terre autour de la Terre s'exprime par la relation : $\frac{T^2}{r^3} = K$ avec K constante ; trouver l'expression de K en fonction de G et m_T .
 3. Trouver l'expression du $\frac{m_S}{m_T} = K$ en fonction de r , r_T , T_T et T . Calculez leur valeur.

Exercice 2 : (SM 2011 R)

Le satellite HOTBIRD apparaît immobile pour un observateur fixe sur la surface de la Terre.

Ce satellite est utilisé pour les télécommunications et les émissions radio et télévisées.

Les paraboles fixées à la surface de la Terre et orientées vers le satellite HOTBIRD captent les ondes électromagnétiques provenant de ce dernier sans qu'elles soient munies d'un dispositif permettant de suivre le mouvement du satellite HOTBIRD.



Données :

- Masse de la Terre : $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$;

- Rayon de la Terre : $R = 6400 \text{ km}$;
- Constante d'attraction gravitationnelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} (\text{S.I})$;
- On suppose que la Terre est une sphère à répartition massique symétrique
- La Terre effectue un tour complet autour de son axe polaire en $T = 23 \text{ h } 56 \text{ min } 4\text{s}$;
- La hauteur de l'orbite du satellite HOTBIRD par rapport à la surface de la Terre est $h=36000\text{km}$.

1. La parabole et la réception des ondes électromagnétiques

Une parabole est fixée sur le toit d'une maison qui se trouve à la latitude $\lambda = 33,5^\circ$.

- 1.1. Calculer dans le référentiel géocentrique la vitesse v_p de la parabole concave supposée ponctuelle.
- 1.2. Justifier pourquoi il n'est pas nécessaire que la parabole soit munie d'un système rotatoire qui permet de suivre le mouvement du satellite HOTBIRD.

2. Étude du mouvement du satellite HOTBIRD

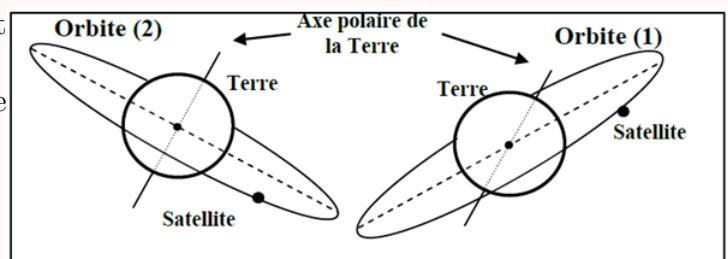
On assimile le satellite HOTBIRD à un point matériel de masse m_s .

- 2.1. En appliquant la deuxième loi de Newton, établir l'expression de la vitesse v_s du satellite HOTBIRD sur son orbite en fonction de G , M , R et h . calculer v_s .
- 2.2. On considère deux orbites hypothétiques (1) et (2) d'un satellite en mouvement circulaire uniforme comme l'indique la figure(2).

Choisir la réponse juste en justifiant votre choix :

L'orbite qui correspond au satellite HOTBIRD est :

- a) L'orbite (1) .
- b) L'orbite (2) .



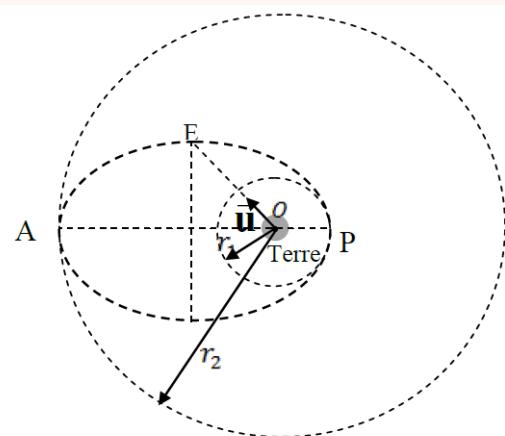
Exercice 3 : de l'orbite circulaire basse à l'orbite circulaire haute (SM 2013 N)

Johannes Kepler (1630-1571) a posé les trois lois qui permettent de décrire le mouvement des planètes et celui des satellites naturels.

Le mouvement des satellites artificiels autour de la Terre hors de l'atmosphère est géré par les lois de Kepler.

Le transfert d'un satellite artificiel terrestre (S) sur une orbite circulaire basse de rayon r_1 vers une orbite circulaire haute de rayon r_2 se fait en passant par une orbite elliptique tangente aux deux orbites circulaires comme l'indique la figure 3. Le centre O de la Terre constitue l'un des foyers de la trajectoire elliptique .

Données : $r_r = 6700\text{km}$; $r_2 = 42200\text{km}$; constante de gravitation universelle $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ S.I}$



Masse de la Terre $M_T = 6,0 \times 10^{24} \text{ kg}$; On rappelle la propriété de l'ellipse de foyer O et O' et de demi-grand axe a : $OM + O'M = 2a$ avec M un point appartenant à l'ellipse.

On suppose que le satellite artificiel (S) est ponctuel et n'est soumis qu'à l'attraction de la Terre et que la Terre effectue un tour complet autour de son axe de rotation en 24h.

On étudie le mouvement de (S) dans le repère géocentrique.

1. En utilisant l'équation aux dimensions , déterminer la dimension de la constante G.

2. On note T_1 et T_2 les périodes respectives de (S) sur l'orbite circulaire basse et l'orbite circulaire haute.
 Exprimer T_1 en fonction de r_1 , r_2 et T_2 . Calculer la valeur de T_1 sachant que (S) est géostationnaire sur l'orbite circulaire haute.
3. On considère le point E qui appartient au petit axe de la trajectoire elliptique défini par $\vec{OE} = OE \cdot \vec{u}$ et $\|\vec{u}\| = 1$. Donner l'expression du vecteur accélération \vec{a}_S de (S) au point E en fonction de G, M et OE.
 Calculer $\|\vec{a}_S\|$ au point E .

Exercice 4 : Dét. du rayon de l'orbite de la lune autour de la terre. (SM 2017 R)

Le but de cette partie est de déterminer la distance Terre-Lune à partir de l'étude du mouvement de la Terre autour du Soleil et du mouvement de la Lune autour de la Terre.
 Dans chaque cas, l'étude du mouvement se fait dans un référentiel considéré galiléen.
 On considère que :

- Le Soleil, la Terre et la Lune présentent une répartition de masse à symétrie sphérique.
- La Lune n'est soumise qu'à la force de gravitation universelle appliquée par la Terre .
- La Terre n'est soumise qu'à la force de gravitation universelle appliquée par le Soleil .

Données :

- La période de révolution du centre d'inertie G de la Terre autour du soleil : $T = 365,25 \text{ jours}$,
- La période de révolution du centre d'inertie G' de la Lune autour de la Terre : $T' = 27,32 \text{ jours}$,
- On considère que :- dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire du centre G est assimilée à un cercle de rayon $R = 1,49 \times 10^8 \text{ km}$ centré sur le centre d'inertie du soleil .
 -dans le référentiel géocentrique, la trajectoire du centre G' est assimilée à un cercle de rayon r centré sur le centre G.

On note : M la masse du Soleil, m la masse de la Terre et m' celle de la Lune. On prend $\frac{M}{m} = 3,35 \times 10^5$

1. Définir le référentiel géocentrique.
2. Choisir la proposition juste parmi les affirmations suivantes :
 - a) La constante de gravitation universelle s'exprime en $m.s^{-2}$.
 - b) Le vecteur accélération du centre G de la terre est tangent à son orbite circulaire autour du Soleil.
 - c) Dans un mouvement circulaire uniforme, le vecteur accélération a une direction constante.
 - d) La vitesse du mouvement circulaire uniforme d'une planète autour du Soleil ne dépend pas de la masse de la planète.
3. Donner l'expression vectorielle de la force d'attraction gravitationnelle exercée par le soleil sur la Terre, dans la base de Freinet (\vec{u}, \vec{n}).
4. En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que le mouvement du centre d'inertie G de la Terre autour du soleil est circulaire uniforme.
5. Établir la relation traduisant la troisième loi de Kepler relative au mouvement du centre d'inertie G de la Terre autour du soleil.
6. Trouver l'expression du rayon r en fonction de m, M, T, T' et R et calculer sa valeur.

Exercice 5 : Mouvement d'une satellite artificiel (SM 2019 R)

le but de cette partie est déterminer la masse de la terre par deux méthodes

Données :

- L'accélération de la pesanteur à la surface de la Terre : $g_0 = 9,8m.s^{-2}$;
- Constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} SI$ On prendra $\pi^2 = 10$

On considère que la terre est sphérique de centre O, de rayon $R_T = 6400km$, de masse M_T et ayant une répartition de masse sphérique.

On considère que le satellite artificiel n'est soumis qu'à la force d'attraction universelle exercée par la terre.

1. 1.1. En identifiant poids et force d'attraction universelle au niveau du sol, trouver l'expression de l'intensité de la pesanteur g_0 à la surface de la terre en fonction de M_T , R_T et G.
1.2. Calculer M_T .
2. Dans le référentiel géocentrique considéré galiléen, un satellite artificiel (S) décrit une orbite circulaire autour de la terre avec une période de révolution $T = 98\text{min}$. Le satellite se trouve à une altitude $h = 647\text{km}$ de la surface de la terre.
 - 2.1. Établir la relation traduisant la troisième loi de Kepler relative au mouvement du centre d'inertie de (S).
 - 2.2. En déduire M_T la masse de la terre et la comparer à celle trouvé à la question 1.2.

*Mouvement de rotation d'un solide autour
d'un axe fixe*

Les oscillateurs mécaniques

Exercice 1 : (SM 2008 N)

Le savant Cavendish, a réalisé en 1778 la 1ère expérience utilisant la balance de torsion pour déterminer la valeur de la constante de gravitation universelle G , il a trouvé $G = 6,67 \times 10^{-11} m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$. Désormais, il devient possible de calculer les vitesses des satellites artificiels et naturels sur leurs orbites, par application de la deuxième loi de Newton.

La balance de torsion utilisée par Cavendish est un pendule de torsion, constitué d'une barre homogène, de masse négligeable, portant à ses extrémités de corps de même masse, et suspendue de son milieu par un fil de torsion de constante de torsion C , accroché à un support fixe (figure 1).

Le moment d'inertie du système barre, corps par rapport à l'axe de rotation (Δ) confondu avec le fil de torsion vertical est $J_\Delta = 1,46 kg \cdot m^2$.

La mesure de la période des oscillations par Cavendish a donné $T = 7$ min.

On donne : masse de la terre $M_T = 5,98 \times 10^{24} kg$. On prendra $\pi^2 = 10$.

1. Détermination de la vitesse d'un satellite artificiel :

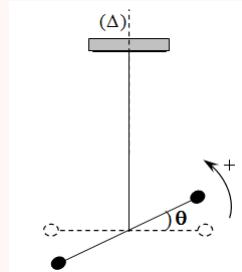
Dans le repère géocentrique, l'orbite d'un satellite artificiel est circulaire, de centre confondu avec le centre de la terre et de rayon $r = 7000$ km.

Par application de la 2ème loi de Newton, déterminer l'expression de la vitesse linéaire v du satellite artificiel, en fonction de : G , r et la masse de la terre M_T . Calculer la valeur de v .

2. Etude du pendule de torsion :

On néglige tous les frottements et on note :

- θ : l'abscisse angulaire de torsion du fil ;
- $\frac{d\theta}{dt}$: la vitesse angulaire ;
- $\frac{d^2\theta}{dt^2}$: l'accélération angulaire.



2.1. Établir l'équation différentielle traduisant les variations de l'abscisse angulaire θ au cours des oscillations du pendule.

2.2. La solution de cette équation s'écrit sous la forme : $\theta(t) = \theta_m \cos \left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi \right)$;

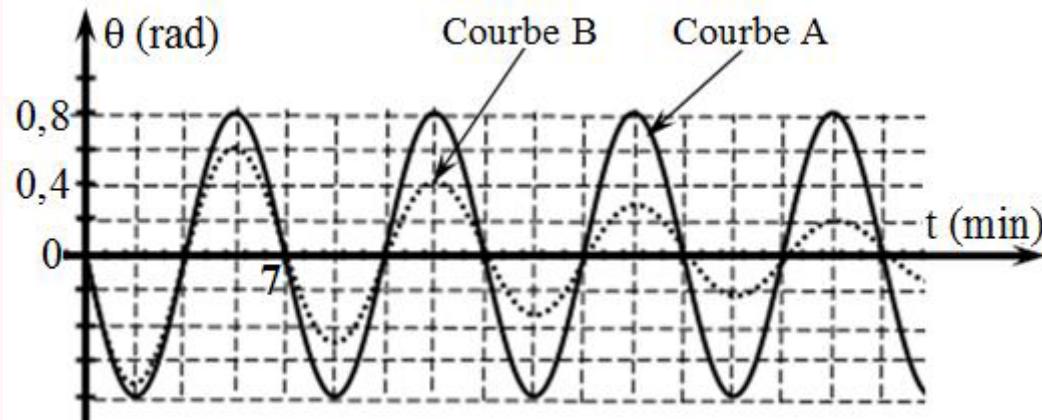
En utilisant l'équation différentielle et sa solution, trouver l'expression de la période propre T_0 des oscillations du pendule, en fonction de C et J_Δ . En déduire la constante de torsion C du fil utilisé par Cavendish.

3. Exploitation du graphe $\theta = f(t)$

Deux expériences ont été réalisées pour déterminer la période des oscillations du pendule ; l'une en présence de frottements et l'autre en l'absence des frottements.

Les courbes A et B de la figure 2, modélisent l'évolution de l'abscisse angulaire θ de torsion du fil au cours du temps dans chacune des deux expériences.

- 3.1. Préciser la courbe correspondante au régime pseudo-périodique. Justifier votre réponse.
- 3.2. Déterminer, à partir de la figure 2, en l'absence des frottements, la valeur de la vitesse angulaire du mouvement du pendule de torsion à l'instant $t = 0$.



Exercice 2 : Mesure de la masse d'un corps dans un vaisseau spatial en orbite (SM 2008 R)

Tout en menant des recherches dans un vaisseau spatial sur son orbite terrestre, l'astronaute mesure la masse de certains objets en utilisant un dispositif constitué d'une cabine (A) de masse $m = 200 \text{ g}$ qui peut être glissé sur un plan horizontal sans frottement. La cabine est reliée à deux ressorts (R_1) et (R_2) avec la même rigidité k et la même longueur initiale ℓ_0 . L'autre extrémité de chaque ressort est fixée à un support fixe (Figure 1).

À l'équilibre, la longueur de chaque ressort est supérieure à sa longueur initiale.

Avant d'utiliser cet appareil à l'intérieur du vaisseau spatial Il a subi l'expérience suivante sur Terre :

On met un corps solide (C_1) De masse $M_1 = 100 \text{ g}$ à l'intérieur de la cabine (A) et on retire le système (S) composé de cabine (A) et de corps (C_1) de sa position d'équilibre G_0 , qui correspond à l'origine de repère (O, \vec{i}), à droite et à une distance X_m , sans vitesse initiale, le centre d'inertie G du système a accompli un mouvement oscillatoire autour de la position de son équilibre, de sorte que les ressorts sont restés allongés.

Un ordinateur équipé permet l'enregistrement de la courbe représentant les changements de l'abaisse x de centre d'inertie G du système (S) en fonction de temps (Figure 2).

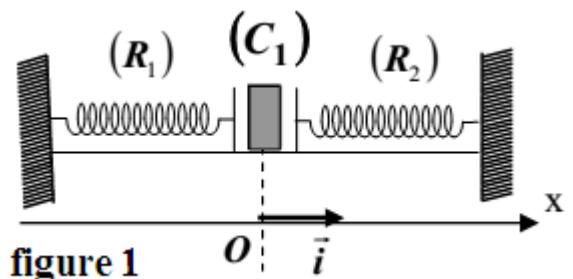


figure 1

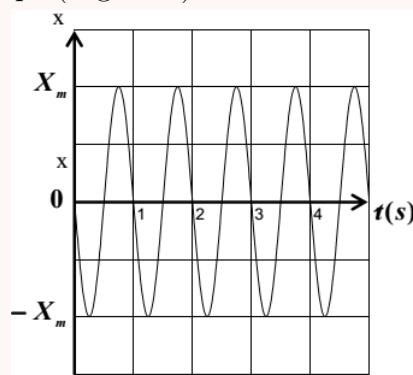


figure 2

1. Montrer que les deux ressorts ont le mêmes allongements en équilibre : $\Delta\ell_1 = \Delta\ell_2 = \Delta\ell_0$.
2. Montrer que l'abaisse x de centre d'inertie du système (S) vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{2.k}{m + M_1}x = 0$$
3. la solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme $x(t) = X_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$
 - 3.1. Déterminer, à partir de la courbe, la phase φ du mouvement.
 - 3.2. A partir de l'équation différentielle et sa solution, déterminer l'expression de la période propre T_0 en fonction de M_1 , m et k .
 - 3.3. A partir de la courbe (fig. 2), calculer la valeur de k . on donne $\pi^2 = 10$.
 - 3.4. L'astronaute a accompli la même expérience en utilisant le même corps (C_1) et le même dispositif précédent dans le vaisseau spatial en orbite autour de la Terre. il a trouvé la même valeur de la période propre T_0 . Que concluez-vous ?
 - 3.5. L'astronaute a utilisé le même dispositif précédent pour mesurer la masse M_2 du corps

(C₂) à l'intérieur du vaisseau spatial, il a trouvé que la valeur la période propre de l'oscillateur est : $T'_0 = 1,5\text{s}$, déduire la valeur M_2 .

Exercice 3 : mouvement d'un sportif sur un plan incliné (SM 2009 R)

Un sportif de masse $m = 60\text{ kg}$, glisse sur un plan (π) incliné d'un angle $\alpha = 12^\circ$ par rapport au plan horizontal. Le plan (π) a la forme d'un rectangle de longueur OM et de largeur ON = 20 m (Figure 1).

On modélise le sportif par un solide (S) de masse m et de centre d'inertie G.

On étudie le mouvement de G dans le repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) : où (O, \vec{i}) est horizontal, et $((O, \vec{j})$ parallèle à la ligne de plus grande pente du plan (π).

On néglige tous les frottements.

On prendra : $g = 9,80\text{m.s}^{-2}$.

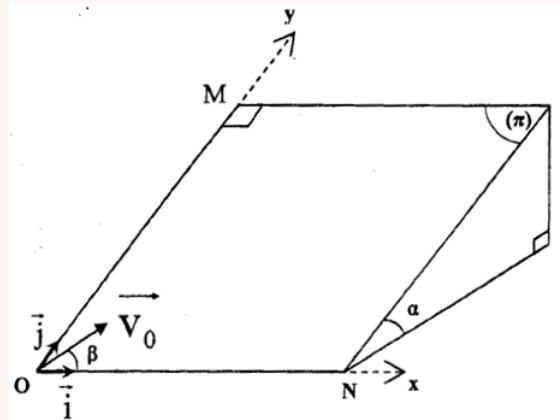


figure 1

1. Étude d'un mouvement plan sur un plan incliné :

A l'instant $t = 0$, le centre d'inertie G du sportif passe en O origine du repère (O, \vec{i}, \vec{j}) avec une vitesse de vecteur v_0 , contenu dans le plan (π), et faisant un angle β avec l'axe (O, \vec{i}) .

1.1. Montrer que les composantes du vecteur vitesse, à un instant t, vérifient les équations différentielles : $\frac{dv_x}{dt} = 0$ et $\frac{dv_y}{dt} = -g \cdot \sin \alpha$

1.2. Trouver l'équation de la trajectoire de G dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1.3. Dans le cas où $\beta = 60^\circ$:

a) Calculer la valeur de v_0 pour que G passe au point N.

b) Trouver les expressions des coordonnées x_S et y_S , du point S, sommet de la trajectoire de G, en fonction de v_0 , α , β et g.

2. Étude d'un mouvement oscillatoire sur un plan incliné :

Le sportif tient le bout d'une corde dont l'autre extrémité est fixée au point A se trouvant au haut du plan incliné (π). Il commence à effectuer des petites oscillations autour de sa position d'équilibre AG_0 parallèle à l'axe (O, \vec{j}) .

Pour étudier le mouvement du sportif tenant la corde, on le modélise par un pendule simple, constitué d'un solide de masse m et de centre d'inertie G, accroché à un fil inextensible, de masse négligeable, parallèle au plan (π) et de longueur $\ell = 12\text{ m}$

(Figure 2)

On repère, à chaque instant, la position de G par l'abscisse angulaire θ formé entre la corde et la droite (AG_0) .

On prendra comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur ($E_{pp} = 0$), le plan horizontal passant par G_0 . Le moment d'inertie J_Δ par rapport à l'axe de rotation (Δ) passant par A est : $J_\Delta = m\ell^2$.

On prendra dans le cas des petites oscillations : $\cos \theta \simeq 1 - \frac{\theta^2}{2}$

(avec θ en radians).

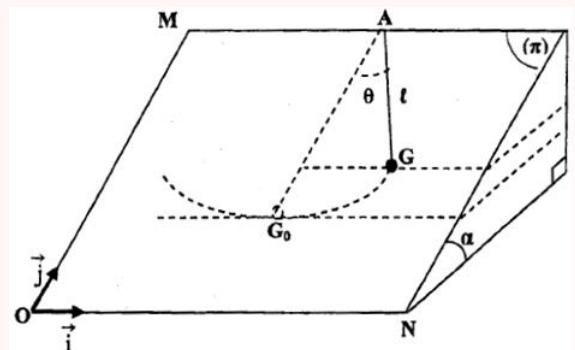


figure 2

3. Montrer que l'énergie mécanique du pendule s'écrit :

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \ell^2 \left[\frac{g \cdot \sin \alpha}{\ell} \theta^2 + \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right]$$

4. En déduire l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse angulaire θ .

5. La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme : $\theta(t) = \theta_m \cos \left(\frac{2\pi t}{T_0} + \varphi \right)$
où T_0 est la période propre des oscillations du pendule.

Trouver, par utilisation de l'équation différentielle et de sa solution, l'expression de T_0 . Calculer sa valeur.

6. Calculer, au passage du centre d'inertie G par G_0 , l'intensité de la tension T appliquée par la corde sur le solide, dans le cas où $\theta_m = 12^\circ$.

Exercice 4 : Changement des C.I. du mvt d'un oscillateur non amorti (SM 2010 N)

Un système mécanique oscillant est un système qui effectue un mvt périodique de va et vient autour de sa position d'équilibre stable.

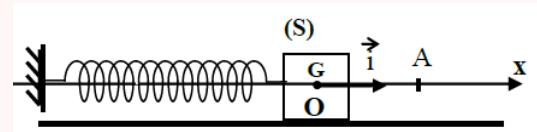
Un pendule élastique horizontal est constitué d'un solide (S) de masse m lié à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable de raideur K. L'autre extrémité du ressort est liée à un support fixe ,figure (2).

A l'équilibre, le centre d'inertie G du solide(S) coïncide avec l'origine O du repère d'espace (O, \vec{i}) lié à la Terre.

On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre dans le sens positif jusqu'à ce que son centre d'inertie G coïncide avec un point A situé à une distance d du point O.

On considère les deux cas suivants :

- 1^{er} cas : On abandonne à $t = 0$ le corps (S) au point A sans vitesse initiale.
- 2^{eme} cas : On lance à $t = 0$, le corps (S) à partir du point A dans le sens négatif avec une vitesse initiale \vec{v}_A .



Dans les deux cas le solide (S) effectue un mouvement oscillatoire autour de sa position d'équilibre O.

1. Établir l'équation différentielle que vérifie l'abscisse x du centre d'inertie G du solide.
2. Trouver l'expression littérale de la période propre T_0 de l'oscillateur pour que l'équation $x(t) = X_m \cos \left(\frac{2\pi t}{T_0} + \varphi \right)$ soit solution de l'équation différentielle.
3. On obtient à l'aide d'un dispositif approprié la courbe d'évolution des abscisses x_1 et x_2 du centre d'inertie G du corps (S) successivement dans le 1er et le 2ème cas comme l'indique la figure (3).
Préciser, en justifiant la réponse, la courbe correspondante au mouvement de l'oscillateur dans le 1er cas.
4. On considère l'oscillateur dans le 2ème cas et on désigne l'amplitude de son mouvement par X_{m2} et la phase à l'origine des dates par φ_2 .
 - 4.1. Déterminer à partir du graphe, figure (3) la valeur de la distance d et la valeur de l'amplitude X_{m2} .
 - 4.2. En appliquant la conservation de l'énergie mécanique, montrer que l'amplitude X_{m2} peut s'écrire sous la forme : $X_{m2} = \sqrt{\frac{m \cdot v_A^2}{K} + d^2}$.

4.3. Trouver l'expression de $\tan\varphi_2$ en fonction de d et X_{m2} .

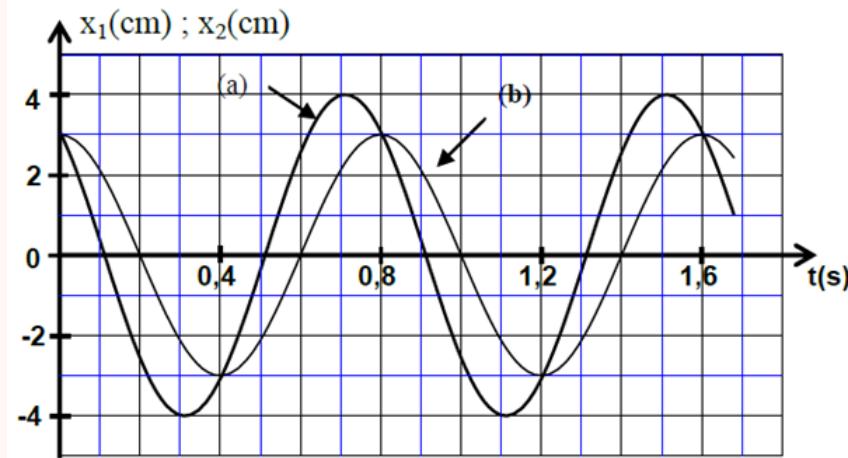


Figure 3

Exercice 5 : Étude énergétique d'un pendule pesant (SM 2010 R)

On considère un pendule pesant effectuant des oscillations libres non amorties.

Le pendule étudié est une tige AB homogène de masse m et de longueur $AB = \ell = 60,0$ cm pouvant tourner dans un plan vertical autour d'un axe (Δ) horizontal passant par son extrémité A, figure (2).

Le moment d'inertie de la tige par rapport à l'axe (Δ) est

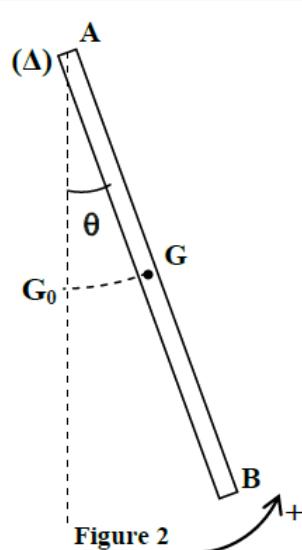
$$J_\Delta = \frac{1}{3} \cdot m \cdot \ell^2.$$

On étudie le mouvement du pendule dans un repère lié au référentiel terrestre que l'on suppose galiléen.

On repère à chaque instant la position du pendule par l'abscisse angulaire θ qui est l'angle que fait la tige avec la verticale passant par A.

On choisit le plan horizontal passant par G_0 , position du centre d'inertie de la tige AB dans la position d'équilibre stable, comme état de référence pour l'énergie potentielle de pesanteur (Ep = 0).

On admet dans le cas de faibles oscillations que $\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ avec θ en radian et on prend $g = 9,80 \text{ m.s}^{-2}$.



1. Équation différentielle du mouvement du pendule

1.1. Montrer que l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur E_p de la tige peut s'écrire sous la forme $E_p = m.g.\frac{\ell}{2}(1 - \cos(\theta))$.

1.2. Dans le cas de faibles oscillations, écrire l'expression de l'énergie mécanique E_m de la tige à un instant t en fonction de m, ℓ , g, θ et $\frac{d\theta}{dt}$.

1.3. Déduire l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse angulaire dans le cas de faibles oscillations.

2. Étude énergétique

On lance la tige AB à partir de sa position d'équilibre stable avec une vitesse initiale qui lui permet d'acquérir une énergie mécanique E_m .

La figure 3 donne le diagramme de l'évolution de l'énergie potentielle E_p et de l'énergie mécanique E_m de la tige AB pour deux expériences différentes. Dans chaque expérience la tige est

lancée à partir de sa position d'équilibre stable avec une vitesse initiale donnée, elle acquiert dans chaque expérience une énergie mécanique donnée :

- dans l'expérience (1) : $E_m = E_{m1}$
- dans l'expérience (2) : $E_m = E_{m2}$

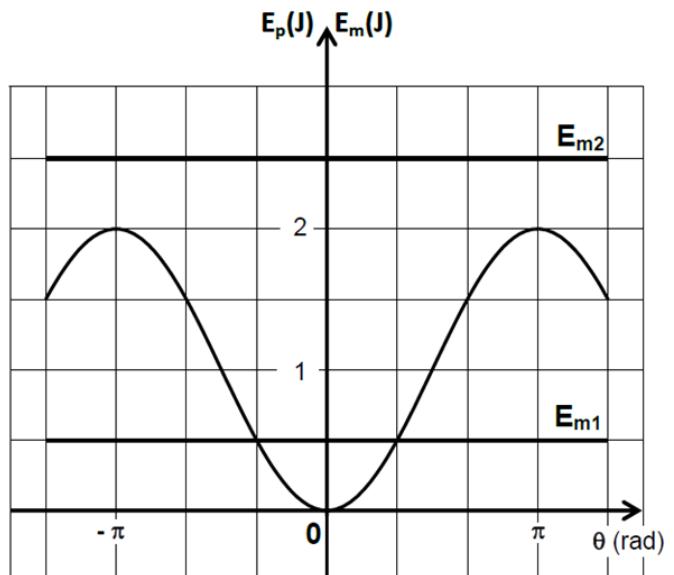
2.1. Déterminer à l'aide du graphe, de la figure (3), la nature du mouvement de la tige dans chaque expérience.

2.2. Préciser à partir du graphe la valeur maximale de l'abscisse angulaire θ du pendule dans l'expérience (1).

En déduire la masse m de la tige.

2.3. Au cours de l'expérience (2), l'énergie cinétique de la tige varie entre une valeur minimale $E_{c(min)}$ et une valeur maximale $E_{c(max)}$.

Trouver la valeur de $E_{c(min)}$ et celle de $E_{c(max)}$.



Exercice 6 : Étude énergétique d'un oscillateur mécanique (SM 2011 R)

Le pendule pesant est un système mécanique en mouvement de rotation oscillatoire autour d'un axe horizontal, sa période dépend généralement de l'amplitude du mouvement.

L'objectif de cet exercice est d'étudier un oscillateur formé d'un pendule pesant et d'un fil de torsion et comment le transformer à un oscillateur de période indépendante de l'amplitude du mouvement. On fixe au milieu d'un fil tendu horizontalement, de constante de torsion C , une tige de longueur $AB = 2\ell$ et de masse négligeable. A l'extrémité inférieure A de la tige est fixé un corps ponctuel (S_1) de masse $m_1 = m$.

La tige porte sur sa partie supérieure en un point M situé à une distance d du point O un solide ponctuel (S_2) de masse $m_2 = 2m$. La position de (S_2) sur la tige peut être réglée.

Lorsque le fil de torsion n'est pas tordu, la tige prend une position verticale.

On désigne par J_Δ le moment d'inertie du système constitué par la tige AB et les solides (S_1) et (S_2) par rapport à l'axe de rotation (Δ) qui est confondu avec le fil de torsion.

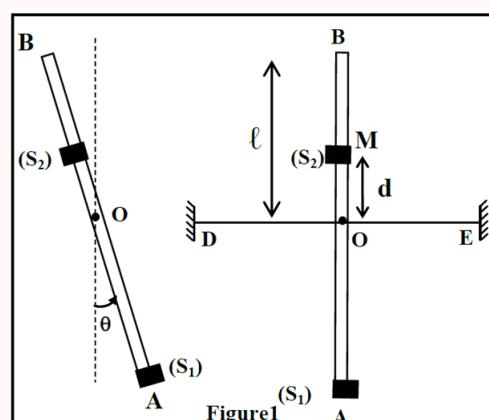
On écarte la tige AB de sa position d'équilibre verticale d'un angle θ_m dans le sens positif puis on la libère sans vitesse initiale, elle effectue alors des oscillations dans un plan vertical.

On repère à chaque instant la position de la tige AB par l'angle θ qu'elle forme avec la verticale passant par O, comme indique la figure (1).

On néglige tous les frottements.

L'expression de l'énergie potentielle de torsion dans le cas étudié est $E_{pt} = 2C\theta^2 + cte$.

On choisit comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur le plan horizontal contenant le point O, et comme état de référence pour l'énergie potentielle de torsion la position dans laquelle le fil n'est pas tordu ($\theta=0$).



1. Montrer que l'expression de l'énergie mécanique E_m de l'oscillateur s'écrit sous la forme :

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 + 2 \cdot m \cdot g \cdot \left(d - \frac{\ell}{2} \right) \cos(\theta) + 2 \cdot C \cdot \theta^2$$

2. On considère le cas de faibles oscillations dont $0 < \theta < \frac{\pi}{18}$ (rad) et $\cos(\theta) \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$.

- 2.1. Établir l'expression de l'équation différentielle vérifiée par l'angle θ .

- 2.2. Trouver l'expression littérale de la période propre T_0 de l'oscillateur pour que la solution de l'équation différentielle soit : $\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi t}{T_0} + \varphi\right)$.

3. On règle la position de (S2) sur la tige à la distance d_0 du point O, puis on écarte de nouveau la tige de sa position d'équilibre verticale d'un angle θ_m et on la libère sans vitesse initiale.

Déterminer la distance d_0 en fonction de ℓ pour que le mouvement de l'oscillateur soit un mouvement de rotation sinusoïdale, quel que soit la valeur de θ_m appartenant à l'intervalle $[0, \frac{\pi}{2}]$.

Exercice 7 : Pendule pesant (SM 2012 N)

Le pendule pesant est un système mécanique qui peut effectuer un mouvement de rotation oscillatoire autour d'un axe fixe horizontal ne passant pas par son centre d'inertie ; sa période propre dépend de l'accélération de la pesanteur.

L'objectif de cette partie est l'étude de l'effet de l'accélération de la pesanteur sur la période propre d'un pendule pesant dans le cas de faibles oscillations.

Le pendule pesant représenté sur la figure 1 est constitué d'un disque de masse m_1 , fixé à l'extrémité inférieure A d'une tige OA de masse m_2 avec $m_1 + m_2 = 200g$.

Le pendule pesant peut effectuer un mouvement de rotation oscillatoire autour d'un axe fixe (D) horizontal passant par l'extrémité O de la tige.

Le centre d'inertie G du pendule pesant est situé sur la tige à une distance $OG = d = 50\text{cm}$ de O.

Le moment d'inertie du pendule pesant par rapport à l'axe (Δ) est $J_{\Delta} = 9,8 \times 10^{-2} \text{kg.m}^2$.

On néglige tous les frottements.

On prend pour les petits angles : $\cos(\theta) \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ et $\sin\theta \approx \theta$ avec θ en radian. Et on prend $\pi^2=10$

1. Au niveau de la mer où l'accélération de la pesanteur est $g_0 = 9,8\text{m.s}^{-2}$, on écarte le pendule pesant de sa position d'équilibre stable d'un angle $\theta_0 = \frac{\pi}{18}$ (rad) et on le libère sans vitesse initiale à l'instant $t=0$.

On repère à chaque instant la position du pendule pesant par l'abscisse angulaire θ mesurée à partir de sa position d'équilibre stable (figure 1).

- 1.1. En appliquant la relation fondamentale de la dynamique relative à la rotation du pendule pesant, déterminer l'équation différentielle que vérifie l'angle θ dans le cas de faibles oscillations .

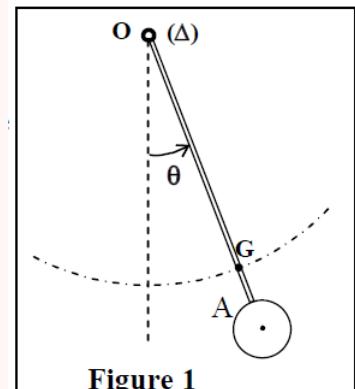


Figure 1

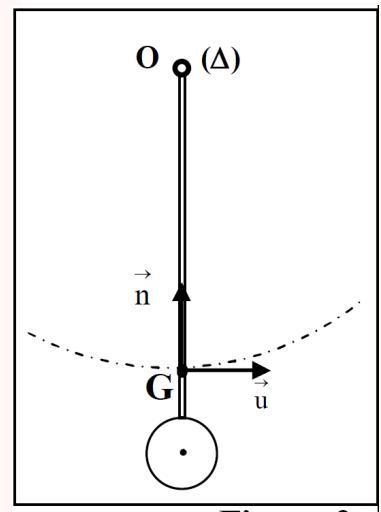


Figure 2

- 1.2. Trouver, en fonction de J_Δ , d , m_1 , m_2 et g_0 l'expression de la période propre T_0 du pendule pour que la solution de l'équation différentielle soit $\theta(t) = \theta_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$. Calculer T_0 .
- 1.3. En appliquant la deuxième loi de Newton et en utilisant la base de Freinet (G , \vec{u} , \vec{n}) (figure 2), trouver l'expression de l'intensité R de la force exercée par l'axe (Δ) sur le pendule pesant au moment de passage du pendule par sa position d'équilibre stable en fonction de m_1 , m_2 , d , g_0 , θ_0 , et T_0 . Calculer R .
2. Dans une région montagneuse où l'accélération de la pesanteur est $g = 9,78m.s^{-2}$, la période propre du pendule pesant augmente de ΔT . Pour corriger le décalage temporel ΔT , on utilise un ressort spiral équivalent à un fil de torsion dont la constante de torsion est C . On relie l'une des extrémités du ressort spiral à l'extrémité O de la tige et on fixe l'autre extrémité du ressort à un support fixe de telle façon que le ressort spiral soit non déformé lorsque le pendule pesant est dans sa position d'équilibre stable (figure 3). On choisit le niveau horizontal passant par G_0 centre d'inertie du pendule pesant dans sa position d'équilibre stable, comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur et la position dans laquelle le ressort spiral est non déformé, comme référence de l'énergie potentielle de torsion. Le point G_0 correspond à l'origine du repère $O'z$ orienté vers le haut (figure 3).
- 2.1. Montrer dans le cas de petites oscillations et à une date t , que l'énergie mécanique de l'oscillateur ainsi constitué s'écrit sous la forme : $E_m = a\dot{\theta}^2 + b\theta^2$ en précisant les expressions de a et de b en fonction des données utiles de l'exercice .
- 2.2. En déduire l'équation différentielle du mouvement que vérifie l'angle θ en fonction de a et b .
- 2.3. Trouver l'expression de la constante de torsion C qui convient à la correction du décalage temporel ΔT en fonction de m_1 , m_2 , d , g , et g_0 . Calculer C .

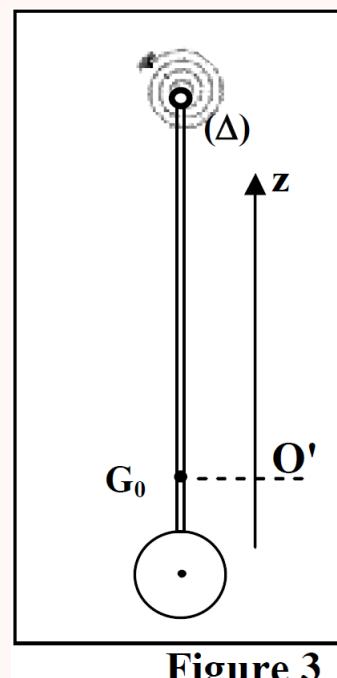


Figure 3

Exercice 8 : Pendule de torsion (SM 2012 R)

Le système mécanique oscillatoire est un système qui effectue un mouvement périodique autour de sa position d'équilibre stable. Parmi ces oscillateurs on cite le pendule de torsion.

L'objectif de cette partie est l'étude du mouvement d'un pendule de torsion.

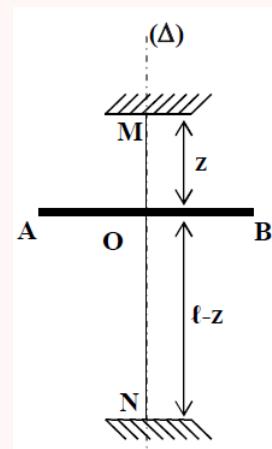
Le pendule de torsion représenté sur la figure 1 est constitué d'un fil de torsion de constante de torsion C_0 et de longueur l , et d'une tige homogène AB.

On fixe la tige AB par son milieu au fil de torsion en un point O qui divise le fil en deux parties :

- Une partie OM de longueur z et de constante de torsion C_1 ;
- Une partie ON de longueur $l - z$ et de constante de torsion C_2 .

Lorsque le fil est tordu d'un angle θ , la partie OM exerce sur la tige un couple de torsion de moment $M_1 = -C_1\theta$, et la partie ON exerce sur la tige un couple de torsion de moment $M_2 = -C_2\theta$.

On exprime la constante de torsion C d'un fil de torsion de longueur L par la relation $C = \frac{k}{L}$ avec k une constante qui dépend du matériau constituant le fil de torsion et du diamètre de ce fil.



J_Δ représente le moment d'inertie de la tige par rapport à l'axe de rotation (Δ) confondu avec le fil de torsion

Au début le fil de torsion est non tordu et la tige AB est horizontale.

On fait tourner la tige AB autours de l'axe (Δ) d'un angle θ_m de sa position d'équilibre stable et on l'abandonne sans vitesse initiale, elle effectue alors des oscillations dans le plan horizontal.

On repère la position de la tige AB à une date t par l'abscisse angulaire θ que fait la tige à cet instant avec la droite horizontale confondue avec la position d'équilibre de la tige.

On néglige tous les frottements.

- En appliquant la relation fondamentale de la dynamique relative à la rotation , montrer que l'équation différentielle du mouvement de ce pendule s'écrit :

$$\ddot{\theta} + \frac{C_0 \cdot \ell^2}{J_\Delta \cdot z \cdot (\ell - z)} \cdot \theta = 0$$

- Trouver l'expression littérale de la période propre T_0 de l'oscillateur pour que la solution de l'équation différentielle soit : $\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t\right)$.

- La courbe de la figure 2 représente la variation de l'accélération angulaire de la tige en fonction de l'abscisse angulaire q dans le cas où $z = \frac{\ell}{2}$.

- Déterminer la valeur de T_0 dans ce cas.

- On choisit le plan horizontal qui contient la tige AB comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur et on choisit comme état de référence de l'énergie potentielle de torsion la position d'équilibre de la tige où $\theta = 0$.

- Déterminer dans le cas où $z = \frac{\ell}{2}$, l'expression de l'énergie mécanique E_m de l'oscillateur à un instant t en fonction de J_Δ , C_0 , θ et la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ de la tige AB.
- Sachant que $E_m = 4 \times 10^{-3} J$, Calculer C_0 . On prend $\pi^2=10$.

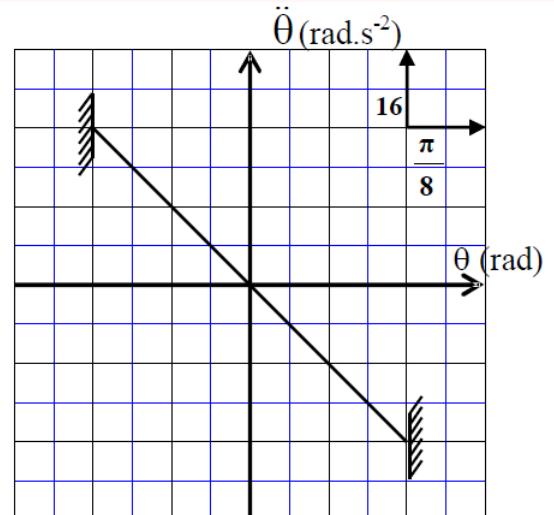


Figure2

Exercice 9 : L'oscillateur harmonique (SM 2013 R)

L'oscillateur harmonique est un oscillateur idéal , son évolution au cours du temps est décrite par une fonction sinusoïdale de fréquence ne dépendant que des caractéristiques du système mécanique .L'importance de ce model réside dans sa capacité de décrire l'évolution de tous système Physique oscillant autour de sa position d'équilibre stable.

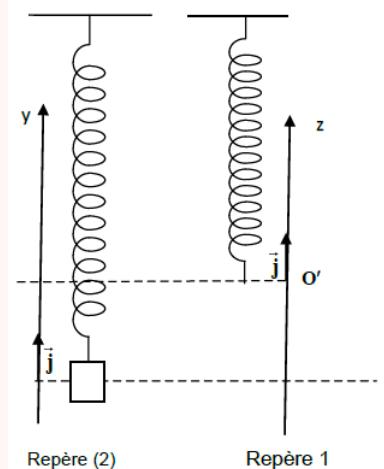
1. Étude dynamique :

On considère un ressort à spires non jointives et constante de raideur K et de masse négligeable suspendu à un support fixe. On suspend à l'extrémité libre de ressort un corps solide (S) de masse m . On représente l'allongement du ressort à l'équilibre de (S) par $\Delta\ell_0$ et on repère la position du centre d'inertie par un axe Oy orienté vers le haut dont l'origine coïncide avec la position du centre d'inertie de (S) à l'équilibre.

On écarte (S) verticalement de sa position d'équilibre vers le bas d'une distance $d = 2\text{cm}$ et on le libère sans vitesse initiale à instant $t = 0$ choisi comme origine du temps.

Données : $\Delta\ell_0 = 10,0\text{cm}$, l'intensité de pesanteur $g = 9,8\text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$

- 1.1. Trouver, à l'équilibre, l'expression de K en fonction de m , g et $\Delta\ell_0$.
- 1.2. En appliquant la deuxième loi de Newton, établir que l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse y s'écrit sous la forme $\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{K}{m} \cdot y = 0$
- 1.3. La solution de cette équation s'écrit sous la forme $y(t) = Y_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$; Déterminer la valeur de φ et de T_0 .
- 1.4. On note F la tension du ressort. choisir la bonne réponse : Quant l'abscisse $y > 0$, on a :
 - a) $F > mg$; b) $F = mg$; c) $F < mg$



2. Etude énergétique

On repère la position du centre du solide (S) à l'aide de deux repères :

- **Le repère 1** : l'origine O' de l'axe coïncide avec l'extrémité libre du ressort (à vide) et l'axe $O'z$ est verticale et orienté vers le haut. On prend comme état de référence pour l'énergie potentielle de pesanteur $E_{pp} = 0$ au point O' .
- **Le repère 2** : l'origine O de l'axe coïncide avec la position du centre d'inertie du solide (S) à l'équilibre et l'axe Oy est verticale et orienté vers le haut. On prend comme état de référence pour l'énergie potentielle de pesanteur $E_{pp} = 0$ au point O .

Pour les deux repères, on prend comme état de référence de l'énergie potentielle élastique $E_{pe} = 0$ quand le ressort est à vide.

- 2.1. On écarte le solide (S) verticalement vers le bas d'une distance $d < \Delta\ell_0$ de sa position d'équilibre et on le libère sans vitesse initiale à un instant $t = 0$ choisi comme origine du temps.

Écrire l'expression de l'énergie mécanique de l'oscillateur :

- a) dans le repère 1 en fonction de z , m , K , g et v vitesse du centre d'inertie.
- b) dans le repère 2 en fonction de y , m , K , $\Delta\ell_0$ et v vitesse du centre d'inertie.
- c) dans quel repère l'expression de l'énergie mécanique ne dépond pas de l'énergie potentielle

- 2.2. On écarte verticalement (S) de sa position d'équilibre vers le bas d'une distance $d = 2\text{cm}$ et on le lance vers le haut avec une vitesse initiale v_0 , le solide (S) effectue alors des oscillations verticales autour de sa position d'équilibre d'amplitude $D = 7\text{cm}$.

Sachant que l'énergie mécanique de l'oscillateur se conserve ;

Trouver l'expression de v_0 en fonction de g , $\Delta\ell_0$, d et D . Calculer v_0 .

Exercice 10 : Étude énergétique d'un pendule pesant (SM 2014 N)

L'objectif de cette partie est la détermination de la position du centre d'inertie G d'un système oscillant et son moment d'inertie J_Δ à l'aide d'une étude énergétique et dynamique.

Un pendule pesant de centre d'inertie G, est constitué d'une barre AB de masse $m_1 = 100\text{g}$ et d'un corps (C) de masse $m_2 = 300\text{g}$ fixé à l'extrémité B de la barre.

Le pendule pesant peut tourner autour d'un axe fixe horizontal (Δ) passant par l'extrémité A (fig2).

Le moment d'inertie du pendule par rapport à l'axe (Δ) est J_Δ .

$AG = d$ est la distance entre le centre d'inertie et l'axe de rotation.

On écarte le pendule de sa position d'équilibre stable d'un angle θ_m petit et on le libère sans vitesse initiale à un instant considéré comme origine des temps ($t = 0s$), le pendule effectue alors un mouvement oscillatoire autour de sa position d'équilibre.

On considère que tous les frottements sont négligeables et on choisit le plan horizontal passant par le point G_0 , position de G à l'équilibre stable, comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur ($E_{PP} = 0$). On repère à chaque instant la position du pendule pesant par son abscisse angulaire θ formé par la barre et la ligne verticale passant par le point A, on note $\frac{d\theta}{dt}$ la vitesse angulaire du pendule pesant à un instant t.

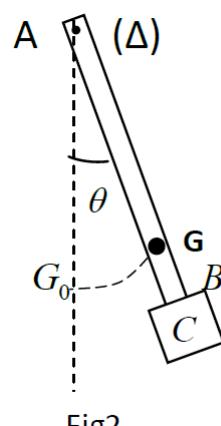


Fig2

La figure 3 représente la courbe de l'évolution de l'énergie cinétique E_C du pendule pesant en fonction du carré de l'abscisse angulaire θ^2 .

on prend $\cos(\theta) \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ et $\sin(\theta) \approx \theta$ avec θ en radian.

L'intensité de la pesanteur est $g = 9,8m.s^{-2}$.

1. Détermination de la position du centre d'inertie G du système

1.1. Soit E_m l'énergie mécanique du pendule pesant dans le cas de petites oscillations, Montrer que :

$$\frac{E_m}{\theta^2} = \frac{(m_1 + m_2).g.d}{2}$$

1.2. A l'aide du graphe de la figure 3, déduire la valeur de d .

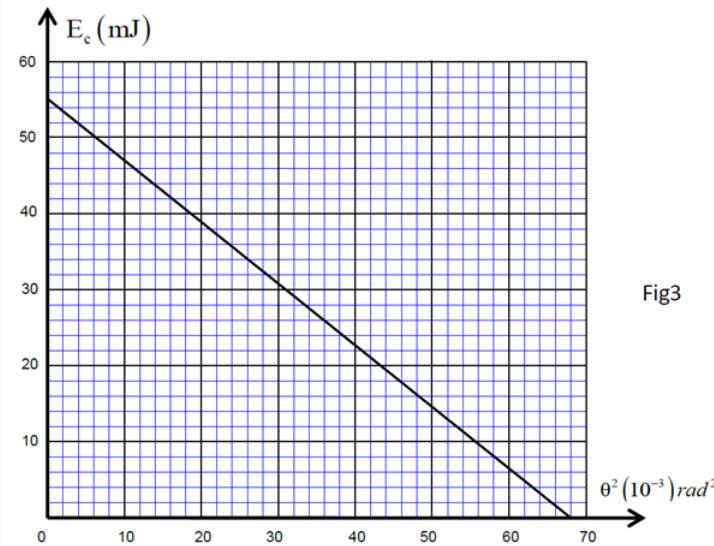


Fig3

2. Détermination du moment d'inertie J_Δ

- 2.1. Trouver en appliquant la relation fondamentale de la dynamique, l'équation différentielle du mouvement du pendule pesant.
- 2.2. Trouver l'expression de la fréquence propre N_0 de ce pendule en fonction de J_Δ , m_1 , g , m_2 et d pour que la solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme

$$\theta(t) = \theta_m \cdot \cos(2\pi N_0 t + \varphi)$$

- 2.3. Sachant que la valeur de la fréquence propre est $N_0 = 1kHz$. Calculer J_Δ .

Exercice 11 : Étude énergétique d'un oscillateur libre amorti (SM 2014 R)

L'objectif de cet exercice est l'étude d'un oscillateur mécanique constitué d'un ressort à spire non jointive, de masse négligeable et de constante de raideur $k = 20N.m^{-1}$ et un solide de masse $m = 200g$.

On néglige les frottements et on prend $g_0 = 9,8N.kg^{-1}$.

1. Oscillations libres non amorties

On repère la position du solide par l'abscisse x sur l'axe vertical (O, \vec{i}) orienté vers le bas.(fig 1). L'origine de l'axe est confondu avec G_0 position du centre d'inertie G à l'équilibre. A l'instant

$t=0$, on lance le solide avec une vitesse initiale vers le bas $\vec{v}_0 = v_0 \cdot \vec{i}$ de norme $v_0 = 0,5 \text{ m.s}^{-1}$.

- 1.1. Trouver l'allongement $\Delta\ell_e$ du ressort à l'équilibre.
- 1.2. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse x au cours du temps .
- 1.3. La solution d l'équation différentielle s'écrit sous la forme :

$$x(t) = X_m \cos \left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi \right).$$

Déterminer la valeur des constantes φ et X_m .

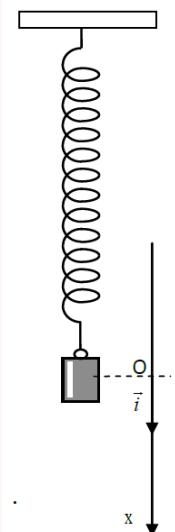


Fig1

2. Énergie de l'oscillateur

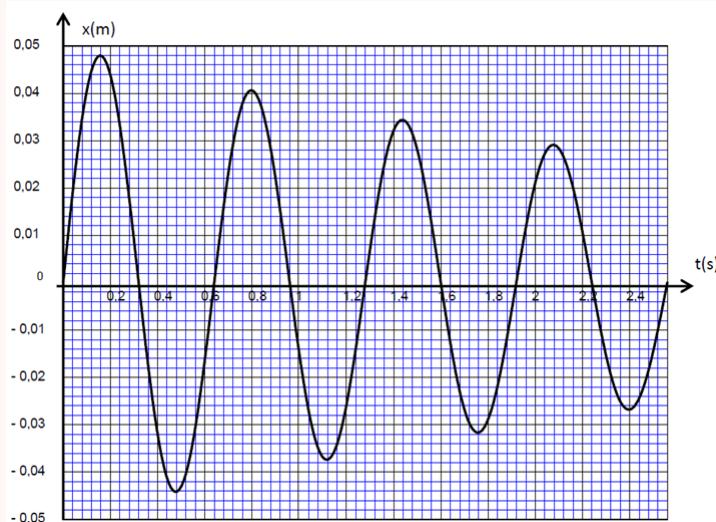
Les états de référence de l'énergie :

- Énergie potentielle de pesanteur : $E_{PP} = 0$ dans le plan horizontal contenant G_0 ;
- Énergie potentielle élastique : $E_{Pe} = 0$ quand le ressort n'est pas déformé.

- 2.1. Trouver l'expression de l'énergie potentielle de l'oscillateur en fonction de k , $\Delta\ell_e$, x , g et m .
- 2.2. Trouver, à partir de l'énergie mécanique, l'expression de la vitesse du centre d'inertie G au passage par la position de l'équilibre dans le sens positif en fonction de k , x_m et m .

3. Oscillations libres amorties

L'enregistrement du mouvement de l'oscillateur (fig 2) à l'aide d'un oscillateur montre que l'amplitude des oscillations varie au cours du temps.



- 3.1. Justifier la diminution de l'amplitude des oscillations.

- 3.2. La pseudo-période T dans le cas d'amortissement faible s'exprime par la relation

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mu \cdot T_0^2}{4\pi \cdot m}\right)^2}}. \text{ Déterminer ,à l'aide du graphe , le coefficient d'amortissement } \mu$$

Exercice 12 : Étude énergétique d'un pendule élastique (SM 2015 N)

Le pendule élastique est un système mécanique effectuant un mouvement oscillatoire autour de sa position d'équilibre stable.

Le but de cette partie est de déterminer quelques grandeurs liées à cet oscillateur par une étude énergétique.

Le pendule élastique étudié est constitué d'un solide (S), de centre d'inertie G et de masse $m = 100\text{g}$, attaché à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K. L'autre extrémité du ressort est fixée à un support fixe.

Le solide (S) peut glisser sans frottement sur la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport au plan horizontal (fig.1).

On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans le repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ lié au référentiel terrestre considéré comme galiléen. On repère la position de G à un instant t par l'abscisse x sur l'axe (O, \vec{i}) .

A l'équilibre, G est confondu avec l'origine O du repère (fig.1). On prendra $\pi^2 = 10$.

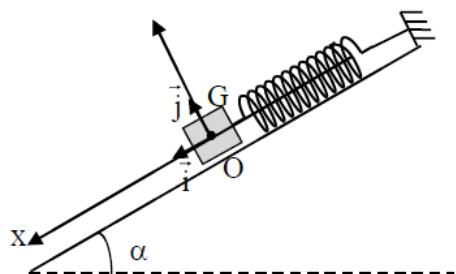


Figure 1

1. Déterminer, à l'équilibre, l'expression de l'allongement $\Delta\ell_0$ du ressort en fonction de K ,m , α et de g l'intensité de la pesanteur .

2. On écarte (S) de sa position d'équilibre d'une distance X_0 dans le sens positif et on l'envoie à l'instant de date $t=0$ avec une vitesse initiale V_0 telle que $\vec{V}_0 = -V_0 \cdot \vec{i}$.

2.1. On choisit comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur le plan horizontal auquel appartient G à l'équilibre : ($E_{pp}(O) = 0$) et comme référence de l'énergie potentielle élastique l'état où le ressort est allongé à l'équilibre : ($E_{pe}(O) = 0$). Trouver, à un instant t, l'expression de l'énergie potentielle $E_p = E_{pp} + E_{pe}$ de l'oscillateur en fonction de x et de K.

2.2. A partir de l'étude énergétique, établir l'équation différentielle régie par l'abscisse x .

2.3. La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme : $x(t) = X_m \cos \left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi \right)$.
(T_0 étant la période propre de l'oscillateur).

La courbe de la figure 2 représente l'évolution de l'énergie potentielle E_p de l'oscillateur en fonction du temps.

2.3.1. Trouver la valeur de la raideur K, de l'amplitude X_m et de la phase φ .

2.3.2. Par étude énergétique, trouver l'expression de V_0 en fonction de K ,m et X_m .

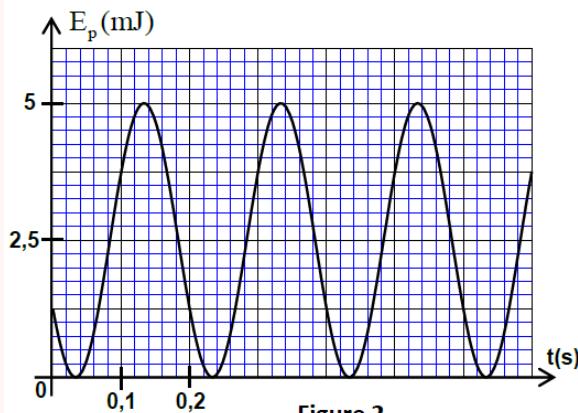


Figure 2

Exercice 13 : Etude du mouvement d'un pendule pesant (SM 2015 R)

On réalise une étude expérimentale en utilisant un pendule pesant, de centre d'inertie G et de masse m, constitué d'une tige et d'un corps solide (S). Ce pendule peut effectuer un mouvement de rotation autour d'un axe horizontal (Δ) fixe passant par l'extrémité O de la tige (figure 1).

On désigne par J_Δ le moment d'inertie du pendule pesant par rapport à l'axe (Δ) et par L la distance séparant G de l'axe (Δ).

Pour créer un amortissement, on utilise des plaques légères de masse négligeable et de surfaces différentes.

Données : $g = 9,8\text{m.s}^{-1}$; $m = 400\text{g}$; $L = 50\text{cm}$

- Pour les oscillations de faible amplitude on prendra : $\sin\theta \approx \theta$ et $\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ avec θ en radian.
On réalise trois expériences :

- Dans une première expérience, on fixe sur la tige une plaque de surface S_1 .
- Dans une seconde expérience, on fixe sur la tige une plaque de surface S_2 supérieure à S_1 .
- Dans une troisième expérience, aucune plaque n'est fixée sur la tige.

Pour chacune des trois expériences, on écarte le pendule de sa position d'équilibre stable, dans le sens positif, d'un angle θ_m très petit, puis on le lâche sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$.

On repère à chaque instant la position du pendule par l'abscisse angulaire θ (fig.1).

L'étude expérimentale ainsi que le traitement des données avec un logiciel approprié, ont permis d'obtenir les courbes représentant l'évolution de l'abscisse angulaire θ en fonction du temps. (fig 2)

1. Cas du régime périodique :

- 1.1. Etablir dans ce cas, en appliquant la relation fondamentale de la dynamique dans le cas de la rotation, l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse angulaire θ .
- 1.2. Déterminer l'expression de la période propre T_0 du pendule en fonction de m , g , L et J_Δ en considérant que l'expression $\theta(t) = \theta_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi t}{T_0}\right)$ est solution de l'équation différentielle.
- 1.3. Vérifier par une analyse dimensionnelle que l'expression de T_0 a la dimension du temps.
- 1.4. Déterminer la valeur de J_Δ .
- 1.5. Déterminer l'expression de l'énergie cinétique de l'oscillateur en fonction de θ , θ_m , L , g et m . Calculer sa valeur lors du passage de l'oscillateur par sa position d'équilibre.

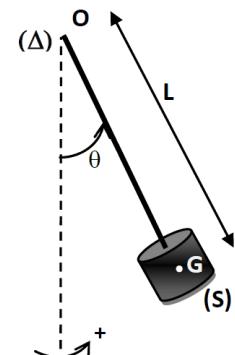
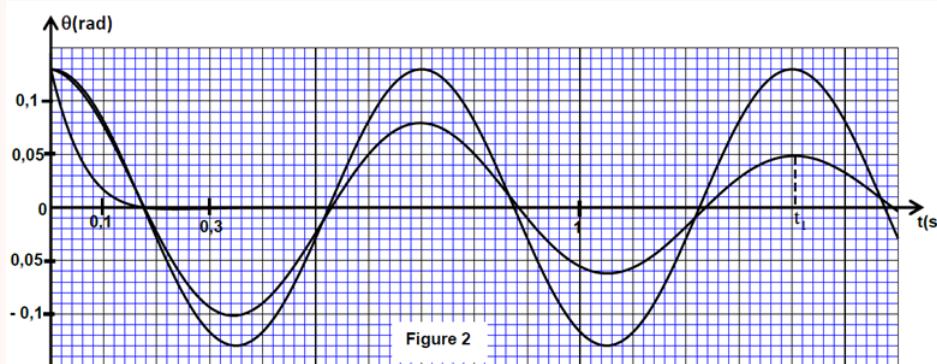


Figure 1

2. Cas du régime pseudopériodique :

Déterminer dans ce cas la variation de l'énergie mécanique de l'oscillateur entre l'instant $t = 0$ et l'instant $t = t_1$ (fig. 2).



Exercice 14 : Étude du mouvement d'un pendule de torsion (SM 2016 N)

Cet exercice a pour objectif d'étudier le mouvement d'un pendule de torsion et de déterminer quelques grandeurs liées à ce mouvement.

On dispose d'un pendule de torsion constitué d'un fil métallique, de constante de torsion C et d'une tige MN homogène fixée en son centre d'inertie G à l'une des extrémités du fil. L'autre extrémité du fil est fixée en un point P d'un support (figure 4).

La tige peut effectuer un mouvement de rotation sans frottement autour de l'axe (Δ) confondu avec le fil métallique. Le moment d'inertie de la tige MN par rapport à cet axe est $J_\Delta = 4 \times 10^{-4} \text{ kg.m}^2$. On étudie le mouvement du pendule dans un repère lié à un référentiel terrestre supposé galiléen.

On repère la position de la tige MN à chaque instant t par son abscisse angulaire θ par rapport à sa position d'équilibre stable (figure 4).

On choisit la position d'équilibre stable comme référence de l'énergie potentielle de torsion ($E_{pt} = 0$) et le plan horizontal passant par G comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur ($E_{pp} = 0$). On prendra $\pi^2 = 10$.

Le pendule effectue des oscillations d'amplitude $\theta_m = \frac{\pi}{4}$ (rad). L'étude expérimentale a permis d'obtenir la courbe de la figure 5 représentant les variations de la vitesse angulaire de l'oscillateur en fonction du temps.

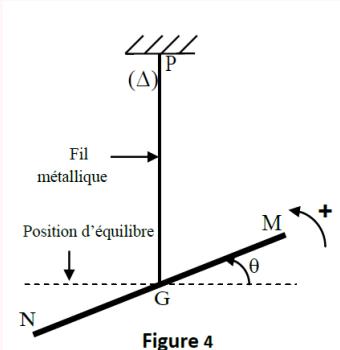


Figure 4

1. En appliquant la relation fondamentale de la dynamique dans le cas de la rotation, établir l'équation différentielle du mouvement du pendule.

2. La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme : $\dot{\theta}(t) = \theta_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi t}{T_0} + \varphi\right)$ où T_0 est la période propre du pendule.

2.1. Montrer que l'expression numérique de la vitesse angulaire, exprimée en rad.s^{-1} , s'écrit :

$$\dot{\theta}(t) = 4 \cdot \cos\left(1,6\pi t + \frac{7\pi}{6}\right).$$

2.2. Déterminer la valeur de la constante de torsion C du fil.

3. Trouver la valeur de l'énergie mécanique de l'oscillateur et en déduire la valeur de son énergie potentielle à l'origine des dates $t = 0$.

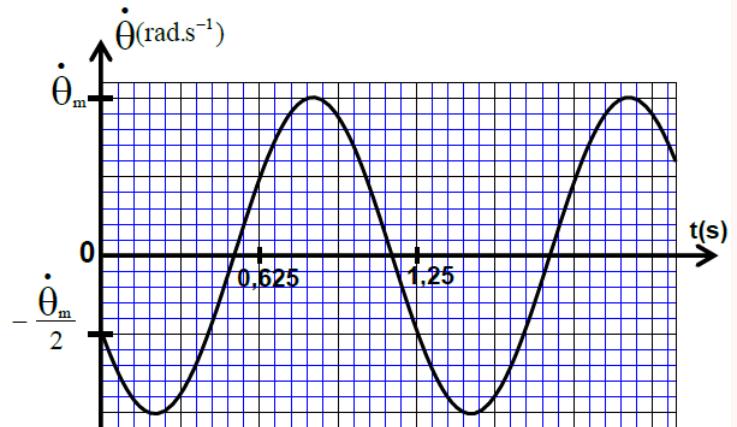


Figure 5

Exercice 15 : Étude du mouvement d'un pendule élastique (SM 2016 R)

Un oscillateur mécanique vertical est constitué d'un corps solide S de masse $m = 200\text{g}$ et d'un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de raideur K. L'une des extrémités du ressort est fixée à un support fixe et l'autre extrémité est liée au solide S (figure 2).

On se propose d'étudier le mouvement du centre d'inertie G du solide S dans un repère $R(O, \vec{k})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen.

On repère la position de G à un instant t par la côte z sur l'axe $R(O, \vec{k})$. A l'équilibre, G est confondu avec l'origine O du repère $R(O, \vec{k})$. On prendra $\pi^2 = 10$.

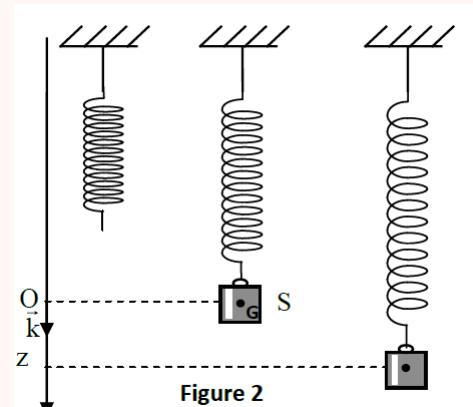


Figure 2

1. Frottements négligeables

On écarte verticalement le solide S de sa position d'équilibre et on l'envoie à l'instant de date $t = 0$, avec une vitesse initiale $\vec{V}_0 = V_{0z} \vec{i}$.

La courbe de la figure 3 représente l'évolution de la côte z(t) du centre d'inertie G.

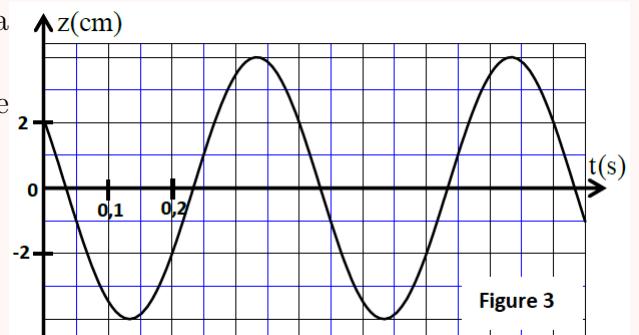
1.1. Déterminer, à l'équilibre, l'allongement $\Delta\ell_0$ du ressort en fonction de m, K et de l'intensité de la pesanteur g.

- 1.2. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la côte z du centre d'inertie G.

- 1.3. La solution de cette équation différentielle s'écrit

$$z(t) = Z_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot t}{T_0} + \varphi\right)$$

avec T_0 la période propre de l'oscillateur.
Déterminer la valeur de K et celle de V_{0z} .



2. Frottements non négligeables

On réalise deux expériences en plongeant l'oscillateur dans deux liquides différents. Dans chaque expérience, on écarte verticalement le solide de sa position d'équilibre d'une distance z_0 et on l'abandonne sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$, le solide oscille alors à l'intérieur du liquide.

Les courbes (1) et (2) de la figure 4 représentent l'évolution de la côte z du centre d'inertie G au cours du temps dans chaque liquide.

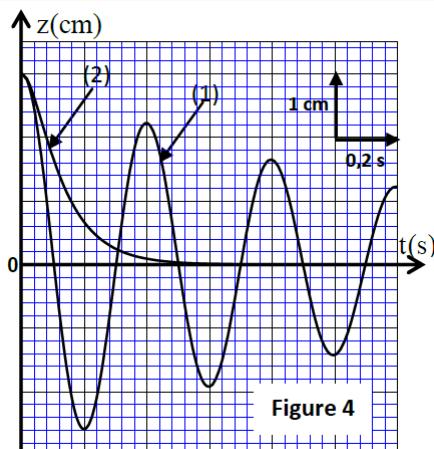
- 2.1. Associer à chaque courbe le régime d'amortissement correspondant.

- 2.2. On choisit le plan horizontal auquel appartient le point O, origine du repère $R(O, \vec{k})$, comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} (E_{pp}) et l'état où le ressort est non déformé comme état de référence de l'énergie potentielle élastique E_{pe} ($E_{pe} = 0$).

Pour les oscillations correspondant à la courbe (1) :

- 2.2.1. Trouver, à un instant de date t , l'expression de l'énergie potentielle $E_p = E_{pe} + E_{pp}$ en fonction de K, z et $\Delta l'_0$ l'allongement du ressort à l'équilibre dans le liquide.

- 2.2.2. Calculer la variation de l'énergie mécanique de l'oscillateur entre les instants $t_1 = 0$ et $t_2 = 0,4s$.



Exercice 16 : Étude du mouvement d'un pendule pesant. (SM 2017 N)

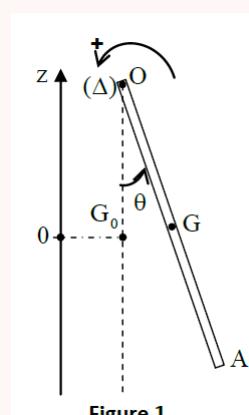
Cette partie vise la détermination de l'intensité de la pesanteur, en un lieu donné, ainsi que quelques grandeurs qui sont liées au mouvement d'un pendule pesant.

Un pendule pesant est constitué d'une tige homogène OA de masse m, de centre d'inertie G et de longueur L pouvant effectuer un mouvement de rotation dans un plan vertical autour d'un axe horizontal (Δ) passant par son extrémité O (figure 1). Soit J_Δ le moment d'inertie du pendule par rapport à l'axe (Δ).

On étudie le mouvement du pendule dans un repère lié à un référentiel terrestre supposé galiléen.

On écarte la tige OA de sa position d'équilibre stable d'un petit angle θ_0 , dans le sens positif, puis on la lance avec une vitesse angulaire initiale à l'instant de date $t = 0$.

On repère la position du pendule à un instant de date t par l'abscisse angulaire θ . Le centre G est



confondu avec G_0 quand le pendule passe par sa position d'équilibre stable (figure 1). On néglige tous les frottements et on choisit le plan horizontal passant par $0 G$ comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur ($E_{pp} = 0$).

Données :

- La masse de la tige : $m = 100\text{g}$;
- La longueur de la tige : $L = 0,53\text{m}$;
- L'expression du moment d'inertie de la tige par rapport à l'axe (Δ) : $J_\Delta = \frac{1}{3}m.L^2$;
- Pour les petits angles : $\cos(\theta) \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ où θ est exprimé en radian ;
- On prendra : $\pi^2 = 10$.

1. Trouver l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur du pendule pesant à un instant t , dans le cas des oscillations de faible amplitude, en fonction de θ , L , m et g intensité de la pesanteur.
2. Par une étude énergétique, montrer que l'équation différentielle du mouvement s'écrit :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{3.g}{2.L}\theta = 0$$

3. La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme :

$$\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

où T_0 est la période propre du pendule.

La courbe de la figure 2 représente l'évolution de l'énergie cinétique du pendule étudié au cours du temps.

- 3.1. Déterminer la valeur de l'intensité de pesanteur g .
- 3.2. Trouver la valeur de l'amplitude θ_m du mouvement.
- 3.3. Déterminer la valeur de φ .

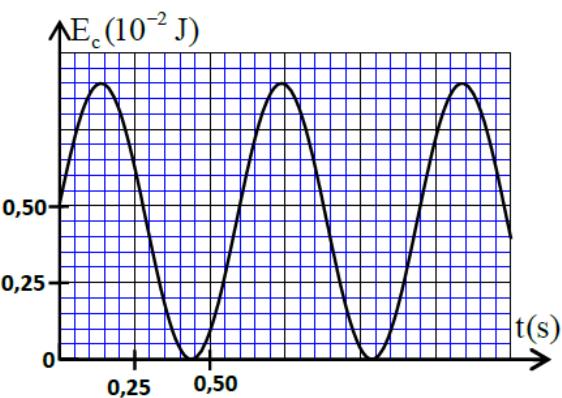


Figure 2

Exercice 17 : Etude du mouvement de l'oscillateur (corps solide – ressort) (SM 2017 R)

On étudie dans cette partie le mouvement d'un oscillateur mécanique élastique dans deux situations :

- l'oscillateur est horizontal,
- l'oscillateur est vertical.

L'oscillateur mécanique étudié est modélisé par un système (solide-ressort) constitué d'un solide (S) de masse m et d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K .

On note T_0 la période propre de cet oscillateur.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G du solide (S) dans un repère lié à un référentiel terrestre considéré galiléen. On néglige les frottements et on prend $\pi^2 = 10$.

1. Etude de l'oscillateur mécanique horizontal :

Le ressort est horizontal, une de ses extrémités est fixe.

On accroche à son autre extrémité le solide (S). Ce solide peut glisser sur le plan horizontal.

On repère la position de G à un instant t par l'abscisse x sur l'axe (O, \vec{i}). A l'équilibre, le centre d'inertie G du solide coïncide avec l'origine O du repère (figure 1).

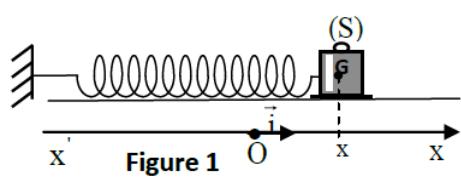


Figure 1

On écarte (S) de sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse initiale à un instant choisi comme origine des dates ($t = 0$).

La courbe de la figure 2 représente l'évolution au cours du temps de l'accélération a_x du centre d'inertie G.

- 1.1. Etablir, en appliquant la deuxième loi de Newton, l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse $x(t)$.
- 1.2. La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme : $x(t) = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$.

Déterminer la valeur de X_m et celle de φ .

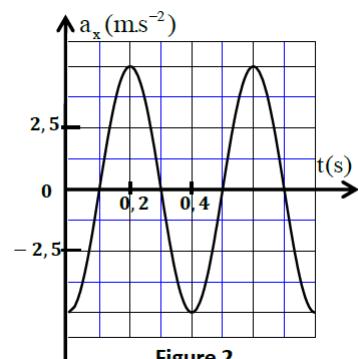


Figure 2

2. Etude de l'oscillateur mécanique vertical :

On fixe maintenant le ressort étudié comme l'indique la figure 3 ; l'une des deux extrémités du ressort est liée au solide (S) et l'autre est fixée à un support.

On repère la position de G à un instant t par la côte z sur l'axe (O, \vec{k}). A l'équilibre, le centre d'inertie G du solide coïncide avec l'origine O du repère R(O, \vec{k}) (figure 3).

On écarte, verticalement vers le bas, le corps (S) de sa position d'équilibre stable puis on le libère sans vitesse initiale à un instant choisi comme origine des dates ($t = 0$). L'oscillateur effectue alors un mouvement oscillatoire selon l'axe (Oz).

On choisit comme référence (E_{pp}) de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} le plan horizontal auquel appartient le point O et comme référence ($E_{pe} = 0$) de l'énergie potentielle élastique E_{pe} l'état où le ressort n'est pas déformé.

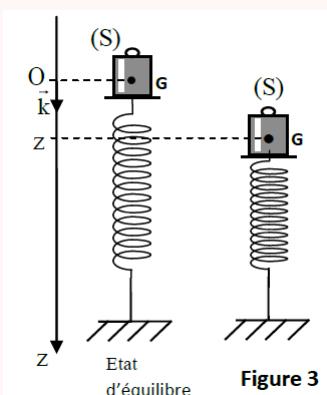


Figure 3

- 2.1. Déterminer, à l'équilibre, l'expression de l'allongement $\Delta\ell_0 = \ell - \ell_0$ du ressort en fonction de m, K et de l'intensité de la pesanteur g, avec ℓ la longueur du ressort à l'équilibre et ℓ_0 sa longueur à vide.
- 2.2. Montrer qu'à un instant t, l'expression de l'énergie potentielle totale E_p de l'oscillateur s'écrit sous la forme : $E_p = A.z^2 + B$ où A et B sont deux constantes.
- 2.3. La courbe de la figure 4 représente les variations de l'énergie potentielle totale en fonction de la côte z.

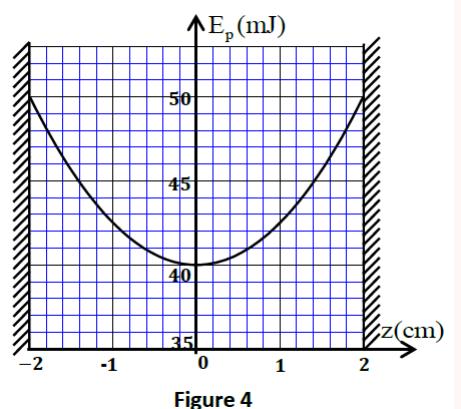


Figure 4

- 2.3.1. Trouver la valeur de $\Delta\ell_0$ et celle de K.

- 2.3.2. Trouver, en se basant sur la variation de l'énergie potentielle totale E_p , le travail de la force de rappel \vec{T} appliquée par le ressort sur le corps (S) lorsque G se déplace de la position de côte $z_1 = 0$ à la position de côte $z_2 = 1,4\text{cm}$.

Exercice 18 : Mouvement d'un pendule élastique. (SM 2018 N)

Le pendule élastique étudié est constitué d'un solide (S), de masse m et de centre d'inertie G, attaché à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable, de longueur à vide ℓ_0 et de raideur K. L'autre extrémité du ressort est fixée à un support fixe au point P.

Le solide (S) peut glisser sans frottement sur une tige (T) inclinée d'un angle α par rapport à la verticale et solidaire au point P (figure 2).

On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans le repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ lié à un référentiel terrestre considéré comme galiléen. On repère la position de G à un instant t par l'abscisse x sur l'axe (O, \vec{i}) .

A l'équilibre, G est confondu avec l'origine O du repère G ($x = 0$) (figure 2). On prendra : $\pi^2 = 10$.

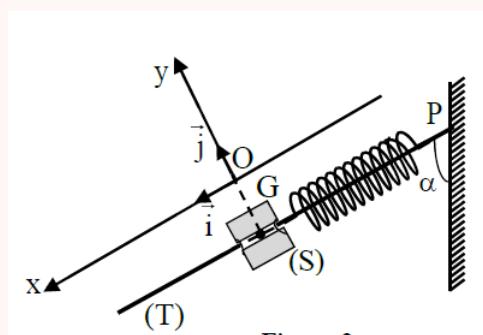


Figure 2

1. Exprimer ℓ_e , la longueur du ressort à l'équilibre, en fonction de ℓ_0 , m, K, α et g l'intensité de la pesanteur.

2. On déplace (S) de sa position d'équilibre d'une distance X_m , dans le sens positif, et on le lâche à l'instant de date $t = 0$ sans vitesse initiale.

La courbe de la figure 3 représente la variation de l'accélération a_x du centre d'inertie G en fonction de l'abscisse x avec $-X_m \leq x \leq X_m$.

- 2.1. différentielle vérifiée par l'abscisse $x(t)$.
- 2.2. La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme : $x(t) = X_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$. Trouver l'expression numérique de $x(t)$.
3. On choisit comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur ($E_{pp} = 0$) le plan horizontal auquel appartient G à l'équilibre et comme référence de l'énergie potentielle élastique ($E_{pe} = 0$) l'état où le ressort est allongé à l'équilibre.

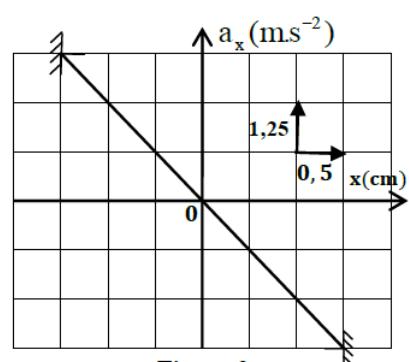


Figure 3

- 3.1. Trouver, à un instant t , l'expression de l'énergie potentielle $E_p = E_{pp} + E_{pe}$ de l'oscillateur en fonction de x et de K.

- 3.2. La courbe de la figure 4 représente les variations de l'énergie cinétique de l'oscillateur en fonction de x.

En se basant sur la conservation de l'énergie mécanique, déterminer la valeur de la raideur K. Déduire la valeur de la masse m.

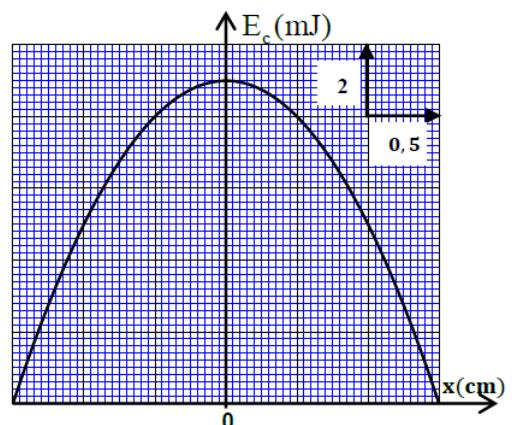


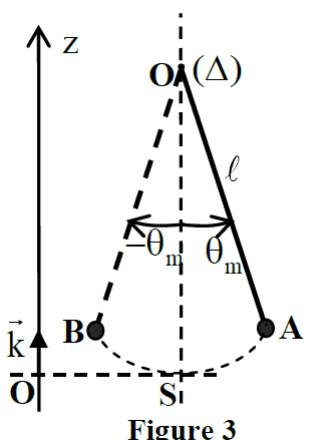
Figure 4

Exercice 19 : Mouvement d'un pendule simple (SM 2018 R)

On considère un métronome que l'on modélise par un pendule simple formé par une tige rigide de masse négligeable et de longueur $\ell = 24,8\text{cm}$ à laquelle est suspendue une petite bille de masse $m = 20\text{g}$ et de dimensions négligeables devant ℓ .

Quand on écarte le pendule de sa position d'équilibre d'un angle θ_m , il oscille dans un plan vertical entre les positions limites A et B autour d'un axe (Δ) horizontal passant par O (figure 3). Le métronome émet un signal sonore lorsque la bille arrive en A et il émet le même signal lors de son arrivée en B.

On repère la position du pendule par l'abscisse angulaire θ à un instant t .



Données :

- Accélération de la pesanteur : $g = 9,81\text{m.s}^{-1}$;
- Pour les oscillations de faible amplitude, on prend $\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$; θ en radian;
- Le moment d'inertie du pendule par rapport à l'axe de rotation (Δ) est : $J_\Delta = m.\ell^2$.
- Les frottements sont négligeables.

1. On écarte le pendule, de sa position d'équilibre stable, d'un angle petit $\theta_m = 8^\circ$ et on le libère de la position A à l'instant $t = 0$ sans vitesse initiale.

On choisit comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur le plan horizontal passant par la position de la bille au point S.

- 1.1. Trouver l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur du pendule à un instant t en fonction de θ , ℓ , m et g .
- 1.2. Déterminer la valeur de l'énergie mécanique du pendule.
- 1.3. Par une étude énergétique, établir l'équation différentielle du mouvement vérifiée par l'abscisse angulaire $\theta(t)$.
2. On note T_0 la période propre du pendule.
 - 2.1. Donner l'expression de T_0 en fonction de g et et vérifier en utilisant les équations aux dimensions qu'elle est homogène à un temps.
 - 2.2. Calculer la valeur de T_0 . Déduire le nombre de signaux sonores émis durant la durée $\Delta t = t - t_0 = 10,25\text{s}$ sachant que le premier signal sonore est émis à l'arrivée de la bille au point B pour la première fois.
 3. Montrer, en se basant sur la conservation de l'énergie mécanique, que la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ à un instant t s'exprime par la relation : $\dot{\theta} = \pm \dot{\theta}_s \sqrt{1 - \left(\frac{\theta}{\theta_m}\right)^2}$ avec $\dot{\theta}_s$ la vitesse angulaire au point S.

Exercice 20 : Etude du mouvement d'un oscillateur le gravimètre (SM 2019 N)

Un gravimètre est un instrument qui permet de mesurer l'intensité de la pesanteur g avec une bonne précision.

- Une tige OA de centre d'inertie G, de masse m et de moment d'inertie J_Δ par rapport à l'axe de rotation (Δ) horizontal passant par le point O. la tige est susceptible de tourner autour de l'axe (Δ) dans le plan vertical (Oxy) et son centre d'inertie G se trouve à la distance $OG = \ell$ de l'axe (Δ) (figure 3).
- Un ressort spirale tend à ramener la tige en position verticale en exerçant sur celle-ci un couple de moment $M_\Delta = -C\theta$ par rapport à l'axe de rotation (Δ) où C est une constante positive et θ

l'angle de rotation exprimé en radian.

Données :

- $m = 0,1\text{kg}$; $\ell = 58,4\text{cm}$;
- $J_\Delta = 2,5 \times 10^{-2}\text{kg.m}^2$; $C = 1,4\text{N.m.rad}^{-1}$
- Pour les petits angles : $\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ et $\sin\theta \approx \theta$ où θ est exprimé en radian.

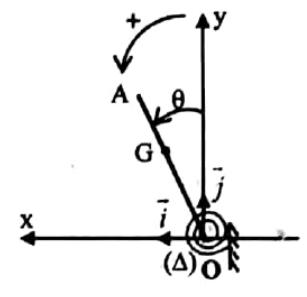


Figure 3

On néglige les frottements.

On repère la position de la tige OA à chaque instant t par son abscisse angulaire θ par rapport à sa position d'équilibre stable.

On écart la tige de sa position d'équilibre verticale d'un angle θ_m petit dans le sens positif et on la lâche sans vitesse initiale à l'instant de date $t = 0$.

On étudie le mouvement de l'oscillateur dans un repère lié à un référentiel terrestre supposé galiléen.

1. Établir, en appliquant la relation fondamentale de la dynamique dans le cas de la rotation, l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse angulaire θ dans le cas du faible amplitudes.
2. On choisit la position où $\theta = 0$ comme état de référence de l'énergie potentielle de torsion ($E_{pt} = 0$) et le plan horizontal passant par O comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur ($E_{pp} = 0$).
 - 2.1. Montrer que l'expression de l'énergie potentielle totale de l'oscillateur $E_p = E_{pp} + E_{pt}$ à un instant t est : $E_p = \frac{1}{2}(C - m.g.\ell)\theta^2 + mg\ell$.
 - 2.2. Par une étude énergétique, établir de nouveau l'équation différentielle du mouvement dans le cas de faibles amplitudes.
 - 2.3. Dans le cas où $C > m.g.\ell$, la solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme : $\theta(t) = \theta_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$
 - 2.3.1. Trouver l'expression de la période propre T_0 en fonction de C , m , ℓ , J_Δ , et g .
 - 2.3.2. Calculer g sachant que $T_0 = 1,1\text{s}$.
 - 2.4. La courbe de la figure 4 représente les variations de l'énergie potentielle totale E_p en fonction de θ .
 - 2.4.1. Déterminer graphiquement la valeur de l'énergie mécanique.
 - 2.4.2. Trouver la valeur absolue de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ pour $\theta = 0,125\text{rad}$.

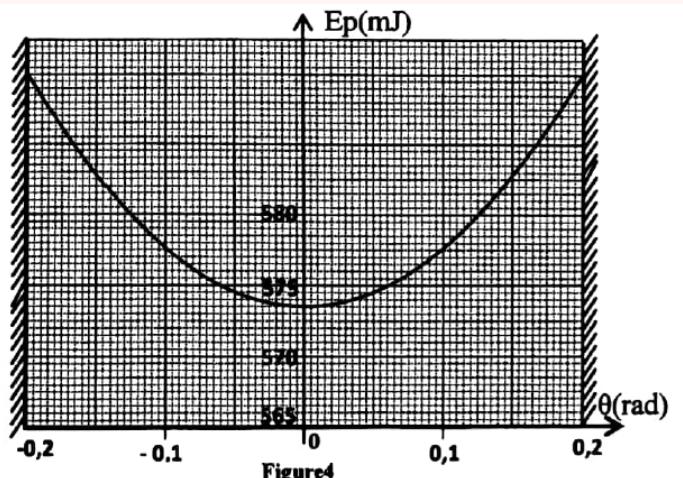


Figure 4

Exercice 21 : Mouvement oscillatoire et chute libre d'un corps solide (SM 2019 R)

On modélise un jouet par un système mécanique constitué d'un :

- Ressort (R) à spires non jointives, de masse négligeable, de raideur $K = 50\text{N.kg}^{-1}$
- Corps solide (S) de masse $m = 50\text{g}$ et de centre d'inertie G .

Données : Intensité de la pesanteur : $g = 10\text{m.s}^{-2}$; $\alpha = 30^\circ$

On étudie le mouvement du corps (S) dans deux situations :

Situation A : Mouvement oscillatoire du corps (S)

On attache (S) peut glisser sans frottement sur la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un

angle α par rapport au plan horizontale (figure 1).

On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans le repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ lié à un référentiel terrestre considéré comme galiléen. On repère la position de G à un instant t par l'abscisse x sur l'axe (O, \vec{i}) .

A l'équilibre, G est confondu avec l'origine O du repère (fig 1).

- Montrer que l'expression de l'allongement $\Delta\ell_e$ du ressort à

l'équilibre s'écrit $\Delta\ell_e = -\frac{m.g.\sin\alpha}{K}$.

- On écart (S) de sa position d'équilibre d'une distance $d = 2\text{cm}$ dans le sens positif et on le lâche à l'instant de date $t = 0$ sans vitesse initiale.

On choisit comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur ($E_{pp} = 0$) le plan horizontal auquel appartient G à l'équilibre et comme référence de l'énergie potentielle élastique ($E_{pe} = 0$) l'état où le ressort est non déformé.

- Montrer que l'expression de l'énergie potentielle totale de l'oscillateur à un instant t s'écrit :

$$E_p = E_{pp} + E_{pe} = \frac{1}{2}K(x^2 + (\Delta\ell)^2)$$

- Par étude énergétique, établir l'équation différentielle régie par l'abscisse $x(t)$.

- Sachant que la solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme :

$x(t) = X_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ avec T_0 la période propre de l'oscillateur, trouver V_0 la valeur de la vitesse de G, à son passage par la position d'équilibre dans le sens positif.

Situation B : Mouvement de chute libre du corps (S)

On détache le corps (S) du ressort (R). On comprime suffisamment le ressort et on le lâche. A un instant donné, le corps (S) quitte le ressort et arrive u point O_1 avec une vitesse \vec{V}_{01} faisant l'angle α avec l'horizontale et de norme $V_{01} = 2\text{m.s}^{-1}$ (figure 2) et tombe en chute libre.

On étudie le mouvement de chute libre du centre d'inertie G dans le repère $(O_1, \vec{i}_1, \vec{j}_1)$ lié à un référentiel terrestre considéré galiléen.

On choisit l'instant de passage de G par O_1 comme origine des dates ($t=0$)

- Par application de la deuxième loi de Newton, trouver les équations horaires numériques $x_1(t)$ et $y_1(t)$ du mouvement de G.
- Déduire l'expression numérique de l'équation de la trajectoire de G.
- Le corps (S) tombe-t-il dans la cuve à eau de largeur $L = x_{12} - x_{11}$ avec $x_{11} = 30\text{cm}$ et $x_{12} = 40\text{cm}$ (figure 2) ? Justifier la réponse.(on néglige les dimensions de (S)).

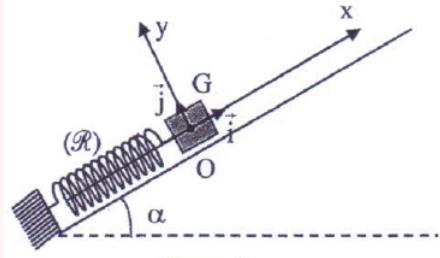


Figure 1

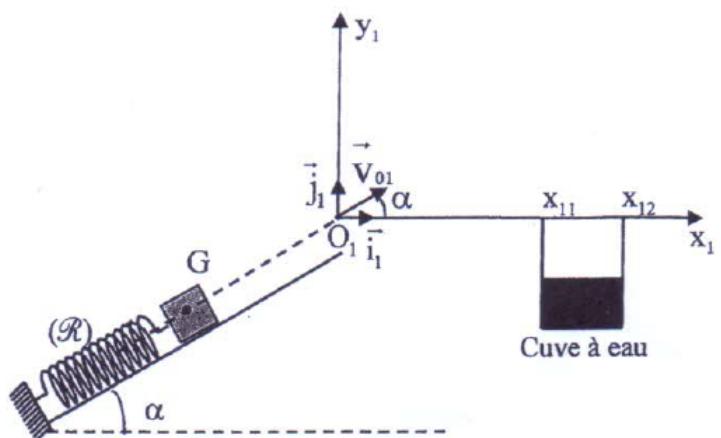


Figure 2

Cinquième partie

Les trns. lentes et les tras rapides d'un système chimique

Mise à niveau

Exercice 1 : Préparation d'une solution d'ammoniac

L'étiquette d'un flacon commercial contenant une solution d'ammoniac NH_3 comporte les indications suivantes : densité $d = 0,90$ et pourcentage en masse $P = 28\%$.

- Quelle est la concentration molaire de soluté apporté dans cette solution ?
- Indiquer le mode opératoire pour préparer à partir de la solution commerciale une solution S_1 de volume $V_1 = 200,0 \text{ mL}$, de concentration molaire $C_1 = 0,50 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Donnée : masse volumique de l'eau $\mu_0 = 1,00 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$.

Exercice 2 : Composés gazeux

- Un flacon de volume $V = 2,0 \text{ L}$, relié à un manomètre, contient du dioxyde de carbone à la température de 20°C . Le manomètre indique une pression $p = 1,22 \text{ bar}$.
 - Déterminer la quantité de dioxyde de carbone contenu dans le flacon.
 - Quelle est la masse de dioxyde de carbone dans le flacon ?
- Un flacon identique au précédent, à la même température, renferme la même masse de méthane CH_4 . Quelle est la pression p' indiquée par le manomètre ?
- Les deux gaz précédents, qui ne réagissent pas l'un avec l'autre, sont réunis dans un flacon de volume $V_1 = 3,0 \text{ L}$.
Déterminer la pression p_1 à l'intérieur du flacon maintenu à la température de 20°C .

Exercice 3 : Mélange gazeux

- Un récipient de volume $V = 5,0 \text{ L}$ contient un mélange gazeux constitué de méthane CH_4 et d'éthylène C_2H_4 . Dans les conditions expérimentales, le volume molaire gazeux V_m vaut $25,0 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$.
Calculer la quantité totale n de gaz contenu dans le récipient.
- La masse totale m de gaz est égale à $4,0 \text{ g}$.
Déterminer les quantités n_1 et n_2 de méthane et d'éthylène.

Exercice 4 : Utilisation du titre massique

On prépare une solution S d'iodure de potassium de concentration massique $t = 8,40 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$.

- Décrire le mode opératoire pour préparer un volume $V = 250,0 \text{ mL}$ de cette solution.
- Quelle est la concentration molaire C de cette solution ?
- A l'aide de S , on souhaite préparer un volume $V' = 100,0 \text{ mL}$ d'une solution S' d'iodure de potassium de concentration molaire $C' = 1,0 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.
 - Décrire le mode opératoire de cette préparation.
 - Quelle masse m' aurait-il fallu dissoudre pour préparer directement cette solution à partir d'iodure de potassium solide ? Conclure.

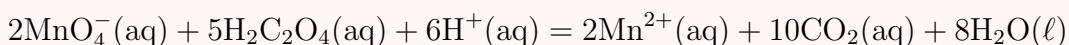
Exercice 5 : Transformation chimique

À la température $\theta = 25^\circ\text{C}$ et sous une pression $p = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$, conditions supposées constantes, on mélange un volume $V_1 = 10,0 \text{ mL}$ de solution d'iodure de potassium, $\text{K}^+ + \text{I}^-$, de concentration molaire $C_1 = 8,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ et un volume $V_2 = 10,0 \text{ mL}$ de solution de nitrate de plomb, $\text{Pb}^{2+} + 2\text{NO}_3^-$, de concentration molaire $C_2 = 5,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$.

1. Décrire l'état initial du système.
2. Lors du mélange, on observe l'apparition d'un précipité jaune d'iodure de plomb.
 - (a) Y a-t-il eu transformation chimique ? Si oui, quelles sont les espèces chimiques affectées par cette transformation ?
 - (b) Écrire l'équation de la réaction.
3. Déterminer, à l'aide d'un tableau, l'avancement maximal et le réactif limitant.
4. La transformation étant totale, décrire l'état final du système.

Exercice 6 : Mélange stœchiométrique

1. Une solution S_0 incolore d'acide oxalique $\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4$ de volume $V_0 = 200,0 \text{ mL}$ est obtenue en dissolvant dans la quantité suffisante d'eau une masse $m_0 = 1,50 \text{ g}$ de cristaux de formule $\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$. Calculer la concentration molaire C_0 de la solution S_0 .
2. On dilue 10 fois la solution S_0 pour obtenir une solution S_1 . Quelle est la concentration molaire C_1 de la solution S_1 ?
3. On prélève un volume $V_1 = 10,0 \text{ mL}$ de solution S_1 . On y ajoute quelques gouttes d'acide sulfurique concentré, puis à l'aide d'une burette, un volume V_2 d'une solution violette de permanganate de potassium, $\text{K}^+ + \text{MnO}_4^-$, de concentration $C_2 = 4,00 \times 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$. L'ion permanganate réagit avec l'acide oxalique selon l'équation :



- (a) Déterminer le volume V_2 à ajouter pour que le mélange initial soit stœchiométrique. On suppose que les ions H^+ ont été introduits en excès.
- (b) La transformation étant totale, décrire l'état du système final correspondant. Sachant que les ions Mn^{2+} sont incolores, quelle est la couleur du mélange dans l'état final ?

Exercice 7 : Zinc et sulfate de cuivre (II)

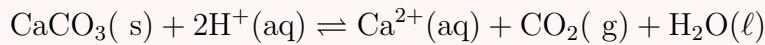
À la température de 20°C et sous une pression de $1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$, conditions supposées constantes, on introduit dans un bêcher un volume $V_1 = 100,0 \text{ mL}$ de solution bleue de sulfate de cuivre (II) de concentration molaire $C_1 = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$. On ajoute ensuite une masse $m_2 = 1,00 \text{ g}$ de grenaille de zinc et on maintient une agitation.

1. Décrire l'état initial du système.
2. Après plusieurs instants, on observe la décoloration de la solution et l'apparition d'un dépôt rouge sur le zinc.
 - (a) L'état du système est-il modifié ?
 - (b) Quelle est l'espèce chimique responsable du dépôt rouge ? Pourquoi la solution se décolore-t-elle ?
 - (c) Sachant que quelques gouttes d'une solution de soude ajoutées à un prélèvement du mélange final provoquent la formation d'un précipité blanc, quelles sont les espèces chimiques affectées par la transformation ayant eu lieu dans le bêcher ?
 - (d) Écrire l'équation de la réaction.

3. Déterminer, à l'aide d'un tableau, l'avancement maximal et le réactif limitant.
4. Décrire l'état final du système.

Exercice 8 : Calcaire et acide chlorhydrique

Le calcaire principalement constitué de carbonate de calcium CaCO_3 réagit avec une solution d'acide chlorhydrique selon l'équation :



On introduit dans un flacon de capacité 1,1 L, maintenu à 25°C, un volume $V_1 = 100 \text{ mL}$ de solution d'acide chlorhydrique de concentration $C_1 = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$. On ajoute rapidement une masse $m_2 = 0,31 \text{ g}$ de calcaire et on relie le flacon à un capteur de pression.

1. Établir un tableau d'avancement et déterminer le réactif limitant.
2. La pression initiale indiquée par le capteur de pression est égale à la pression atmosphérique $p_0 = 1,080 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Au cours de la réaction, la pression augmente à cause de la production de gaz. Le capteur indique alors $p = p_0 + p(\text{CO}_2)$; $p(\text{CO}_2)$ est la pression due au dioxyde de carbone occupant tout le volume offert.
 - (a) Exprimer $p(\text{CO}_2)$ en fonction de l'avancement x de la réaction.
 - (b) Déterminer la pression finale indiquée par le capteur sachant que l'avancement maximal est alors atteint.

Donnée : $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Les transformations lentes et les transformations rapides

Exercice 1 : Analyse d'une coquille d'œuf

Dans un flacon de volume $V = 850 \text{ mL}$, on introduit un volume $V' = 100 \text{ mL}$ d'acide chlorhydrique à $C = 0,50 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. La pression, mesurée à l'aide d'un manomètre, est alors $p_i = p_{\text{air}} = 1025 \text{ hPa}$ et la température vaut $\theta = 22^\circ\text{C}$.

On introduit alors une masse $m = 0,250 \text{ g}$ de coquille d'œuf et on laisse le système évoluer. En fin d'expérience, on lit, lorsque la température est revenue à $\theta = 22^\circ\text{C}$, une pression $p_f = 1102 \text{ hPa}$. La coquille d'œuf est principalement constituée de carbonate de calcium CaCO_3 ; nous admettrons que ce composé est le seul à réagir avec les ions H_3O^+ . Le gaz formé est du dioxyde de carbone.

1. Écrire l'équation de la réaction.
2. Relier l'avancement de la réaction à la variation de pression dans le ballon ; on admettra que le volume de la solution reste constant au cours de la réaction.
3. En supposant les ions H_3O^+ en excès, calculer la quantité, puis la masse de carbonate de calcium présent dans la coquille d'œuf.
4. En déduire le pourcentage en masse de ce composé dans la coquille.
5. Vérifier que les ions H_3O^+ étaient en excès.

Donnée : $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Exercice 2 : Dissolution du phosphate de magnésium

À 25°C , la conductivité σ d'une solution saturée de phosphate de magnésium obtenue par agitation dans de l'eau pure d'une masse m de $\text{Mg}_3(\text{PO}_4)_2$ vaut $\sigma = 105 \text{ mS} \cdot \text{m}^{-1}$. La solution étudiée occupe un volume $V = 1,00 \text{ L}$.

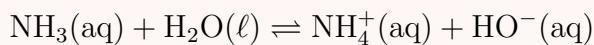
1. Écrire l'équation de la dissolution de ce sel.
2. Établir une relation entre l'avancement volumique et la conductivité de la solution.
3. Calculer l'avancement volumique à l'équilibre et en déduire les concentrations des ions magnésium Mg^{2+} et phosphate PO_4^{3-} .
4. En déduire la masse minimale de phosphate de magnésium utilisé pour préparer cette solution.

Données : $\lambda(\text{Mg}^{2+}) = 10,6 \text{ mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$; $\lambda(\text{PO}_4^{3-}) = 28,0 \text{ mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$.

Exercice 3 : Ionisation de l'ammoniac

La mesure, à 25°C , de la conductivité d'une solution d'ammoniac de concentration apportée en ammoniac $C = 1,00 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ donne $\sigma = 39,6 \mu\text{S} \cdot \text{cm}^{-1}$.

L'ammoniac réagit partiellement avec l'eau selon la réaction d'équation :



L'eau utilisée pour préparer cette solution possède une faible conductibilité. Cette conductivité,

mesurée à 25°C, vaut $\sigma_{\text{cau}} = 6,3 \mu\text{S.cm}^{-1}$.

1. Que représente la grandeur $(\sigma - \sigma_{\text{cau}})$?
2. Relier l'avancement volumique de la réaction à la grandeur $\sigma - \sigma_{\text{cau}}$.
3. En déduire la concentration des ions NH_4^+ (aq) et HO^- (aq), puis celle de NH_3 et le pourcentage d'ammoniac protoné.

Données : $\lambda(\text{NH}_4^+) = 7,3 \text{mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$; $\lambda(\text{HO}^-) = 19,9 \text{mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$.

Exercice 4 : Analyse d'une pièce en laiton

Le laiton est un alliage de cuivre et de zinc. Afin d'analyser une pièce en laiton, on réalise l'attaque d'une masse $m = 0,332$ g par une solution d'acide chlorhydrique à $C = 2,0 \text{ mol.L}^{-1}$: seul le zinc réagit avec les protons H^+ (aq) pour donner un dégagement de dihydrogène et des ions Zn^{2+} .

La réaction a lieu dans un flacon de volume $V = 450 \text{ mL}$ et met en jeu un volume $V' = 25 \text{ mL}$ de solution d'acide ; l'acide est ainsi en excès. La température est maintenue constante à 25°C. Au cours de la réaction, la pression varie de $\Delta p = 125 \text{ mbar}$.

En déduire la composition massique du laiton analysé.

Donnée : $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Exercice 5 :

Le pentaoxyde de diazote se dissocie en dioxyde d'azote et dioxygène selon une réaction relativement lente d'équation :



Cette réaction a été étudiée dans une enceinte de volume V constant contenant initialement n_0 mol de pentaoxyde de diazote et maintenue à température T constante. La pression totale p dans l'enceinte a été mesurée afin de suivre son évolution en fonction du temps.

1. Exprimer chaque pression partielle en fonction de T , de V , de n_0 et de l'avancement x de la réaction.
2. En déduire l'expression de chaque pression partielle en fonction de p et de la pression initiale en pentaoxyde de diazote, soit p_0 .
3. Sachant que $p_0 = 1200 \text{ hPa}$, déterminer les pressions partielles :
 - 3.1. Lorsque $p = 1800 \text{ hPa}$;
 - 3.2. Lorsque le système cesse d'évoluer, la réaction étant supposée totale.

Suivi d'une transformation chimique - vitesse de réaction

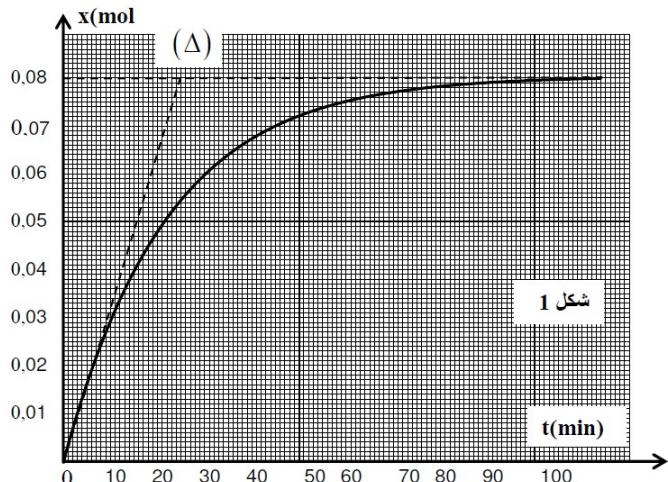
Exercice 1 : Suivi temporel d'une transformation chimique

On mélange dans un erlenmeyer un volume $V_A = 11 \text{ mL}$ de l'acide (A) et $0,12 \text{ mol}$ de l'alcool (B) de masse volumique $\rho(B) = 0,810 \text{ g.mL}^{-1}$ et de masse molaire $M(B) = 88,0 \text{ g.mol}^{-1}$. On ajoute au mélange quelques gouttes d'acide sulfurique concentré et quelques pierres ponces. Après chauffage, il se forme un composé (E).

Le graphe $x = f(t)$ donne l'évolution de l'avancement x de la réaction en fonction du temps t , (fig 1).

La droite (Δ) représente la tangente à la courbe $x = f(t)$ à l'instant $t = 0$.

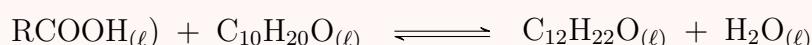
- Déterminer l'avancement final de la réaction,
- Donner la définition du temps de demi-réaction et déterminer sa valeur
- Calculer graphiquement la valeur de la vitesse volumique $v(0)$ à l'instant $t = 0$



Exercice 2 : (SVT 2017 N)

On prépare, à l'instant $t_0 = 0$, huit (08) tubes à essais numérotés de 1 à 8 et on introduit dans chacun d'eux $n_1 = 0,10 \text{ mol}$ d'acide carboxylique RCOOH , $n_2 = 0,10 \text{ mol}$ de menthol $\text{C}_{10}\text{H}_{20}\text{O}$ et quelques gouttes d'acide sulfurique concentré. On trempe, en même temps, les huit (08) tubes dans un bain marie à la température constante 70°C et on déclenche le chronomètre. Le dosage d'acide restant dans chaque tube, à intervalles de temps réguliers, permet de déterminer la quantité de matière d'ester formé.

On modélise la réaction entre l'acide carboxylique RCOOH et le menthol par l'équation chimique suivante :



- Quel est le rôle de l'acide sulfurique ajouté initialement au système chimique ?
- Dosage de l'acide carboxylique RCOOH restant dans le tube 1

Au premier intervalle du temps, on retire le tube 1 du bain marie et on le trempe dans de l'eau glacée puis on dose l'acide restant dans le système chimique par une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium ($\text{Na}_{\text{aq}}^+ + \text{HO}_{\text{aq}}^-$) de concentration molaire $C_B = 1,0 \text{ mol.L}^{-1}$ en présence d'un indicateur coloré approprié. Le volume ajouté à l'équivalence est $V_{BE} = 68 \text{ mL}$

- Écrire l'équation de la réaction, considérée comme totale, qui a eu lieu au cours du dosage.

- 2.2. Montrer que la quantité de matière d'acide restant dans le tube 1 est $n_A = 6,8 \times 10^{-2}$ mol.
- 2.3. Déterminer la valeur de la quantité de matière d'éthanoate de menthyle formée dans le tube 1. (On peut exploiter le tableau d'avancement de la réaction étudiée)

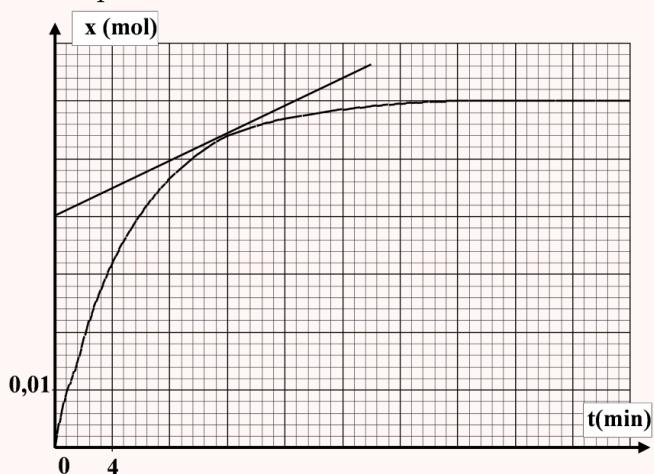
3. Suivi temporel de la quantité de matière d'éthanoate de menthyle synthétisé

Le dosage de l'acide restant dans les autres tubes à essai a permis de tracer la courbe d'évolution de l'avancement de la réaction en fonction du temps.

- 3.1. Citer un facteur cinétique permettant d'augmenter la vitesse volumique de réaction sans changer l'état initial du système chimique.

3.2. Déterminer graphiquement :

- La valeur de l'avancement final x_f
- Le temps de demi-réaction $t_{1/2}$,



- 3.3. Calculer en ($\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$), la valeur de la vitesse volumique de réaction aux instants $t_1 = 12 \text{ min}$ et $t_2 = 32 \text{ min}$. sachant que le volume du système chimique est $V = 23 \text{ mL}$. Expliquer qualitativement la variation de cette vitesse.

Exercice 3 : Etude de la réaction de l'acide butanoïque avec le méthanol (PC 2009 N)

On modélise la réaction de l'acide butanoïque avec le méthanol résulte un composé organique E et de l'eau. Cette réaction est modélisée par l'équation suivante.



On verse dans un ballon se trouvant dans un bain d'eau glacée :

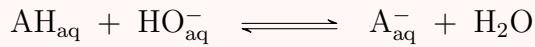
- $n_1 = 0,1 \text{ mol}$ d'acide butanoïque ;
- $n_2 = 0,1 \text{ mol}$ de méthanol ;
- Quelques gouttes d'acide sulfurique concentré ;
- Quelques gouttes de phénolphthaleine.

On obtient ainsi un mélange de volume $V = 400 \text{ mL}$.

1. Quel est l'intérêt de l'utilisation de l'eau glacée et le rôle de l'acide sulfurique dans cette réaction ?

Pour suivre l'évolution de cette réaction, on répartit le mélange sur 10 tubes à essai, qu'on ferme et on place dans un bain marie de température maintenue constante (100°C), et on déclenche un chronomètre au même instant choisi comme origine des dates $t = 0$.

Pour déterminer l'avancement de la réaction, on sort du bain marie, les tubes à essai l'un après l'autre, on verse le contenu dans un bêcher contenant de l'eau glacée, et on neutralise l'acide restant dans chaque tube à l'aide d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire $C = 1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. La réaction modélisant ce dosage s'écrit comme suit :



2. Montrer que l'expression de l'avancement x de la réaction à un instant t s'écrit :

$$x(mol) = 0,1 - (10.C.V_{BE}).$$

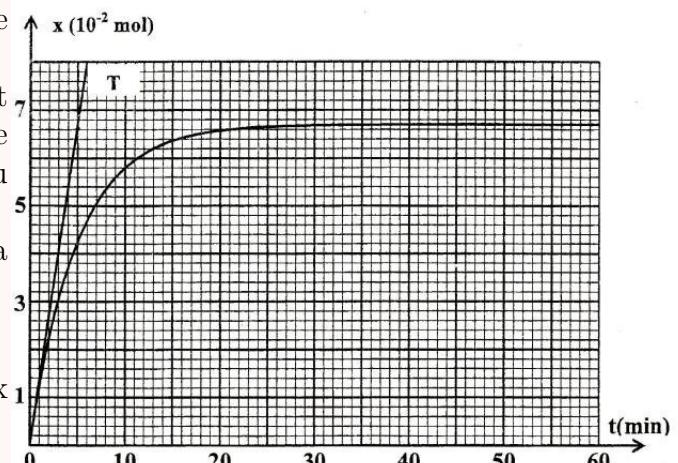
Où V_{BE} désigne le volume d'hydroxyde de sodium ajouté pour atteindre l'équivalence dans chaque tube.

Les résultats expérimentaux de ce dosage ont permis de tracer la courbe représentative de l'avancement x de la réaction en fonction du temps :

La droite (T) représente la tangente à la courbe à l'instant $t = 0$.

3. A l'aide de ce graphe, déterminer :

- 3.1. La vitesse volumique de la réaction aux instants $t_0 = 0$ et $t_1 = 50$ min.
- 3.2. Le temps de demi-réaction $t_{1/2}$.



Exercice 4 : Suivi d'une transformation chimique par mesure de pression. (PC 2011 N)

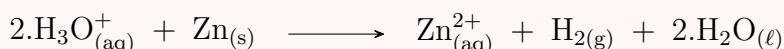
Le dihydrogène est considéré comme un combustible possédant une haute énergie non polluante. Il peut-être synthétisé au laboratoire par action des acides sur quelques métaux.

Le but de cet exercice est le suivi de l'action de l'acide sulfurique sur le zinc par mesure de pression.

Données :

- Tous les gaz sont considérés comme parfaits ;
- Toutes les mesures ont été faites à 25°C ;
- On rappelle la loi des gaz parfaits : $P.V = n.R.T$;
- La masse molaire atomique du zinc : $M(Zn) = 65,4 \text{ g.mol}^{-1}$.

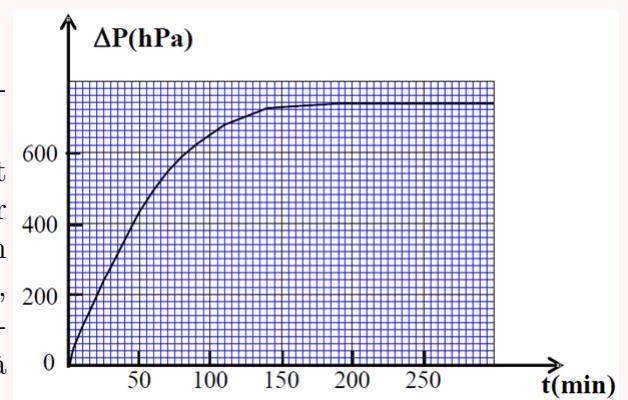
On modélise la réaction du zinc $Zn_{(S)}$ avec une solution d'acide sulfurique ($2.\text{H}_3\text{O}_{(\text{aq})}^+ + \text{SO}_{4(\text{aq})}^{2-}$), par l'équation chimique suivante :



Pour étudier la cinétique de cette réaction, on introduit dans un ballon de volume constant $V = 1 \text{ L}$, une quantité de masse $m = 0,6 \text{ g}$ de poudre de $\text{Zn}_{(S)}$, et on y verse à l'instant $t_0 = 0$, un volume $V_a = 75 \text{ mL}$ de la solution aqueuse d'acide sulfurique de concentration en ions oxonium $[\text{H}_3\text{O}^+] = 0,4 \text{ mol.L}^{-1}$.

On mesure la pression P à l'intérieur du ballon, à chaque instant, à l'aide d'un capteur de pression.

1. Soient $n_i(\text{H}_3\text{O}_{(\text{aq})}^+)$ et $n_i(\text{Zn}_{(\text{s})})$ les quantités de matière initiales respectivement des ions oxonium et du Zn. Construire, le tableau descriptif de la réaction.
2. Calculer $n_i(\text{H}_3\text{O}_{(\text{aq})}^+)$ et $n_i(\text{Zn}_{(\text{s})})$.
3. Déterminer le réactif limitant et déduire l'avancement maximal x_{max} de la réaction.
4. Par application de la loi des gaz parfaits, et à l'aide du tableau descriptif précédent, établir l'expression de l'avancement $x(t)$ de la réaction à un instant t en fonction de R , T , V et ΔP , où $\Delta P = P P_0$, avec P_0 la pression initiale mesurée à l'instant $t_0 = 0$ et P la pression mesurée à l'instant t .



5. Soit $\Delta P_{max} = P_{max} - P_0$ la variation maximale de la pression et x_{max} l'avancement maximal de la réaction. Montrer la relation : $x(t) = \frac{\Delta P}{\Delta P_{max}}$
- Une étude expérimentale a permis de tracer la courbe de la figure 1, traduisant les variations de ΔP en fonction du temps.
6. Trouver graphiquement la valeur du temps de demi-réaction

Exercice 5 : Cinétique de la dissociation du pentaoxyde de diazote (SM 2013 R)

Les oxydes (NO_2 , N_2O_3 , NO , CNO_2 ...) sont considérés parmi les polluants principaux de l'atmosphère à cause de leur participation dans la formation des pluies acides qui sont nocives pour l'environnement d'une part et l'augmentation de l'effet de serre d'autre part.

L'objectif de cet exercice est d'étudier la cinétique de la dissociation du pentaoxyde de diazote N_2O_5 en NO_2 et O_2 .

Données : On considère que tous les gaz sont parfaits ;

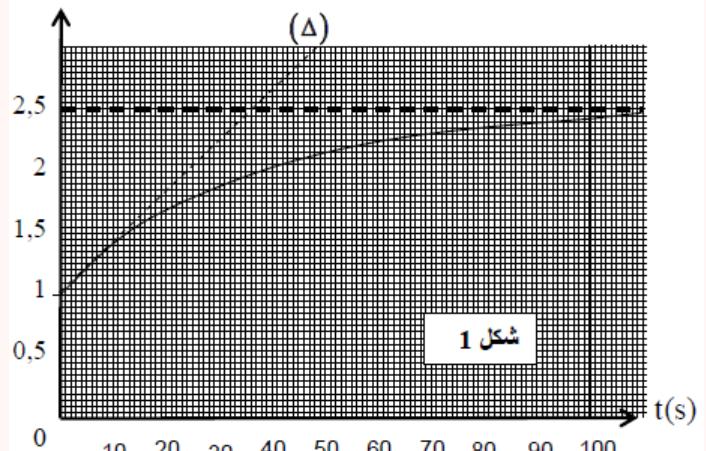
La constante des gaz parfaits : $R = 8,31(\text{S.I.})$; l'équation d'état des gaz parfaits : $p.V = n.R.T$

On met du pentaoxyde de diazote dans une enceinte initialement vide de volume constant $V = 0,50\text{L}$ munie d'un baromètre pour mesurer la pression totale p à l'intérieur de l'enceinte à une température constante $T = 318\text{K}$. On mesure au début de la dissociation ($t = 0$) à l'intérieur de l'enceinte la pression totale ; on trouve alors $P_0 = 4,638 \times 10^4 \text{ Pa}$. Le pentaoxyde de diazote se dissocie selon une réaction lente et totale modélisée par L'équation :



On mesure la pression P à différents instants et on représente la variation de la grandeur $\frac{P}{P_0}$ en fonction du temps, obtient le graphe représenté dans la fig 1. La droite (Δ) représente la tangente à la courbe $\frac{P}{P_0} = f(t)$ à l'instant $t = 0$.

1. Calculer la quantité de matières n_0 du pentaoxyde de diazote dans le volume V à $t = 0$.
2. Calculer l'avancement x_{max} de cette réaction.
3. Exprimer n_T , la quantité de matière totale des gaz dans le volumes V à l'instant t en fonction de n_0 et x l'avancement de la réaction à cet instant t .
4. En appliquant l'équation d'état des gaz parfaits ,établir la relation $\frac{P}{P_0} = 1 + \frac{3.x}{n_0}$
5. Trouver l'expression de la vitesse volumique de la réaction en fonction de n_0 , V et la dérivée par rapport au temps de la fonction $\frac{P}{P_0}$. Calculer sa valeur à $t = 0$.



Exercice 6 : Vitesse volumique d'une réaction (SM 2018 R)

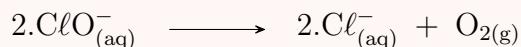
L'eau de javel est un produit chimique d'utilisation courante. C'est un désinfectant très efficace contre les contaminations bactériennes et virales.

Le principe actif de l'eau de javel est dû à l'ion hypochlorite $ClO_{(aq)}^-$. Cet ion a à la fois un caractère oxydant et un caractère basique. Dans cette partie de l'exercice on étudiera :

- la cinétique de la décomposition des ions hypochlorite $\text{ClO}_{(\text{aq})}^-$;
- des réactions acido-basiques faisant intervenir le couple $\text{HClO}_{(\text{aq})}/\text{ClO}_{(\text{aq})}^-$.

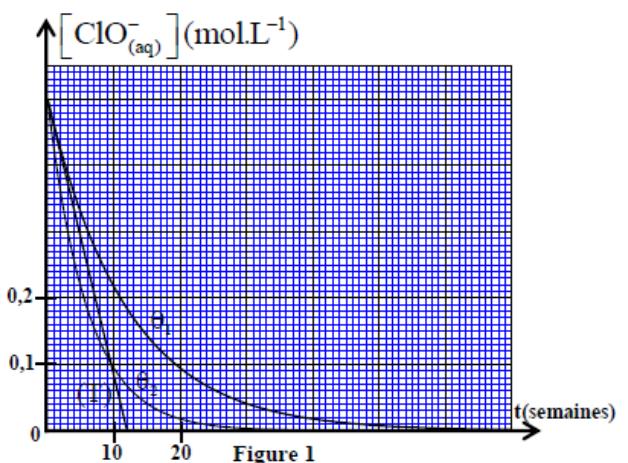
Suivi de l'évolution temporelle de la concentration molaire effective de l'ion hypochlorite $\text{ClO}_{(\text{aq})}^-$:

Durant la conservation de l'eau de javel, les ions hypochlorite $\text{ClO}_{(\text{aq})}^-$ contenus dans cette eau se décomposent selon l'équation de la réaction :



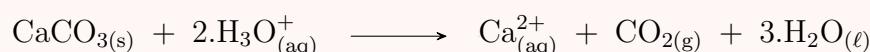
Dans des conditions expérimentales déterminées, on obtient les courbes de la figure 1 représentant l'évolution de : $[\text{ClO}^-] = f(t)$ à deux températures θ_1 et θ_2 .

1. Dresser le tableau d'avancement de la réaction (on notera V le volume de la solution étudiée supposé constant et $C_0 = [\text{ClO}^-]_0$ la concentration molaire de $\text{ClO}_{(\text{aq})}^-$ à $t = 0$).
2. Montrer que la concentration molaire de l'ion hypochlorite à l'instant de demi-réaction $t = t_{1/2}$ est $\frac{C_0}{2}$. Déduire alors graphiquement $t_{1/2}$ pour l'expérience réalisée à la température θ_2 .
3. Trouver, pour la température θ_1 , la vitesse volumique de réaction à l'instant $t = 0$ exprimée en $\text{mol.L}^{-1}.\text{semaine}^{-1}$ ((T) représente la tangente à la courbe au point d'abscisse $t = 0$).
4. Comparer θ_1 à θ_2 en justifiant la réponse.



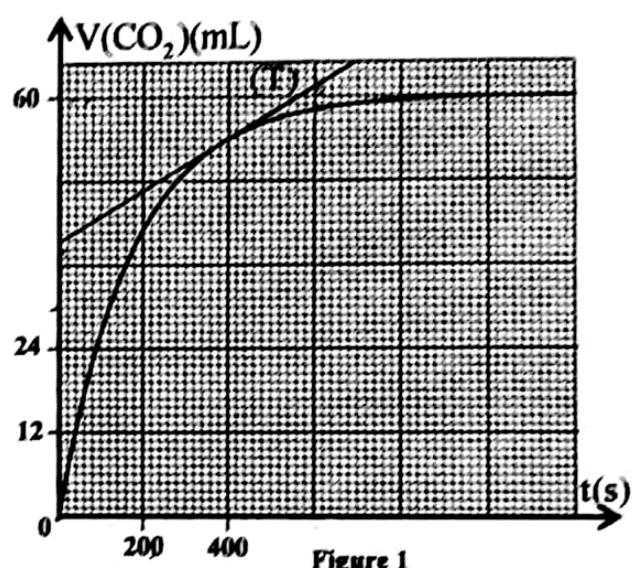
Exercice 7 : Suivi cinétique par mesure de volume de gaz (SM 2019 N)

Le calcaire, principalement constitué de carbonate de calcium $\text{CaCO}_{3(s)}$, réagit avec une solution d'acide chlorhydrique selon l'équation :



On se propose d'étudier dans cette première partie de l'exercice la cinétique de cette réaction. Pour cela on réalise dans un ballon, à la date $t = 0$, le mélange d'une quantité de matière n_0 de carbonate de calcium $\text{CaCO}_{3(s)}$ avec un excès d'une solution aqueuse d'acide chlorhydrique $\text{H}_3\text{O}_{(\text{aq})}^+ + \text{Cl}^-_{(\text{aq})}$. On obtient ainsi un mélange de volume $V_S = 100\text{mL}$. Le dioxyde de carbone formé est recueilli dans une éprouvette graduée. Le graphe de la figure 1 représente la variation du volume $V(\text{CO}_2)$ de dioxyde de carbone dégagé en fonction du temps.

Au cours de l'expérience on maintient la température et la pression du gaz recueilli constantes : $T = 25^\circ\text{C} = 298\text{K}$ et $P = 1,02 \times 10^5\text{Pa}$. On considère que le volume du mélange réactionnel reste constant.



On suppose que le dioxyde de carbone recueilli est un gaz parfait et on rappelle que l'équation d'état des gaz parfaits est : $PV = nRT$. On donne la constante des gaz parfaits $R = 8,31 J.K^{-1}.mol^{-1}$

1. En utilisant le tableau d'avancement de la réaction et l'équation d'état des gaz parfaits, montrer, dans le système d'unités international, que l'expression de l'avancement x de la réaction à une date t s'écrit : $x = 41,2.V(CO_2)$
2. Déterminer graphiquement $t_{1/2}$ le temps de demi-réaction.
3. Déterminer, dans le système d'unités international, la vitesse volumique de la réaction à l'instant de date $t_1 = 390s$. La droite (T) représente la tangente à la courbe au point d'abscisse t_1 .

Exercice 8 : Étude de l'hydrolyse d'un ester en milieu basique (PC 2010 N)

- Toutes les mesures sont effectuées à $25^\circ C$;
 - L'expression de la conductance à un instant t est : $G = k \sum \lambda_i.[X_i]$;
Où :
 - λ_i : Conductivité molaire ionique de l'ion X_i ;
 - k : Constante de la cellule de mesure de valeur $k = 0,01\text{ m}$;
- Le tableau suivant donne les valeurs des conductivités molaires ioniques des ions en solution :

L'ion	$Na^+_{(aq)}$	$HO^-_{(aq)}$	$HCO_2^-_{(aq)}$
$\lambda (S.m^2.mol^{-1})$	$5,01 \times 10^{-3}$	$19,9 \times 10^{-3}$	$5,46 \times 10^{-3}$

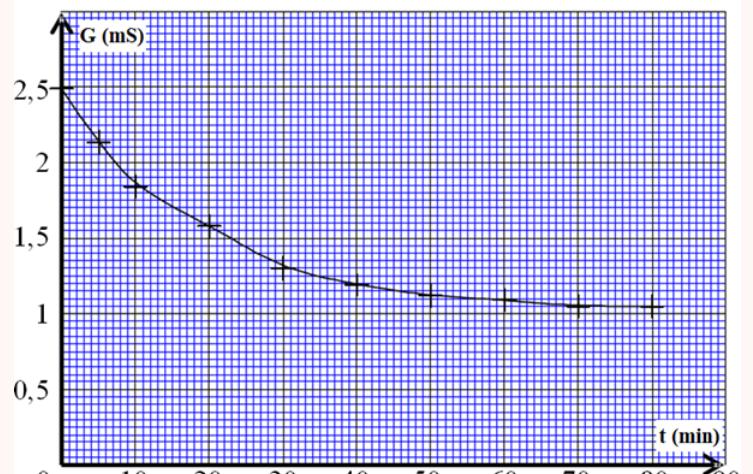
- On néglige la concentration des ions Hydroniums H_3O^+ devant les autres concentrations des ions présents dans le mélange réactionnel.

On verse dans un bécher un volume $V = 2 \times 10^{-4} m^3$ d'une solution S_B d'hydroxyde de sodium de concentration molaire $C_B = 10 mol.m^{-3}$, et on y ajoute à l'instant t_0 considérée comme origine des temps, une quantité de matière n_E du méthanoate de méthyle égale à la quantité de matière n_B d'hydroxyde de sodium ($n_E = n_B$).

(On considère que le volume reste constant $V = 2 \times 10^{-4} m^3$).

Une étude expérimentale a permis de tracer la courbe représentative des variations de la conductance G du mélange en fonction du temps (Figure 1)

On modélise la réaction étudiée par l'équation de réaction suivante :



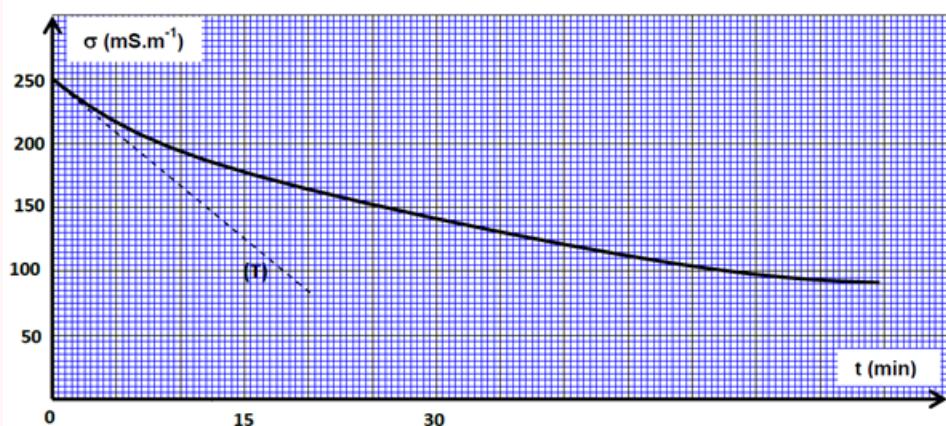
1. Faire l'inventaire des ions présent dans le mélange à un instant t .
2. construire le tableau descriptif de l'évolution de cette transformation. (On notera x l'avancement de la réaction à l'instant t)
3. Montrer que la conductance G dans le milieu réactionnel vérifie la relation : $G = -0,72x + 2,5 \times 10^{-3}$ (S).
4. Justifier la décroissance de la conductance G au cours de la réaction.
5. Déterminer la valeur du temps de demi-réaction $t_{1/2}$.

Exercice 9 : E de la Ré. de l'éthanoate d'éthyle avec l'hydroxyde de sodium (PC 2016)

On introduit, à la date $t = 0$, la quantité de matière n_0 de l'éthanoate d'éthyle dans un bêcher contenant la même quantité de matière n_0 d'hydroxyde de sodium $\text{HO}_{(\text{aq})}^- + \text{Na}_{(\text{aq})}^+$ de concentration $c = 10\text{ mol.m}^{-3}$ et de volume V_0 . On considère que le mélange réactionnel obtenu a un volume $V \approx V_0 = 10^{-4}\text{m}^3$. L'équation associée à la réaction chimique s'écrit :



1. Dresser le tableau d'avancement de la réaction.
2. On suit l'évolution de la réaction en mesurant la conductivité σ du mélange réactionnel à des instants différents.



Le graphe ci-dessous représente $\sigma(t)$ ainsi que la tangente (T) à l'origine.

A chaque instant t , l'avancement $x(t)$ peut être calculé par l'expression :

$$x(t) = -6,3 \times 10^{-3} \cdot \sigma(t) + 1,57 \times 10^{-3}$$

; avec $\sigma(t)$ la conductivité du mélange réactionnel exprimée en S.m^{-1} et $x(t)$ en mol. En exploitant la courbe expérimentale :

- Calculer $\sigma_{1/2}$, la conductivité du mélange réactionnel quand $x = \frac{x_{\max}}{2}$; x_{\max} étant l'avancement maximal de réaction.
- Trouver, en minutes, le temps de demi-réaction $t_{1/2}$.
- Déterminer, en $\text{mol.m}^{-3}.\text{min}^{-1}$, la vitesse volumique v de la réaction à la date $t=0$.

Sixième partie

Transformations non totale d'un système chimique

Transformations s'effectuant dans les deux sens

Exercice 1 :

L'acide propanoïque C_2H_5COOH est un acide gras, utilisé dans la synthèse de certains produits organiques et pharmaceutiques, de parfums et dans la médecine vétérinaire.

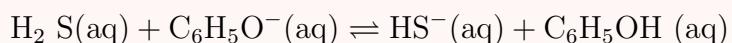
1. On considère, à $25^\circ C$, une solution aqueuse (S) d'acide propanoïque de concentration molaire $C = 2,0 \times 10^{-3} mol.L^{-1}$ et de volume $V = 1,0 L$. La mesure de la conductivité σ de la solution (S) a donné la valeur $\sigma = 6,2 \times 10^{-3} S.m^{-1}$.

$$\lambda_{(H_3O^+)} = 35 \times 10^{-3} S.m^2.mol^{-1}$$
 et $\lambda_{C_2H_5COO^-} = 3,58 \times 10^{-3} S.m^2.mol^{-1}$
 - 1.1. Écrire l'équation chimique modélisant la réaction de l'acide propanoïque avec l'eau
 - 1.2. Dresser le tableau d'avancement de la réaction en utilisant les grandeurs C_A , V_A , l'avancement x et l'avancement x_{eq} à l'état d'équilibre du système chimique. Déterminer la valeur de l'avancement maximal
 - 1.3. Vérifier que la valeur de l'avancement à l'état d'équilibre est $1,6 \times 10^{-4} mol$.
 - 1.4. Calculer la valeur du taux d'avancement final
2. On considère une solution aqueuse (S') d'acide propanoïque de concentration molaire $C_A = 2 \times 10^{-4} mol.L^{-1}$ et de $pH = 4,3$. On note τ' le taux d'avancement final de la réaction de l'acide propanoïque avec l'eau dans ce cas.
 - 2.1. Déterminer la valeur de τ' .
 - 2.2. Comparer les valeurs de τ et τ' . Déduire.

Etat d'équilibre d'un système chimique

Exercice 1 : Évolution du quotient de réaction

Soit une solution aqueuse contenant du sulfure d'hydrogène H_2S , des ions hydrogénosulfure HS^- , des ions phénolate $\text{C}_6\text{H}_5\text{O}^-$, du phénol $\text{C}_6\text{H}_5\text{OH}$ et des ions sodium Na^+ . Ce système peut être le siège de la réaction chimique d'équation :



Sa composition initiale est donnée ci-dessous :

$$[\text{H}_2\text{S}]_0 = 0,0100 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}; \quad [\text{HS}^-]_0 = 0,0200 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}; \quad [\text{C}_6\text{H}_5\text{O}^-]_0 = 0,0050 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \text{ et} \\ [\text{C}_6\text{H}_5\text{OH}]_0 = 0,0050 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}.$$

1. Donner l'expression littérale du quotient de réaction correspondant.
2. Calculer sa valeur :
 - (a) Dans l'état initial du système ;
 - (b) Dans l'état du système tel que $[\text{HS}^-] = 0,0230 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

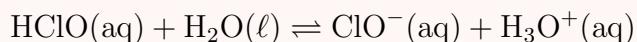
Exercice 2 : Dissolution de l'iodure de plomb

On introduit 4,61 g^d iodure de plomb solide PbI_2 dans 1,00 L d'une solution d'iodure de potassium, $\text{K}^+ + \text{I}^-$, de concentration $1,0 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. On suppose que l'introduction du solide ne modifie pas le volume de la solution.

1. L'iodure de plomb peut se dissoudre dans l'eau pour donner des ions iodure I^- et plomb (II) Pb^{2+} . Écrire l'équation de cette dissolution avec un nombre stoechiométrique égal à 1 pour l'iodure de plomb.
2. Donner l'expression du quotient de réaction correspondant.
3. Déterminer sa valeur :
 - (a) dans l'état initial du système considéré ;
 - (b) dans l'état du système tel que $[\text{I}^-] = 1,0 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Exercice 3 : Solution aqueuse d'acide hypochloreux

Une solution aqueuse, de volume $V = 250 \text{ mL}$, a été préparée en dissolvant une quantité $n_0 = 1,5 \text{ mmol}$ d'acide hypochloreux HClO dans le volume d'eau distillée nécessaire. L'acide hypochloreux réagit avec l'eau selon la réaction d'équation :



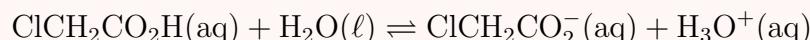
1. Donner l'expression du quotient de réaction correspondant.
2. Quelle est la valeur du quotient de réaction dans l'état initial du système ?
3. Lorsque le système n'évolue plus, la concentration en ion hypochlorite ClO^- vaut $1,4 \times$

10^{-5} mol.L⁻¹. Déterminer la valeur correspondante du quotient de réaction.

- Quelle est la valeur de la constante d'équilibre associée à cette équation ?

Exercice 4 : Taux d'avancement final

L'acide chloroacétique peut réagir avec l'eau selon la réaction d'équation :



- Donner l'expression de la constante d'équilibre associée à cette équation.
- Lorsqu'on introduit $n_0 = 0,0100$ mol d'acide chloroacétique dans de l'eau distillée de façon à obtenir $V_0 = 100$ mL de solution, l'avancement de la réaction vaut $x_{1f} = 1,06\text{mmol}$ lorsque le système n'évolue plus.
 - Donner la composition finale du système.
 - En déduire la valeur de la constante d'équilibre associée à l'équation de la réaction.
 - Déterminer le taux d'avancement final τ de la réaction.
- On dilue dix fois, avec de l'eau distillée, la solution précédemment obtenue. La concentration en ion chloroacétate $\text{ClCH}_2\text{CO}_2^-$ vaut alors $[\text{ClCH}_2\text{CO}_2^-]_2 = 2,97 \times 10^{-3}$ mol.L⁻¹ lorsque ce nouveau système n'évolue plus.
 - Quel est le volume V de la solution ainsi préparée ?
 - En déduire, pour ce système, l'avancement final de la réaction de l'acide chloroacétique avec l'eau.
 - Quel est le taux d'avancement final correspondant ?
 - Que peut-on en conclure ?

Exercice 5 : Acide nitreux

On considère trois solutions aqueuses S_1 , S_2 et S_3 d'acide nitreux HNO_2 de concentrations molaires apportées respectives :

$$C_1 = 1,0 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}, C_2 = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \text{ et } C_3 = 1,0 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}.$$

- Écrire l'équation de la réaction entre l'acide nitreux et l'eau.
- La mesure du pH de ces trois solutions conduit aux valeurs suivantes : $\text{pH}_1 = 2,1$, pH et $\text{pH}_3 = 5,0$.
 - Calculer, dans les trois cas, le taux d'avancement final de la transformation.
 - Le taux d'avancement final dépend-il des conditions initiales ? Dans quel cas, cette transformation peut-elle être considérée comme totale ?

Exercice 6 : Diméthylamine

- À 25°C, le pH d'une solution S_1 de diméthylamine $(\text{CH}_3)_2\text{NH}$ de concentration $C_1 = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ vaut $\text{pH}_1 = 11,4$.
 - Quel est l'acide conjugué de la diméthylamine ?
 - Écrire l'équation de la réaction acido-basique entre la diméthylamine et l'eau.
 - Calculer le taux d'avancement final τ_1 de cette réaction. La transformation est-elle totale ?
- À la même température, le pH d'une solution S_2 de diméthylamine de concentration $C_2 = 1,0 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ vaut $\text{pH}_2 = 9,0$. Calculer le taux d'avancement final τ_2 de la réaction entre

la diméthylamine et l'eau. La transformation est-elle totale ?

3. À l'aide des résultats des questions 1. et 2., préciser le sens dans lequel évolue le taux d'avancement final lorsque la concentration de la solution diminue.

Exercice 7 : Utilisation de mesures conductimétriques

La conductivité σ_0 d'une solution S_0 d'acide éthanoïque de concentration molaire $C_0 = 1,00 \text{ mmol.L}^{-1}$ vaut $46 \mu\text{S.cm}^{-1}$.

1. Écrire l'équation de la réaction entre l'acide éthanoïque et l'eau.
2. Calculer les concentrations molaires effectives des ions éthanoate et oxonium.
3. Calculer le taux d'avancement final.
4. Déterminer les valeurs de la constante d'acidité et du pK_A du couple $\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}^- \text{CH}_3\text{CO}_2^-$.
5. On dilue la solution 10 fois pour obtenir un volume $V_1 = 100,0 \text{ mL}$ de solution S_1 de concentration C_1 .
 - (a) Déterminer la nouvelle valeur du taux d'avancement final de réaction.
 - (b) Quelle est la valeur de la conductivité σ_1 de cette solution ?

Données : conductivités molaires ioniques $\lambda(\text{H}_3\text{O}^+) = 35,0 \text{ mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$; $\lambda(\text{CH}_3\text{CO}_2^-) = 4,1 \text{ mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$.

Exercice 8 : Étude d'une solution d'acide benzoïque. (SM 2008 N)

L'acide benzoïque $\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}$, est utilisé comme produit de conserve dans l'industrie alimentaire. C'est un solide de couleur blanche.

Le but de cette partie est d'étudier la réaction de l'acide benzoïque avec l'eau, et avec une solution d'hydroxyde de sodium. On prépare une solution aqueuse d'acide benzoïque, par dissolution d'un échantillon de masse m de cet acide dans l'eau distillée, pour obtenir un volume $V = 100 \text{ mL}$ de solution de concentration molaire $c_a = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$.

On donne :

- Masse molaire d'acide benzoïque : $M = 122 \text{ g.mol}^{-1}$.
- Produit ionique de l'eau : $K_e = 10^{-14}$.

Réaction de l'acide benzoïque avec l'eau :

On mesure le pH d'une solution d'acide benzoïque à 25°C , on trouve $pH_1 = 2,6$.

1. Calculer la valeur de la masse m
2. Écrire l'équation modélisant la réaction de l'acide benzoïque avec l'eau ;
3. Construire le tableau descriptif de l'évolution du système, et calculer la valeur du taux d'avancement final τ de la réaction, conclure ;
4. Donner l'expression du quotient de réaction Q_{req} à l'équilibre en fonction de pH_1 et c_a . En déduire la valeur de la constante d'acidité K_A du couple $(\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}_{(\text{aq})}/\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}_{(\text{aq})}^-)$

Exercice 9 : Étude d'une solution aqueuse d'acide éthanoïque (SM 2015 R)

On dispose d'une solution aqueuse (S_A) d'acide éthanoïque de concentration molaire $C_A = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-2}$.

La mesure de la conductivité de la solution (S_A) donne la valeur $\sigma = 1,6 \times 10^{-2} \text{ S.m}^{-1}$.

Données :

- Toutes les mesures sont effectuées à 25°C .

- Conductivité ionique molaire $\lambda_{H_3O^+} = 34,9 \text{ mS.m}^2.\text{mol}^{-1}$ et $\lambda_{CH_3COO^-} = 4,09 \text{ mS.m}^2.\text{mol}^{-1}$,
 - On néglige l'influence des ions $\text{HO}_{(\text{aq})}^-$ sur la conductivité de la solution.
1. Écrire l'équation modélisant la réaction de l'acide éthanoïque avec l'eau.
 2. Montrer que la valeur du pH de la solution (S_A) est $\text{pH} = 3,4$.
 3. Calculer le taux d'avancement final de la réaction.
 4. Trouver l'expression de pK_A du couple $\text{CH}_3\text{COOH}_{(\text{aq})}/\text{CH}_3\text{COO}_{(\text{aq})}^-$ en fonction du pH de la solution (S_A) et de C_A . Calculer sa valeur.

Exercice 10

Les conductivités molaires ioniques en $\text{S.m}^2.\text{mol}^{-1}$ à $\Theta = 25^\circ\text{C}$: $\lambda_{H_3O^+} = 3,5 \times 10^{-2}$ et $\lambda_{A^-} = 3,23 \times 10^{-3}$

Une bouteille au laboratoire contient une solution aqueuse (S) d'un acide carboxylique AH de concentration molaire $C = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ et de volume $V = 1 \text{ L}$.

Pour reconnaître cet acide, un technicien de laboratoire mesure la conductivité de la solution (S), il trouve la valeur : $\sigma = 2,03 \times 10^{-2} \text{ S.m}^{-1}$.

On modélise la transformation ayant lieu entre l'acide AH et l'eau par l'équation chimique suivante :



Recopier sur votre copie le tableau descriptif suivant et le compléter.

Equation de la réaction		$\text{AH}_{(\text{aq})} + \text{H}_2\text{O}_{(\ell)} \rightleftharpoons \text{A}_{(\text{aq})}^- + \text{H}_3\text{O}_{(\text{aq})}^+$			
Etat	avancement	Quantité de matière en mol			
Initial	$x = 0$				
Intermédiaire	x				
Équilibre	x_{eq}				

1. Trouver la valeur de l'avancement x_{eq} à l'équilibre.
2. Calculer la valeur du taux d'avancement final de la réaction étudiée. Conclure.
3. S'assurer que la valeur du pH de la solution (S) est : $\text{pH} = 3,27$.
4. Exprimer le quotient de réaction $Q_{r,eq}$ à l'équilibre en fonction de pH et C.
5. En déduire la valeur de pK_A du couple (AH/A^-) et identifier l'acide étudié. Valeur de pK_A de quelques couples (AH/A^-) :

AH/A^-	$\text{NH}_4^+/\text{NH}_3$	HF/F^-	$\text{HC}\ell\text{O}/\text{HC}\ell\text{O}^-$	$\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}/\text{C}_6\text{C}_5\text{COO}$
pK_A	9,2	3,2	7,3	4,2

Laquelle des deux espèces AH et A^- domine dans la solution (S) ? Justifier.

Transformations associées à des réactions acido-basiques en solution aqueuse

Exercice 1 : Étude d'une solution d'acide benzoïque. (SM 2008 N)

L'acide benzoïque C_6H_5COOH , est utilisé comme produit de conserve dans l'industrie alimentaire. C'est un solide de couleur blanche.

Le but de cette partie est d'étudier la réaction de l'acide benzoïque avec l'eau, et avec une solution d'hydroxyde de sodium. On prépare une solution aqueuse d'acide benzoïque, par dissolution d'un échantillon de masse m de cet acide dans l'eau distillée, pour obtenir un volume $V = 100 \text{ mL}$ de solution de concentration molaire $c_a = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$.

On donne :

- Masse molaire d'acide benzoïque : $M = 122 \text{ g.mol}^{-1}$.
- Produit ionique de l'eau : $K_e = 10^{-14}$.

Réaction de l'acide benzoïque avec la solution d'hydroxyde de sodium :

On verse dans un bêcher un volume $V_a = 20 \text{ mL}$ d'une solution d'acide benzoïque de concentration molaire $c_a = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$, et on y ajoute progressivement à l'aide d'une burette graduée une solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire $c_b = 5 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$.

Lorsque le volume d'hydroxyde de sodium versé dans le bêcher est $V_b = 10 \text{ mL}$, le pH de la solution dans le bêcher à 25°C est $pH_2 = 3,7$.

1. Écrire l'équation modélisant la réaction se produisant dans la mélange ;
2. Calculer la quantité de matière $n(OH^-)_V$ versée, et la quantité de matière $n(OH^-)_r$ restante à la fin de la réaction.
3. Trouver l'expression du taux d'avancement final τ de cette réaction en fonction de $n(OH^-)_V$ et $n(OH^-)_r$. Conclure.

Exercice 2 : R. de $RCOOH$ avec de l'eau et avec de l'ammoniac (SM 2008 R)

Les acides carboxyliques sont des composés organiques qui présentent des propriétés acides dans les solutions aqueuses.

La formule générale pour les acides carboxyliques est $C_nH_{2n+1}COOH$ où n entier naturel.

Pour préparer une solution (S_A) d'acide carboxylique, on dissout dans de l'eau distillée une masse $m = 450 \text{ mg}$ de cet acide pur et on ajoute de l'eau distillée pour obtenir un volume $V_0 = 500 \text{ mL}$ de cette solution.

On prend un volume $V_A = 10 \text{ mL}$ de la solution (S_A) et on la dose avec une solution aqueuse (S_B) d'hydroxyde de sodium ($\text{HO}_{\text{aq}}^- + \text{Na}_{\text{aq}}^+$), de concentration molaire $c_B = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$.

On obtient l'équivalence acido-basique en ajoutant le volume $V_B = 15 \text{ mL}$ de la solution (S_B).

Données : * La constante d'acidité de couple ($\text{NH}_{4\text{aq}}^+ + \text{NH}_{3\text{aq}}$), : $pK_{A1} = 9,2$

* Masses molaire atomique : $M(O) = 16 \text{ g.mol}^{-1}$; $M(C) = 12 \text{ g.mol}^{-1}$; $M(H) = 1 \text{ g.mol}^{-1}$

1. Détermination de la formule brute de l'acide carboxylique

- 1.1. Écrire l'équation modélisant la réaction de dosage.

1.2. Calculer la concentration molaire C_A de la solution (S_A), puis montrer que la formule totale de l'acide carboxylique est : CH_3COOH .

2. Détermination de constante pK_2 de couple CH_3COOH/CH_3COO^-

On prend un volume V de la solution (S_A) et on mesure le pH à 25°C on trouve pH = 3,3.

2.1. A l'aide du tableau descriptif de l'évolution du système, Donner l'expression d'avancement final x_f de la réaction d'acide avec l'eau en fonction de V et pH.

$$\text{puis montrer l'expression suivante : } \frac{[CH_3COOH]_f}{[CH_3COO^-]_f} = 1 + C_A \cdot 10^{pH}$$

$[CH_3COOH]_f$ et $[CH_3COO^-]_f$ la concentration de deux espèces chimique à l'équilibre.

2.2. En déduire la valeur de la constante pK_{A2} .

3. Réaction de l'acide CH_3COOH avec la base NH_3 . On prend de la solution (S_A , une volume contenant une quantité de matière initiale $n - i(CH_3COOH) = 3 \times 10^{-4} mol$ et on y ajoute une volume de la solution d'ammoniac contenant la même quantité de matière initiale $n - i(NH_3) = n_0$.

3.1. Écrire l'équation modélisant la réaction entre l'acide CH_3COOH et la base NH_3 .

3.2. Calculer la constante d'équilibre K associée à la réaction étudiée.

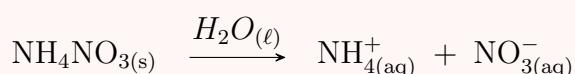
3.3. Montrer que le taux d'avancement final τ de cette réaction s'écrit sous la forme :

$$\tau = \frac{\sqrt{K}}{1 + \sqrt{K}}. \text{ Conclure ?}$$

Exercice 3 : Contrôle de la prop. d'un élément chim. ds un prod. ind (SM 2009 N)

On utilise quelques produits industriels azotés dans le domaine agricole, à cause de leur contenance en élément Azote qui est considéré parmi les éléments nécessaires à la fertilisation du sol.

Un produit industriel, contient du nitrate d'ammonium $NH_4NO_3(s)$ très soluble dans l'eau, de façon à ce qu'on peut considérer que cette dissolution est totale, et on la modélise par l'équation de réaction :



Le fabricant indique, sur la caisse d'emballage du produit industriel azoté, le pourcentage massique X de l'élément azote dans ce produit : X = 27 %.

Le but de cet exercice est de s'assurer de cette valeur de X.

On donne :

- Masses molaires : M(O) = 16 g.mol⁻¹, M(N) = 14 g.mol⁻¹, M(H) = 1 g.mol⁻¹.
- Toutes les mesures de pH ont été effectuées à 25°C.
- Produit ionique de l'eau à 25°C : Ke = 10⁻¹⁴.
- Constante pKa du couple NH_4^+/NH_3 : pKa = 9,20.

1. Étude d'une solution aqueuse de nitrate d'ammonium $NH_4^+ + NO_3^-$:

On prélève un volume V_S d'une solution (S) de nitrate d'ammonium, de concentration molaire $C = 4,00 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$. La mesure du pH de cette solution donne pH = 5,30.

1.1. Écrire l'équation modélisant la réaction de l'ion ammonium avec l'eau.

1.2. Calculer la valeur du taux d'avancement final de cette transformation, conclure ?

1.3. S'assurer que la valeur du pKa du couple NH_4^+/NH_3 est : pKa = 9,20.

2. Détermination du pourcentage massique de l'élément azote dans un produit industriel :

On dissout dans l'eau pure, un échantillon du produit industriel azoté de masse $m = 5,70 \text{ g}$ pour obtenir une solution aqueuse (S_A) de volume $V = 250 \text{ mL}$.

On prélève de cette solution (S_A), un volume $V_A = 20,0 \text{ mL}$, et on neutralise les ions ammoniums qui s'y trouvent par une solution aqueuse (SB) d'hydroxyde de sodium ($\text{Na}_{(aq)}^+ + \text{OH}_{(aq)}^-$), de concentration molaire $C_B = 0,200 \text{ mol.L}^{-1}$. L'équivalence est atteinte lorsqu'on a versé un volume $V_{BE} = 22,0 \text{ mL}$ de solution (S_B).

2.1. Écrire l'équation chimique modélisant la réaction du dosage.

2.2. Trouver la quantité de matière $n(\text{NH}_4\text{NO}_3)$ de nitrate d'ammonium contenue dans l'échantillon étudié. Et s'assurer de la valeur X du pourcentage massique de l'élément azote dans le produit industriel étudié.

Exercice 4 : Acide lactique (SM 2009 R)

L'acide lactique est un acide organique qui joue un rôle important dans les divers processus biochimiques.

L'acide lactique de formule $\text{CH}_3\text{CHOHCOOH}$, est produit par fermentation du lactose du lait à l'aide des bactéries.

La teneur d'un lait en acide lactique est un indice de sa fraîcheur.

Un lait est considéré comme frais, si la concentration massique C_m en acide lactique ne dépasse pas $1,8 \text{ g.L}^{-1}$.

Le but de cet exercice est de déterminer l'acidité d'un lait après quelques jours de sa conservation dans une bouteille. Pour simplifier, on notera le couple $\text{CH}_3\text{CHOHCOOH}/\text{CH}_3\text{CHOHCOO}^-$ par (AH/A^-) . Et on considère que seul l'acide lactique est responsable de l'acidité.

On donne :

- Masse molaire moléculaire de l'acide lactique : $M(\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_3) = 90 \text{ g.mol}^{-1}$;
- Produit ionique de l'eau à 25°C : $K_e = 10^{-14}$.

1. On verse dans un bêcher, un volume $V_A = 20 \text{ mL}$ d'une solution aqueuse (S_A) d'acide lactique de concentration molaire $C_A = 2,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$, puis on y ajoute un volume $V_B = 5,0 \text{ mL}$ d'une solution aqueuse (S_B) d'hydroxyde de sodium $\text{Na}_{(aq)}^+ + \text{OH}_{(aq)}^-$ de concentration molaire $C_B = 5,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$.

La mesure du pH du mélange donne : $\text{pH} = 4,0$.

1.1. Écrire l'équation modélisant la réaction ayant lieu.

1.2. Construire le tableau d'avancement de cette transformation, et déterminer la valeur de son taux d'avancement final τ . Conclure ?

1.3. Montrer que la constante pK_A du couple (acide lactique/ion lactate) s'écrit :

$$pK_A = pH + \log \left(\frac{C_A \cdot V_A}{C_B \cdot V_B} + 1 \right) ? \text{ Calculer la valeur de } pK_A.$$

2. Détermination de la concentration massique C_m d'un lait :

On verse dans un bêcher, un volume $V_A = 20\text{mL}$ d'un lait (S), et on le neutralise à l'aide de la solution aqueuse précédente d'hydroxyde de sodium, en utilisant le dispositif représenté sur la figure 1. L'équivalence est atteinte lorsque le volume de la solution d'hydroxyde de sodium versé est $V_{BE} = 10\text{mL}$.

- 2.1. Donner les noms correspondants aux numéros indiqués sur le dispositif (Figure 1).
- 2.2. Calculer la concentration massique C_m en acide lactique dans le lait (S). Conclure.
- 2.3. Le pH du mélange à l'équivalence est : $pH_E = 8,0$.
 - a. Indiquer, parmi les indicateurs du tableau ci-contre, l'indicateur le plus convenable à ce dosage.
 - b. Calculer le rapport $\frac{[A^-]}{[AH]}$ des concentrations, dans la solution obtenue à l'équivalence. Déduire l'espèce prédominante

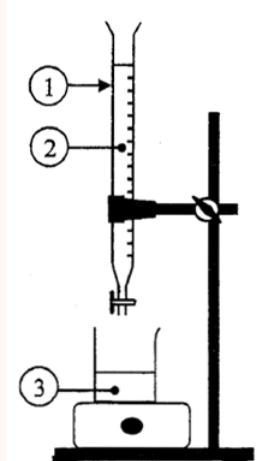


Figure 1

Indicateur coloré	Zone de virage
Rouge de méthyle	4,2 - 6,2
Rouge de phénol	6,6 - 8,4
Phénolphthaleine	8,2 - 10

Exercice 5 : Étude de l'acidité de deux solutions acides (SM 2010 R)

Cet exercice a pour but d'étudier la solution d'acide benzoïque et de comparer son acidité à celle de l'acide salicylique.

1. Etude de la solution d'acide benzoïque

L'acide benzoïque est un solide blanc de formule C_6H_5COOH , il est utilisé comme conservateur alimentaire et il est naturellement présent dans certaines plantes.

Pour simplifier, on symbolise l'acide benzoïque par HA_1

Données :

- Masse molaire moléculaire de l'acide HA_1 : $M(HA_1) = 122\text{g.mol}^{-1}$
- Produit ionique de l'eau à 25°C : $K_e = 10^{-14}$

On dissout une masse $m = 305\text{ mg}$ de l'acide benzoïque dans de l'eau distillée pour obtenir une solution aqueuse (S_A) de volume $V = 250\text{ mL}$.

La mesure du pH de la solution S_A donne $\text{pH} = 3,10$.

- 1.1. Calculer la concentration molaire C_A de la solution (S_A).
- 1.2. Écrire l'équation de la réaction de l'acide benzoïque avec l'eau.
- 1.3. Exprimer la constante pK_A du couple HA_1/A_1^{-1} en fonction de C_A et τ , le taux d'avancement final de la réaction d'acide benzoïque avec l'eau.
- 1.4. Calculer le pK_A et déduire l'espèce chimique prédominante dans la solution (S_A) sachant que $\tau = 7,94\%$.

2. Réaction entre une solution d'acide benzoïque et l'hydroxyde de sodium

On mélange un volume $V_A = 40,0\text{ mL}$ de la solution S_A de l'acide benzoïque avec un volume $V_B = 5,00\text{ mL}$ d'une solution S_B d'hydroxyde de sodium de concentration molaire $C_B = 2,50 \times 10^{-2}\text{mol.L}^{-1}$.

La mesure du pH du mélange obtenu donne $\text{pH} = 3,80$.

- 2.1. Ecrire l'équation de la réaction qui a lieu .
- 2.2. Calculer la quantité de matière $n(HO^-)_f$ qui se trouve dans le mélange à l'état final.
- 2.3. En déduire le taux d'avancement final de la réaction. On peut utiliser le tableau d'avancement du système (On néglige les ions HO^- provenant de l'eau)

3. Comparaison de l'acidité de deux solutions

On prépare une solution (S_1) d'acide benzoïque et une solution (S_2) d'acide salicylique ayant la même concentration molaire C, et on mesure la conductivité de chacune d'elle, on trouve alors :

- Pour la solution (S_1) : $\sigma_1 = 2,36 \times 10^{-2} S.m^{-1}$;
- Pour la solution (S_2) : $\sigma_2 = 0,86 \times 10^{-2} S.m^{-1}$

On symbolise l'acide salicylique par HA_2 .

On rappelle l'expression de la conductivité d'une solution ionique : $\sigma = \sum \lambda_i.[Xi]$ dont λ_i est la conductivité molaire ionique de l'ion Xi et $[Xi]$ la concentration de cet ion dans la solution.

Données :

$$\lambda_{(H_3O^+)} = 35,0 \cdot 10^{-3} S.m^2.mol^{-1}; \lambda_{(A_1^-)} = 3,20 \cdot 10^{-3} S.m^2.mol^{-1}; \lambda_{(A_2^-)} = 3,62 \cdot 10^{-3} S.m^2.mol^{-1}$$

On néglige la contribution des ions HO^- à la conductivité de la solution.

On symbolise le taux d'avancement final de la réaction de l'acide benzoïque avec l'eau par τ_1 et le taux d'avancement final de la réaction de l'acide salicylique avec l'eau par τ_2 . Calculer le rapport $\frac{\tau_1}{\tau_2}$.

Que peut-on déduire à propos des acidités des solutions (S_1) et (S_2) ?

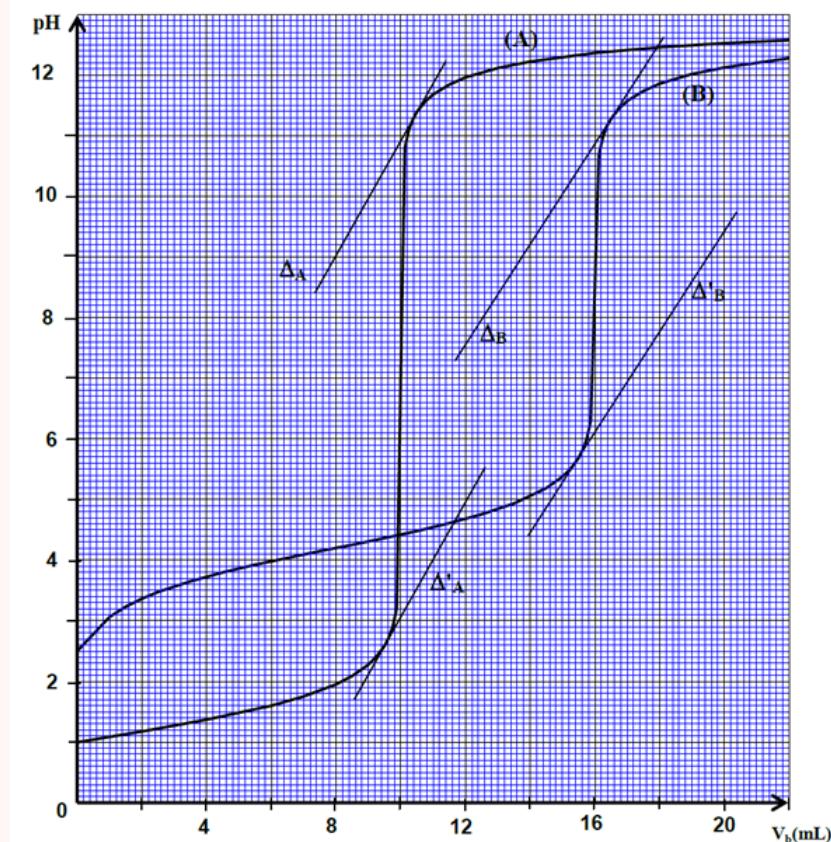
Exercice 6 : Identification de deux solutions acides (SM 2011 N)

Un technicien de laboratoire a préparé une solution (S_1) d'un acide carboxylique RCOOH et une solution (S_2) d'acide perchlorique $HClO_4$ et il a mis chacune d'elles dans un flacon, mais il a oublié de marquer leur nom sur les deux flacons.

Donnée : Le taux d'avancement final de la réaction de l'acide perchlorique avec l'eau est $\tau = 1$.

Pour identifier les deux solutions et déterminer la concentration de chacune d'elles, le technicien du laboratoire a dosé ces deux solutions avec une solution (S_b) d'hydroxyde de sodium .

Il a prélevé le même volume $V = 10mL$ de (S_1) et de (S_2) et il les a dosés avec la même solution (S_b) de concentration $C_b = 0,1 mol.L^{-1}$. Le suivi de l'évolution du pH au cours du dosage lui a permis d'obtenir les deux courbes (A) et (B) ci-dessous représentant les variations du pH en fonction du volume V_b de la solution d'hydroxyde de sodium ajouté. Δ_A et Δ'_A sont deux parallèles tangentes à la courbe (A) et Δ_B et Δ'_B deux parallèles tangentes à la courbe (B).



1. Écrire l'équation de la réaction de chaque acide avec l'eau .
2. Écrire l'équation de la réaction du dosage pour chaque acide .
3. En utilisant les tangentes, déterminer le pH du mélange à l'équivalence pour chacune des deux courbes en précisant la méthode suivie, en déduire, en justifiant la réponse, la courbe obtenue au cours du dosage de la solution (S_1).
4. Déterminer la concentration de chacune des solutions (S_1) et (S_2).
5. A l'aide du tableau d'avancement de la réaction de l'acide carboxylique avec l'eau, déterminer la valeur de la constante pK_A du couple acide/base de cet acide.

Exercice 7 : Réactivité des ions éthanoate (SM 2012 N)

L'éthanoate de sodium est un composé chimique de formule CH_3COONa , soluble dans l'eau, il est considéré comme une source des ions éthanoate CH_3COO^- .

L'objectif de cette partie est l'étude de la réaction des ions éthanoate avec l'eau d'une part et avec l'acide méthanoïque d'autre part.

Données :

- La masse molaire de l'éthanoate de sodium $M(\text{CH}_3\text{COONa}) = 82 \text{ g.mol}^{-1}$
- Le produit ionique de l'eau à 25°C est : $K_e = 1,0 \times 10^{-14}$
- La constante d'acidité du couple $\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{COO}^-$ à 25°C est $K_{A1} = 1,6 \times 10^{-5}$
- Toutes les mesures sont faites à la température 25°C .

1. Étude de la réaction des ions éthanoate avec l'eau .

On dissout dans l'eau distillée des cristaux d'éthanoate de sodium de masse $m = 410 \text{ mg}$ pour obtenir une solution S_1 non saturée de volume $V = 500 \text{ mL}$ et de concentration C_1 .

On mesure le pH de la solution S_1 , on trouve $\text{pH} = 8,4$.

- 1.1. Écrire l'équation de la réaction entre les ions éthanoate et l'eau .

- 1.2. En utilisant le tableau d'avancement de la réaction, exprimer le taux d'avancement final τ_1 de cette réaction en fonction de K_e , C_1 et pH. Calculer τ_1 .
- 1.3. Exprimer la constante d'équilibre K, associée à l'équation de cette réaction, en fonction de C_1 et τ_1 , puis vérifier que $K = 6,3 \times 10^{-10}$.
- 1.4. On prend un volume de la solution S_1 et on y ajoute une quantité d'eau distillée pour obtenir une solution S_2 de concentration $C_2 = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$. Calculer dans ce cas le taux d'avancement final τ_2 de la réaction entre les ions éthanoate et l'eau. Conclure .

2. Étude de la réaction des ions éthanoate avec l'acide méthanoïque.

On mélange un volume $V_1 = 90,0 \text{ mL}$ d'une solution aqueuse d'éthanoate de sodium de concentration $C = 1,00 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ et un volume $V_2 = 10,0 \text{ mL}$ d'une solution aqueuse d'acide méthanoïque HCOOH de même concentration C.

On modélise la transformation qui a eu lieu par une réaction chimique d'équation :



On exprime la conductivité σ du mélange réactionnel à un instant t en fonction de l'avancement x de la réaction par la relation : $\sigma = 81,9 + 1,37 \cdot 10^4 \cdot x$ avec σ en mS.m^{-1} et x en mol.

- 2.1. On mesure la conductivité du mélange réactionnel à l'équilibre, on trouve :
 $\sigma_{eq} = 83,254 \text{ mS.m}^{-1}$.
 - a. Vérifier que la valeur de la constante d'équilibre K associée à l'équation de la réaction est $K \approx 10$.
 - b. En déduire la valeur de la constante d'acidité K_{A2} du couple HCOOH/HCOO⁻.
- 2.2. Calculer le pH du mélange à l'équilibre .En déduire les deux espèces chimiques prédominants dans le mélange à l'équilibre parmi les espèces chimiques suivants CH₃COOH, CH₃COO⁻; HCOOH, HCOO⁻

Exercice 8 : Dosage d'une solution d'acide benzoïque (SM 2013 R)

L'acide benzoïque est un composé organique de formule brute C₆H₅COOH. Il est utilisé dans la fabrication de plusieurs colorants organiques et aussi utilisé comme matière conservatrice dans l'industrie des produits agroalimentaires.

L'objectif de cet exercice est le dosage d'une solution d'acide benzoïque et la détermination de la valeur du pK_A du couple C₆H₅COOH/C₆H₅COO⁻.

Données :

- Toutes les mesures sont effectuées à 25°C
- Les conductivités molaires ioniques en $\text{mS.m}^2.\text{mol}^{-1}$ Sont :
 $\lambda_1 = \lambda_{Na^+} = 5$, $\lambda_2 = \lambda_{C_6H_5COO^-} = 3,2$, $\lambda_3 = \lambda_{CH_3COO^-} = 4,1$
- On néglige la conductivité molaire ionique des ions HO⁻ et H₃O⁺.

1. Dosage d'une solution d'acide benzoïque

On dose une solution (S) d'acide benzoïque de volume $V = 15,2 \text{ mL}$ et de concentration C avec une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $c_b = 2,0 \times 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$.

- 1.1. Écrire l'équation de la réaction du dosage.
- 1.2. On obtient au cours de ce dosage l'évolution du pH de la solution en fonction du volume V_b de la solution d'hydroxyde de sodium ajouté,fig 2.
 - a. Déterminer la concentration de la solution de l'acide benzoïque.
 - b. Déterminer le pH du mélange à l'équivalence.

- 1.3. On dispose de deux Indicateurs colorés Indiqués dans le tableau suivant : Choisir l'indicateur coloré qui convient à ce dosage. Justifier votre choix.

L'indicateur coloré	Zone de virage
héliantheine	3,2-4,4
Phénolphthaleïne	8,2-10,0

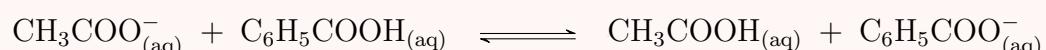
2. Détermination de la constante d'acidité pK_A du couple $C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-$

A l'aide des mesures du pH des solutions aqueuses d'acide benzoïque de concentrations différentes, on détermine le taux d'avancement final τ de chaque solution. La courbe de la figure 3 représente la fonction $\frac{\tau^2}{1-\tau}$ en fonction de $\frac{1}{c}$.

- 2.1. Trouver l'expression de la constante d'acidité K_A du couple $C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-$ en fonction de τ et C .
- 2.2. En exploitant la courbe de la figure 3, déterminer la valeur du pK_A .

3. Réaction de l'acide benzoïque avec l'ion éthanoate

Dans un flacon contenant de l'eau on introduit $n_0 = 3 \times 10^{-3} mol^{-1}$ d'acide benzoïque et $n_0 = 3 \times 10^{-3} mol^{-1}$ d'éthanoate de sodium CH_3COONa . On obtient une solution aqueuse de volume $V = 100 mL$. On modélise la transformation chimique qui s'effectue par l'équation suivante :

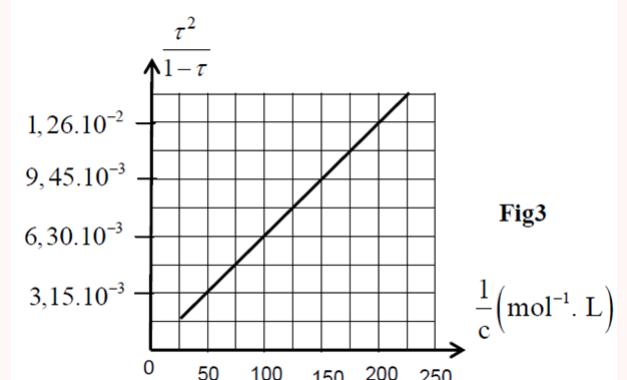
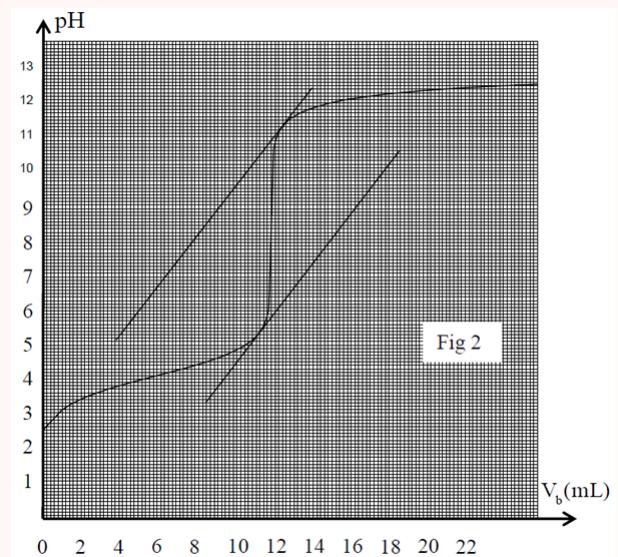


La mesure de la conductivité du milieu réactionnel à l'équilibre donne la valeur $\sigma = 255 mS.m^{-1}$.

- 3.1. Montrer que l'expression de l'avancement finale de la réaction s'écrit :

$$x_f = \frac{\sigma \cdot V - n_0(\lambda_1 + \lambda_2)}{\lambda_2 - \lambda_3} \text{ Calculer sa valeur.}$$

- 3.2. Trouver l'expression de la constante d'équilibre K associé à l'équation de la réaction en fonction de x_f et n_0 . Calculer sa valeur.



Exercice 9 : Étude d'une solution d'ammoniac et d'hydroxylamine (SM 2014 N)

L'ammoniac NH_3 est un gaz soluble dans l'eau et donne une solution basique. les solutions commerciales d'ammoniac sont concentrées et sont souvent utilisées dans les produits sanitaires après dilution.

L'objectif de cet exercice est l'étude de quelques propriétés de l'ammoniac et de l'hydroxylamine NH_2OH dissous dans l'eau et de déterminer la concentration de l'ammoniac dans un produit commercial à l'aide d'une solution d'acide chlorhydrique de concentration connue.

Données :

- Toutes les mesures sont effectuées à $25^\circ C$.

- La masse volumique de l'eau : $\rho = 1,0 \text{ g.cm}^{-3}$
- La masse molaire du chlorure d'hydrogène $M(HCl) = 36,5 \text{ g.mol}^{-1}$;
- Le produit ionique de l'eau : $K_e = 10^{-14}$.
- la constante d'acidité du couple : $\text{NH}_4^+/\text{NH}_3$ est K_{A1}
- la constante d'acidité du couple : $\text{NH}_3\text{OH}^+/\text{NH}_2\text{OH}$ est K_{A2}

1. Préparation de la solution d'acide chlorhydrique

On prépare une solution S_A d'acide chlorhydrique de concentration $C_A = 0,015 \text{ mol.L}^{-1}$ en diluant une solution commerciale de concentration C_0 en cet acide et dont la densité par rapport à l'eau est $d = 1,15$.

Le pourcentage massique de l'acide dans cette solution commerciale est $P = 37\%$.

- 1.1. Trouver l'expression de la quantité de matière d'acide $n(HCl)$ contenue dans un volume V de la solution commerciale en fonction de P , d , ρ , V et $M(HCl)$. vérifier que $C_0 = 11,6 \text{ mol.L}^{-1}$.
- 1.2. Calculer le volume qu'il faut prélever de la solution commerciale pour préparer 1L de la solution . S_A

2. Étude de quelques propriétés d'une base dissoute dans l'eau

- 2.1. On considère une solution aqueuse d'une base B de concentration C. On note K_A la constante d'acidité du couple BH^+/B et τ l'avancement final de sa réaction avec l'eau. Montrer que :

$$K_A = \frac{K_e(1 - \tau)}{C \cdot \tau^2}$$

- 2.2. On mesure le pH_1 d'une solution S_1 d'ammoniac NH_3 de concentration $C + 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ et le pH_2 d'une solution S_2 d'hydroxylamine NH_2OH ayant la même concentration C; On trouve alors $pH_1 = 10,6$ et $pH_2 = 9,0$.

Calculer les taux d'avancement finaux τ_1 et τ_2 respectifs des réactions de NH_3 et de NH_2OH avec l'eau.

- 2.3. Calculer la valeur de chacune des constantes pK_{A1} et pK_{A2} .

3. Dosage acide-base d'une solution diluée d'ammoniac.

Pour déterminer la concentration C_B d'une solution commerciale concentrée d'ammoniac, on procède par dosage acido-basique.

On prépare par dilution une solution S de concentration $C' = \frac{C_B}{1000}$.

On réalise le dosage pH-métrique d'un volume

$V = 20 \text{ mL}$ de la solution S à l'aide d'une solution S_A d'acide chlorhydrique $\text{H}_3\text{O}_{(\text{aq})}^+ + \text{Cl}_{(\text{aq})}^-$ de concentration $C_A = 0,015 \text{ mol.L}^{-1}$.

On mesure le pH du mélange après chaque addition d'un volume d'acide ; Les résultats obtenus permettent de tracer la courbe de dosage $pH = f(V_A)$ (fig 1). On atteint l'équivalence lorsqu'on ajoute le volume V_{AE} de la solution S_A .

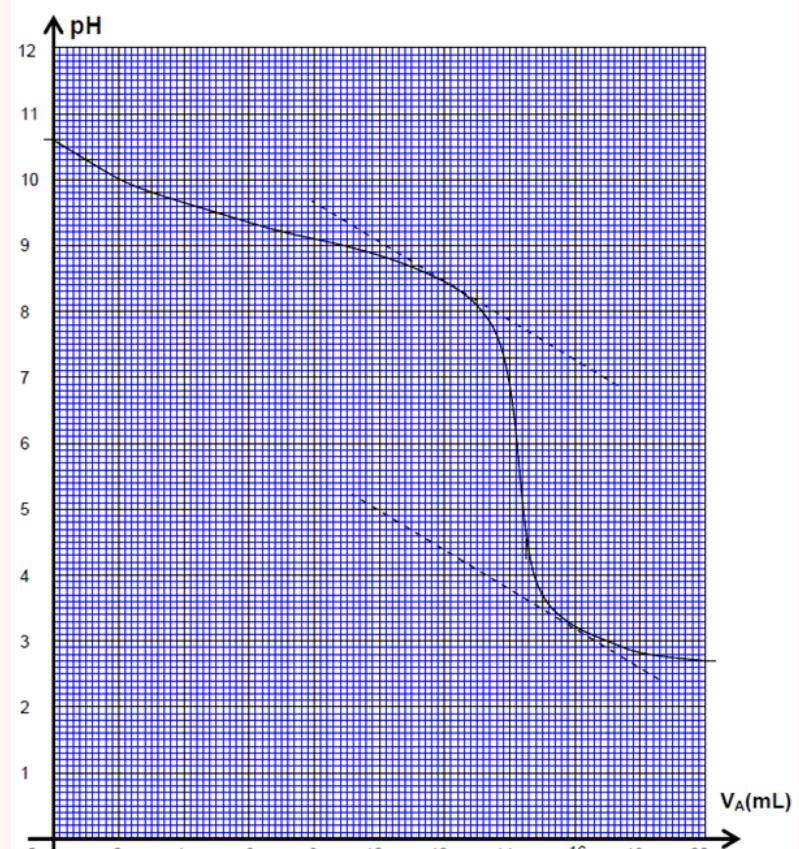


Fig 1

3.1. Écrire l'équation de la réaction du dosage.

- 3.2. En utilisant la valeur du pH correspondant à l'addition de 5mL d'acide chlorhydrique, calculer le taux d'avancement final de la réaction du dosage. Conclure .
- 3.3. Déterminer le volume V_{AE} . En déduire C' et C_B .
- 3.4. Parmi les indicateurs colorés indiqués dans le tableau ci-dessous, choisir celui qui convient le mieux à ce dosage.

L'indicateur coloré	Zone de virage
hélianthine	3,1-4,4
Rouge de chlorophénol	5 ,2 - 6 ,8
Phénolphthaléine	8,2-10,0

Exercice 10 : Étude de la réaction de l'acide benzoïque (SM 2014 R)

Le benzoate de méthyle est un composé organique ayant l'odeur du gironfle est utilisé dans l'industrie des parfums, il est obtenu par la réaction d'un alcool avec l'acide benzoïque $\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}_{(\text{aq})}$. L'acide benzoïque se trouve sous forme de poudre blanche, est utilisé dans l'industrie alimentaire autant qu'élément conservateur.

Données :

1. La masse molaire de l'acide benzoïque : $M = 122 \text{ g.mol}^{-1}$.
2. La conductivité molaire ionique à 25°C :
 $\lambda_1 = \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} = 35 \text{ mS.m}^2.\text{mol}^{-1}$ et $\lambda_2 = \lambda_{\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-} = 3,25 \text{ mS.m}^2.\text{mol}^{-1}$,

1. Étude de la réaction de l'acide benzoïque avec l'eau :

On dissout une masse m d'acide benzoïque dans l'eau distillée, on obtient une solution S de volume $V = 200 \text{ mL}$ et de concentration $C = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. Lorsqu'on mesure la conductivité de la solution S, on trouve $\sigma = 29,0 \text{ mS.m}^{-1}$.

- 1.1. Calculer la valeur de la masse m .
- 1.2. Établir le tableau d'avancement et calculer le taux d'avancement final τ de la réaction qui a lieu.
- 1.3. Trouver l'expression du pH de la solution S en fonction de C et τ . Calculer sa valeur.
- 1.4. En déduire la valeur de la constante d'acidité K_A du couple $C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-$.

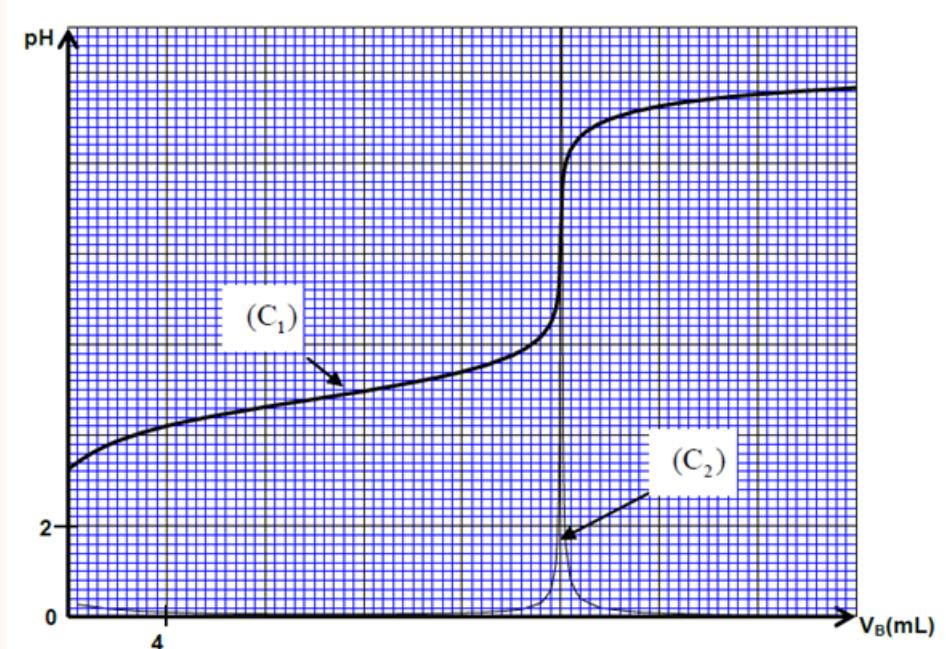
2. Dosage acide – base

Pour déterminer le degré de pureté du poudre de l'acide benzoïque, On réalise l'expérience suivante :

- 2.1. On dissout une masse $m' = 1,00\text{g}$ d'une poudre d'acide benzoïque dans un volume $V_B = 20,0\text{mL}$ d'une solution d'hydroxyde de sodium $\text{Na}_{(\text{aq})}^+ + \text{HO}_{(\text{aq})}^-$ de concentration $C_B = 1\text{mol.L}^{-1}$ de façon à ce que les ions hydroxyde soient majoritaires par rapport aux molécules C_6H_5COOH . On note n_0 la quantité de matière initiale d'acide benzoïque ; Exprimer, à la fin de la réaction, la quantité de matière des ions $\text{HO}_{(\text{aq})}^-$ restant en fonction de C_B , V_B et n_0 .
- 2.2. On dose l'excès des ions $\text{HO}_{(\text{aq})}^-$ avec une solution d'acide chlorhydrique $\text{H}_3\text{O}_{(\text{aq})}^+ + \text{Cl}_{(\text{aq})}^-$ de concentration $C_A = 1,00\text{mol.L}^{-1}$. On atteint l'équivalence lorsqu'on verse un volume $V_{AE} = 12,0\text{mL}$ de la solution d'acide chlorhydrique. On note x_E l'avancement de la réaction du dosage à l'équivalence. Trouver l'expression de n_0 en fonction de x_E , C_B et V_B .
- 2.3. Calcule n_0 .
- 2.4. En déduire le rapport massique de l'acide benzoïque pur dans la poudre étudiée.

Exercice 11 : Dosage de l'acide éthanoïque (SM 2015 N)

On prépare une solution aqueuse (S_A) d'acide éthanoïque CH_3COOH de volume $V = 1\text{ L}$ et de concentration molaire C_A , en dissolvant une quantité de masse m de cet acide dans l'eau distillée. On dose un volume $V_A = 20\text{mL}$ de la solution (S_A) en suivant les variations du pH en fonction du volume V_B versé d'une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium $\text{Na}_{(\text{aq})}^+ + \text{HO}_{(\text{aq})}^-$ de concentration molaire $C_B = 2 \times 10^{-2}\text{mol.L}^{-1}$.



1. Écrire l'équation chimique modélisant la réaction du dosage.

2. A partir des mesures obtenues, on a tracé la courbe (C_1) représentant $pH = f(V_B)$ et la courbe (C_2) représentant $\frac{dpH}{dV_B} = g(V_B)$ (figure).
- Déterminer le volume V_{BE} de la solution d'hydroxyde de sodium versé à l'équivalence.
 - Trouver la valeur de la masse m nécessaire à la préparation de la solution (S_A).
3. Montrer que la réaction entre l'acide éthanoïque et l'eau est limitée.
4. Etablir, pour un volume V_B versé avant l'équivalence, l'expression : $V_B \cdot 10^{-pH} = K_A \cdot (V_{BE} - V_B)$ avec $V_B \neq 0$. En déduire la valeur du pK_A du couple $\text{CH}_3\text{COOH}_{(\text{aq})}/\text{CH}_3\text{COO}_{(\text{aq})}^-$.

Exercice 12 : Étude d'une solution aqueuse d'ammoniac et de sa réaction avec un acide
(SM 2016 N)

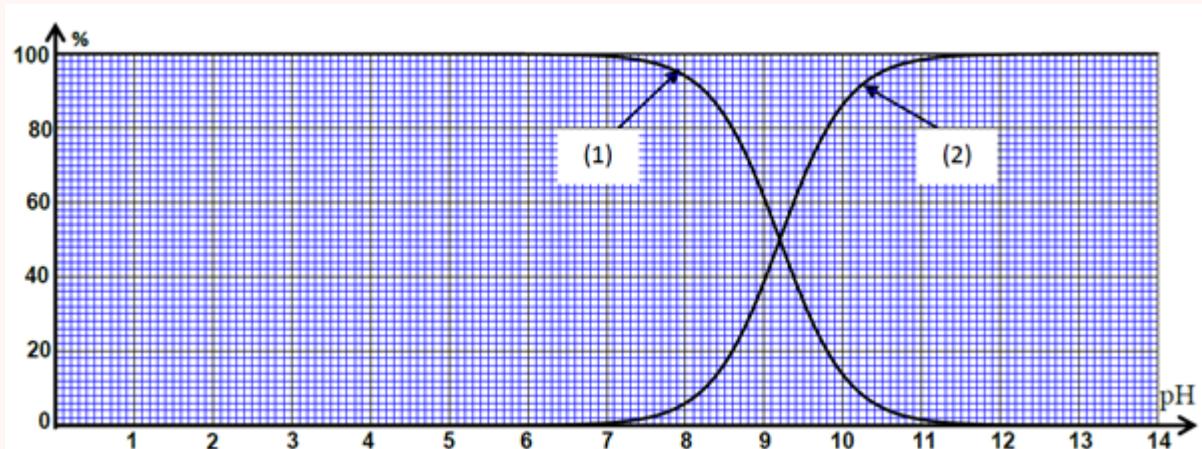
Données :

- Toutes les mesures sont effectuées à 25°C ,
- Le produit ionique de l'eau : $K_e = 10^{-14}$
- On note $pK_A(\text{NH}_{4(\text{aq})}^+/\text{NH}_{3(\text{aq})}) = pK_{A1}$,
- $pK_A(\text{CH}_3\text{NH}_{3(\text{aq})}^+/\text{CH}_3\text{NH}_{2(\text{aq})}) = pK_{A2} = 10,7$

1. Étude d'une solution aqueuse d'ammoniac

- 1.1. On prépare une solution aqueuse S_1 d'ammoniac de concentration molaire $C_1 = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. La mesure du pH de la solution S_1 donne la valeur $pH_1 = 10,6$.
 - 1.1.1. Écrire l'équation chimique modélisant la réaction de l'ammoniac avec l'eau.
 - 1.1.2. Trouver l'expression du taux d'avancement final τ_1 de la réaction en fonction de C_1 , pH_1 et K_e . Vérifier que $\tau_1 = 4\%$.
 - 1.1.3. Trouver l'expression de la constante d'équilibre K associée à l'équation de la réaction en fonction de C_1 et de τ_1 . Calculer sa valeur.
- 1.2. On dilue la solution S_1 , on obtient alors une solution S_2 . On mesure le pH de la solution S_2 et on trouve $pH_2 = 10,4$.

Les courbes de la figure ci-dessous représentent le diagramme de distribution de la forme acide et de la forme basique du couple $\text{NH}_{4(\text{aq})}^+/\text{NH}_{3(\text{aq})}$.



- 1.2.1. Associer, en justifiant, la forme basique du couple $\text{NH}_{4(\text{aq})}^+/\text{NH}_{3(\text{aq})}$ à la courbe qui lui correspond.
- 1.2.2. A l'aide des courbes représentées sur la figure, déterminer :

- a) pK_{A1} .
 b) le taux d'avancement τ_2 de la réaction dans la solution S_2 .

1.2.3. Que peut-on déduire en comparant τ_1 et τ_2 ?

2. Etude de la réaction de l'ammoniac avec l'ion méthylammonium

On mélange dans un bécher un volume V_1 de la solution aqueuse S_1 d'ammoniac de concentration molaire C_1 avec un volume $V = V_1$ d'une solution aqueuse S de chlorure de méthylammonium $\text{CH}_3\text{NH}_3^{+}_{(\text{aq})} + \text{Cl}^{-}_{(\text{aq})}$ de concentration molaire $C = C_1$.

- 2.1. Ecrire l'équation chimique modélisant la réaction de l'ammoniac avec l'ion méthylammonium $\text{CH}_3\text{NH}_3^{+}_{(\text{aq})}$.
- 2.2. Trouver la valeur de la constante d'équilibre K' associée à l'équation de cette réaction.
- 2.3. Montrer que l'expression de la concentration de $[\text{CH}_3\text{NH}_2^{+}_{(\text{aq})}]$ et celle de $[\text{NH}_4^{+}_{(\text{aq})}]$ dans le mélange réactionnel à l'équilibre, s'écrit : $[\text{NH}_4^{+}_{(\text{aq})}]_{eq} = [\text{CH}_3\text{NH}_2^{+}_{(\text{aq})}]_{eq} = \frac{C}{2} \cdot \frac{\sqrt{K'}}{1 + \sqrt{K'}}$
- 2.4. Déterminer le pH du mélange réactionnel à l'équilibre.

Exercice 13 : Étude de la réaction du benzoate de sodium avec l'acide éthanoïque

(SM 2016 R)

On mélange à 25°C , un volume V_1 d'une solution aqueuse de benzoate de sodium $\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^{-}_{(\text{aq})} + \text{Na}^{+}_{(\text{aq})}$ de concentration molaire C_1 avec un volume $V_2 = V_1$ d'une solution aqueuse d'acide éthanoïque CH_3COOH de concentration molaire $C_2 = C_1$

1. Écrire l'équation modélisant la réaction qui se produit.
2. Montrer que la constante d'équilibre associée à cette réaction est $K \approx 0,25$.
3. Exprimer le taux d'avancement final τ de la réaction en fonction de K .
4. Trouver l'expression du pH du mélange réactionnel en fonction de pK_A et τ . Calculer sa valeur.

Données :

$$pK_{A2}(\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{COO}^{-}) = 4,2 ; pK_{A1} = (\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}/\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^{-}) = 4,8,$$

Exercice 14 : Étude d'une solution aqueuse d'acide méthanoïque (SM 2017 N)

L'acide méthanoïque HCOOH est une substance naturelle secrétée par les fourmis et les abeilles. On peut aussi le synthétiser dans les laboratoires pour être utilisé dans les industries de textile, cuir, teintures, insecticides...

L'acide méthanoïque est à l'état liquide dans les conditions ordinaires.

Cette partie a pour objectif :

- la vérification du pourcentage massique p de l'acide méthanoïque dans une solution commerciale de cet acide.
- la détermination de la valeur du pK_A du couple $\text{HCOOH}_{(\text{aq})}/\text{HCOO}^{-}_{(\text{aq})}$ par deux méthodes différentes.

L'étiquette d'un flacon d'une solution commerciale (S_0) d'acide méthanoïque porte les informations suivantes :

- Masse molaire : $M(\text{HCOOH}) = 46\text{g.mol}^{-1}$.
- Densité : $d = 1,15$.
- Pourcentage massique : $p = 80\%$.

Données :

- $p = 80\%$, signifie que 100g de solution commerciale contient 80g d'acide pur ;
 - Masse volumique de l'eau : $\rho_e = 1 \text{ Kg.L}^{-1}$;
 - Les conductivités molaires ioniques :

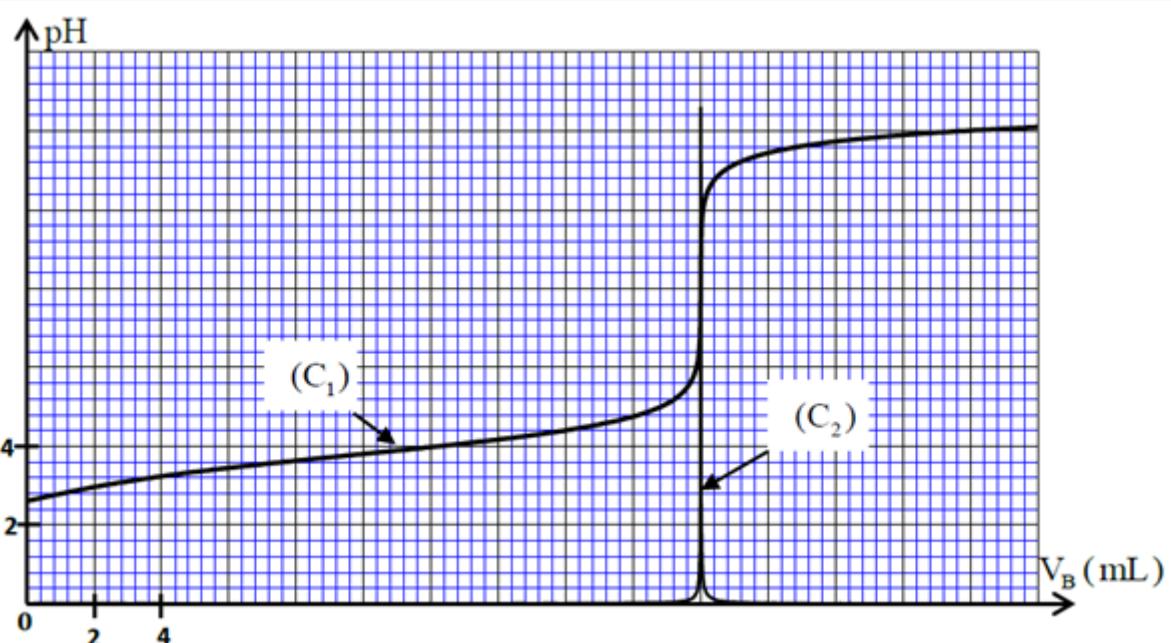
$$\lambda_{H_3O^+} = 3,5 \times 10^{-2} \text{ S.mol}^{-1}$$

$$\lambda_{HCOO^-} = 5,46 \times 10^{-3} \text{ S.mol}^{-1}$$
 - On néglige l'influence des ions hydroxyde HO^- sur la conductivité de la solution étudiée.
- On prépare une solution aqueuse (S) d'acide méthanoïque de concentration molaire C et de volume $V_S = 1L$ en ajoutant le volume $V_0 = 2\text{mL}$ de la solution commerciale (S_0), de concentration molaire C_0 , à l'eau distillée.

1. Détermination du pK_A du couple $HCOOH_{(aq)}/HCOO^-_{(aq)}$ par dosage :

On dose le volume $V_A = 50\text{mL}$ de la solution (S) par une solution aqueuse (S_B) d'hydroxyde de sodium $Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$ de concentration molaire $C_B = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$, en suivant les variations du pH du mélange réactionnel en fonction du volume V_B versé de la solution (S_B).

A partir des mesures obtenues, on a tracé la courbe (C_1) représentant $pH = f(V_B)$ et la courbe (C_2) représentant $\frac{dpH}{dV_B} = f(V_B)$ (figure).



- 1.1. Ecrire l'équation chimique modélisant la transformation ayant lieu lors du dosage.
- 1.2. Déterminer le volume V_{BE} versé à l'équivalence et calculer la concentration C de la solution (S).
- 1.3. Vérifier que la valeur de p est celle indiquée sur l'étiquette.
- 1.4. En se basant sur le tableau d'avancement, déterminer l'espèce prédominante parmi les deux espèces $HCOOH$ et $HCOO^-$ dans le mélange réactionnel après l'ajout du volume $V_B = 16\text{mL}$ de la solution (S_B). Déduire la valeur du $pK_A(HCOOH_{(aq)}/HCOO^-_{(aq)})$.

2. Détermination du pK_A du couple $HCOOH_{(aq)}/HCOO^-_{(aq)}$ par conductimétrie :

On prend un volume V_1 de la solution (S) de concentration $C = 4 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$, puis on mesure sa conductivité, on trouve : $\sigma = 0,1 \text{ S.m}^{-1}$.

- 2.1. Écrire l'équation chimique modélisant la réaction de l'acide méthanoïque avec l'eau.
- 2.2. Trouver l'expression de l'avancement final x_f de la réaction en fonction de σ , $\lambda_{H_3O^+}$; λ_{HCOO^-} et V_1 .
- 2.3. Montrer que le taux d'avancement final est $\tau \approx 6,2\%$.
- 2.4. Trouver l'expression du $pK_A(HCOOH_{(aq)}/HCOO^-_{(aq)})$ en fonction de C et τ . Calculer sa valeur.

Exercice 15 : Étude d'une solution aqueuse d'acide propanoïque (SM 2017 R)

Les acides carboxyliques sont des substances chimiques que l'on trouve dans des composés organiques naturels ou synthétiques. Ces acides sont utilisés dans la production de diverses substances comme les esters, caractérisés par leurs arômes, qui sont exploités dans différents domaines comme l'industrie pharmaceutique et l'agroalimentaire...

On s'intéresse dans cette partie à l'étude d'une solution aqueuse d'acide propanoïque $C_2H_5COOH_{(aq)}$.
Données :

— $pK_A(C_2H_5COOH_{(aq)}/C_2H_5COO_{(aq)}^-) = 4,9$

1. On dispose d'une solution aqueuse d'acide propanoïque de concentration molaire C et de volume V . La mesure du pH de la solution donne la valeur $pH = 2,9$.

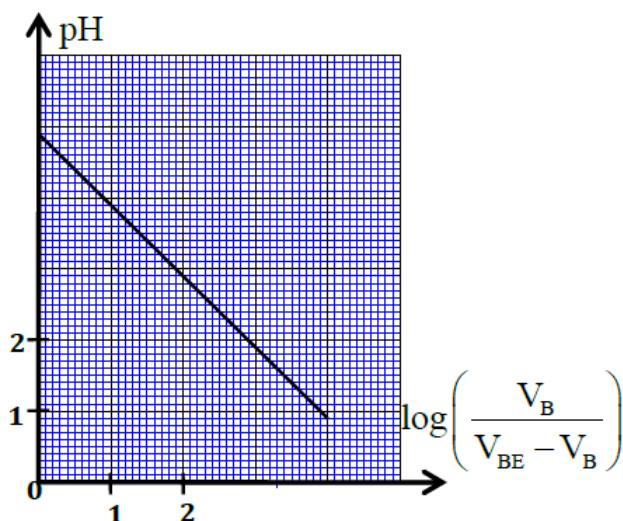
1.1. Écrire l'équation modélisant la réaction de l'acide propanoïque avec l'eau.

1.2. Exprimer le pH de la solution en fonction du pK_A du couple $C_2H_5COOH_{(aq)}/C_2H_5COO_{(aq)}^-$ et de la concentration des deux espèces chimiques $C_2H_5COOH_{(aq)}$ et $C_2H_5COO_{(aq)}^-$ en solution.

1.3. Montrer que le taux d'avancement final de la réaction s'écrit sous la forme :

$$\tau = \frac{1}{1 + 10^{pK_A - pH}} \text{ et calculer sa valeur.}$$

2. On prend un volume V_A d'une solution aqueuse d'acide propanoïque de concentration molaire C_A auquel on ajoute progressivement une solution aqueuse (S_B) d'hydroxyde de sodium $Na_{(aq)}^+ + HO_{(aq)}^-$ de concentration molaire C_B . On suit les variations du pH du mélange réactionnel en fonction du volume B V ajouté de la solution (S_B). A partir des mesures obtenues, on a tracé la courbe ci-contre représentant les variations du pH du mélange réactionnel en fonction de $\log\left(\frac{V_B}{V_{BE} - V_B}\right)$ avec $V_B < V_{BE}$ où



V_{BE} est le volume de la solution d'hydroxyde de sodium ajouté à l'équivalence.

2.1. Écrire l'équation modélisant la réaction du dosage.

2.2. Trouver, pour un volume V_B ajouté de la solution S_B , l'expression du rapport $\frac{[C_2H_5COOH_{(aq)}]}{[C_2H_5COO_{(aq)}^-]}$ en fonction de V_B et V_{BE} .

2.3. Retrouver la valeur de $pK_A(C_2H_5COOH_{(aq)}/C_2H_5COO_{(aq)}^-)$.

Exercice 16 : Étude d'une solution aqueuse d'un acide HA : (SM 2018 N)

On prépare une solution aqueuse S_A d'acide 2-méthylpropanoïque, noté HA, de volume V et de concentration molaire $C = 10^{-2} mol.L^{-1}$. On désigne par A^- la base conjuguée de HA.

La mesure du pH de S_A donne $pH=3,44$.

1. Écrire l'équation chimique modélisant la réaction de l'acide HA avec l'eau.

2. Calculer le taux d'avancement final de la réaction et déduire l'espèce chimique prédominante du couple $HA_{(aq)}/A_{(aq)}^-$.

3. Trouver l'expression du pK_A du couple $HA_{(aq)}/A_{(aq)}^-$ en fonction de C et de pH. Vérifier que

$pK_A \approx 4,86$.

4. On prend un volume $V_A = 20mL$ de la solution aqueuse S_A auquel on ajoute progressivement un volume V_B d'une solution aqueuse S_B d'hydroxyde de sodium $\text{Na}^+_{(\text{aq})} + \text{HO}^-_{(\text{aq})}$ de concentration molaire $C_B = C$ avec $V_B = 20mL$.
 - 4.1. Écrire l'équation modélisant la réaction chimique qui se produit (cette réaction est considérée totale).
 - 4.2. Trouver la valeur du volume B V de la solution S_B ajouté lorsque le pH du mélange réactionnel prend la valeur $\text{pH}=5,50$.

Exercice 17 : (SM 2018 R)

Etude de quelques solutions aqueuses faisant intervenir le couple $\text{HC}\ell\text{O}_{(\text{aq})}/\text{C}\ell\text{O}^-_{(\text{aq})}$

Données : - Toutes les mesures sont effectuées à 25°C ; - Le produit ionique de l'eau : $K_e = 10^{-14}$;
- La constante d'acidité du couple $\text{HC}\ell\text{O}_{(\text{aq})}/\text{C}\ell\text{O}^-_{(\text{aq})}$ est : $K_A = 5 \times 10^{-8}$.

La mesure du pH d'une solution aqueuse (S) d'acide hypochloreux $\text{HC}\ell\text{O}$ de concentration molaire C et de volume V donne $\text{pH}=5,5$.

1. Ecrire l'équation chimique modélisant la réaction de l'acide hypochloreux avec l'eau.
2. Trouver l'expression de la concentration molaire C en fonction du pH et de K_A . Calculer sa valeur.
3. On définit la proportion de l'espèce basique $\text{HC}\ell\text{O}$ dans une solution par :

$$\alpha(\text{ClO}^-) = \frac{[\text{ClO}^-]}{[\text{ClO}^-] + [\text{HC}\ell\text{O}]}$$
 Montrer que : $\alpha(\text{ClO}^-) = \frac{K_A}{K_A + 10^{-\text{pH}}}$
4. La courbe de la figure 2 représente l'évolution en fonction du pH de la proportion de l'une des formes basique ou acide (exprimée en pourcentage) du couple $\text{HC}\ell\text{O}_{(\text{aq})}/\text{C}\ell\text{O}^-_{(\text{aq})}$.
 - 4.1. A quelle forme du couple $\text{HC}\ell\text{O}_{(\text{aq})}/\text{C}\ell\text{O}^-_{(\text{aq})}$ est associée cette courbe ?
 - 4.2. En utilisant le graphe de la figure 2, identifier, en justifiant, l'espèce prédominante du couple $\text{HC}\ell\text{O}_{(\text{aq})}/\text{C}\ell\text{O}^-_{(\text{aq})}$ dans la solution (S).
5. On mélange un volume V_A d'une solution d'acide hypochloreux de concentration molaire C_A avec un volume V_B d'une solution d'hydroxyde de sodium $\text{Na}^+_{(\text{aq})} + \text{HO}^-_{(\text{aq})}$ de concentration molaire $C_B = C_A$. Le pH de la solution obtenue est $\text{pH}=7,3$.
 - 5.1. Déterminer la valeur de la constante d'équilibre K associée à l'équation de la réaction qui se produit
 - 5.2. En se basant sur le graphe de la figure 2, calculer la valeur du rapport $\frac{[\text{HC}\ell\text{O}]}{[\text{ClO}^-]}$. Que peut-on en déduire ?

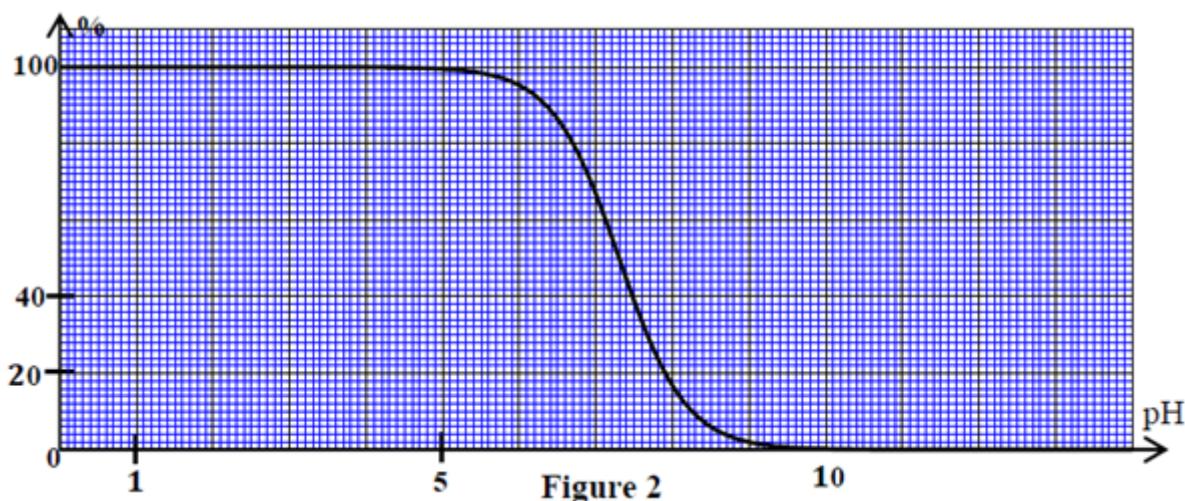


Figure 2

Exercice 18 : Dosage de l'acide lactique dans un lait (SM 2020 N)

L'acidité d'un lait augmente par fermentation lactique en cas de mauvaise conservation. Le dosage de l'acide lactique de formule $\text{CH}_3\text{—CHOH—COOH}$ permet donc d'apprécier l'état de conservation du lait.

Moins le lait est frais, plus il contient de l'acide lactique.

On se propose de doser l'acide lactique présent dans un lait de vache, qui n'a subit aucun traitement, par une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium. On supposera que l'acidité du lait est due uniquement à l'acide lactique.

L'acide lactique sera simplement noté HA.

Données :-Toutes les mesures sont effectuées à 25°C ;

- Le produit ionique de l'eau : $K_e = 10^{-14}$;
- Masse molaire de l'acide lactique : $M = 90 \text{ g.mol}^{-1}$.

1. Préparation de la solution aqueuse d'hydroxyde de sodium $\text{Na}_{(\text{aq})}^+ + \text{HO}_{(\text{aq})}^-$:

On prépare une solution aqueuse S_B d'hydroxyde de sodium $\text{Na}_{(\text{aq})}^+ + \text{HO}_{(\text{aq})}^-$ de volume $V = 1,0 \text{ L}$ et de concentration molaire C_B , par dissolution d'une masse de soude dans de l'eau distillée. La mesure du pH de la solution S_B donne $\text{pH} = 12,70$.

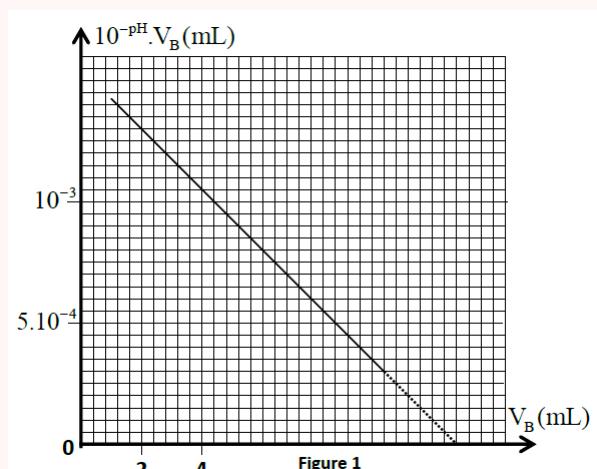
1.1. Établir l'expression du pH de la solution S_B en fonction de K_e et de C_B .

1.2. Vérifier que $C_B \approx 5,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$

2. Contrôle de la qualité d'un lait de vache

Un technicien de laboratoire dose l'acidité d'un lait de vache. Il réalise le titrage pH-métrique à l'aide de la solution aqueuse S_B d'hydroxyde de sodium de concentration molaire C_B . Pour cela il introduit, dans un bêcher un volume $V_A = 25,0 \text{ mL}$ de lait, puis il verse progressivement un volume V_B de la solution S_B et note pour chaque volume versé le pH du mélange réactionnel.

On note V_{BE} le volume de la solution d'hydroxyde de sodium versé à l'équivalence et K_A la constante d'acidité du couple $\text{AH}_{(\text{aq})}/\text{A}_{(\text{aq})}^-$.



2.1. Écrire l'équation chimique modélisant la réaction du dosage.

2.2. Établir la relation permettant de déterminer la concentration C_A en acide lactique du lait en fonction de V_A , C_B et V_{BE} .

2.3. Établir la relation : $V_B \cdot 10^{-\text{pH}} = K_A(V_{BE} - V_B)$ avec $0 < V_B < V_{BE}$

2.4. La courbe de la figure 1 représente les variations de $V_B \cdot 10^{-\text{pH}}$ en fonction de V_B : $V_B \cdot 10^{-\text{pH}} = f(V_B)$. En s'aidant de la courbe de la figure 1 :

2.4.1. déterminer le volume V_{BE} et en déduire la concentration C_A .

2.4.2. déterminer le pK_A du couple $\text{AH}_{(\text{aq})}/\text{A}_{(\text{aq})}^-$.

2.5. Dans l'industrie alimentaire, l'acidité d'un lait s'exprime en degré Dornic, noté °D. Un degré Dornic (1°D) correspond à $1,0 \cdot 10^{-1} \text{ g}$ d'acide lactique par litre de lait. Un lait est considéré comme frais s'il a une acidité comprise entre 15°D et 18°D . Le lait étudié peut-il être considéré comme frais ? Justifier la réponse.

Exercice 19 : Réactions acido-basiques (SM 2020 R)

Les acides carboxyliques sont des composés organiques, qui entrent dans la composition de beaucoup de substances utilisées dans notre vie quotidienne tels, les médicaments, les arômes, les aliments. On se propose, dans cette partie, de déterminer la formule chimique d'un acide carboxylique de formule générale $C_nH_{2n+1}COOH$ (avec $n \in N$) et d'étudier certaines réactions de cet acide avec d'autres composés.

Données : $M(C) = 12\text{g}.mol^{-1}$; $M(H) = 1\text{g}.mol^{-1}$; $M(O) = 16\text{g}.mol^{-1}$.

On prépare une solution aqueuse (S), de volume $V = 500\text{mL}$, d'un acide carboxylique en dissolvant une quantité de cet acide pur de masse $m=2,3\text{g}$ dans de l'eau distillée.

On prend un volume $V_A = 10\text{mL}$ de la solution (S) que l'on dose avec une solution aqueuse S_B d'hydroxyde de sodium $\text{Na}_{(aq)}^+ + \text{HO}_{(aq)}^-$ de concentration molaire $C_B = 0,10\text{mol}.L^{-1}$. Le volume de la solution S_B versé à l'équivalence est $V_{BE} = 10,0\text{mL}$.

1. Écrire, en utilisant la formule générale de l'acide, l'équation modélisant la réaction du dosage.
2. Déterminer la concentration C_A de l'acide dans la solution (S), et en déduire que la formule chimique de cet acide est HCOOH .
3. Le pH de la solution (S) est $\text{pH} = 2,38$.
 - 3.1. Déterminer le taux d'avancement final de la réaction. Conclure.
 - 3.2. Déterminer la valeur du rapport $\frac{[\text{HCOO}^-]}{[\text{HCOOH}]}$
 - 3.3. Vérifier que $pK_A(\text{HCOOH}/\text{HCOO}^-) = pK_{A1} \simeq 3,74$.
4. On mélange un volume V_1 de la solution (S) avec le même volume V_1 d'une solution aqueuse d'éthanoate de sodium $\text{CH}_3\text{COOH}_{(aq)} + \text{Na}_{(aq)}^+$ de même concentration C_A ; le pH du mélange est $\text{pH} = 4,25$. Trouver l'expression du pH du mélange réactionnel en fonction de pK_{A1} et de $pK_{A2} = pK_A(\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{COO}^-)$ et en déduire la valeur du pK_{A2} .

Exercice 20 : À propos de l'acide formique (SM 2021 N)

L'acide carboxylique le plus simple est l'acide méthanoïque ou formique HCOOH . Dans la nature, on le trouve dans les orties et dans le venin de plusieurs insectes comme les abeilles et les fourmis. Quand une fourmi pique un corps, elle injecte, à chaque piqûre, environ un volume $V_i = 6,00 \times 10^{-3}\text{cm}^3$ d'une solution S_1 , ce qui représente la majorité du volume total de la solution urticante disponible dans l'abdomen d'une "fourmi typique". Le volume d'acide méthanoïque contenu dans la solution S_1 représente 50 % de V_i .

Données :

- Masse volumique de l'acide méthanoïque : $\rho = 1,22\text{g}.cm^{-3}$;
- Masses molaires : $M(\text{HCOOH}) = 46,0\text{g}.mol^{-1}$; $M(\text{NaHCO}) = 84,0\text{g}.mol^{-1}$;
- Couples acide/base : $(\text{CO}_2, \text{H}_2\text{O})_{(aq)} / \text{HCO}_{3(aq)}^-$; $\text{HCOOH}_{(aq)} / \text{HCOO}_{(aq)}^-$.

1. Montrer que la quantité de matière d'acide méthanoïque qu'une fourmi typique injecte à chaque piqûre est $n_i \approx 7,96 \times 10^{-2}\text{mmol}$.
2. L'hydrogénocarbonate de sodium $\text{HCO}_{3(aq)}^- + \text{Na}_{(aq)}^+$ est souvent utilisé pour traiter les piqûres de fourmis.
 - 2.1. Écrire l'équation correspondant à la réaction entre l'hydrogénocarbonate de sodium et l'acide méthanoïque(cette réaction est supposée totale).
 - 2.2. Déterminer la masse d'hydrogénocarbonate de sodium nécessaire pour réagir complètement avec la quantité de matière de l'acide contenu dans la solution injectée.
3. Dès que la solution est injectée, elle se dilue dans l'eau du corps pour produire une solution aqueuse d'acide méthanoïque S_2 . On considère que la solution injectée se dissout immédiatement dans 1,00 mL d'eau du corps. On néglige dans le calcul le volume d'acide méthanoïque

injecté.

Le pH de la solution S_2 est $\text{pH} = 2,43$.

3.1. Déterminer le pourcentage de molécules d'acide méthanoïque réagies dans la solution S_2 .

Écrire alors l'équation de la réaction de l'acide méthanoïque avec l'eau.

3.2. Montrer que le pK_A du couple $\text{HCOOH}_{(\text{aq})}/\text{HCOO}_{(\text{aq})}^-$ est $pK_A = 3,74$.

4. On prépare une solution aqueuse S_3 d'acide méthanoïque de même concentration molaire que la solution S_2 .

4.1. On ajoute 50,0mL d'eau distillée à 25,0mL de la solution S_3 . Trouver la valeur du pH de la solution obtenue.

4.2. On ajoute 7,50mL d'une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium $\text{Na}_{(\text{aq})}^+ + \text{HO}_{(\text{aq})}^-$ de concentration molaire $C_b = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$ à 10,0mL de la solution S_3 .

4.2.1. Écrire l'équation de la réaction qui se produit.

4.2.2. Déterminer la valeur du pH du mélange réactionnel.

Exercice 21 : Quelques réactions avec l'ion ammonium (SM 2021 R)

Dans cette on se propose d'étudier :

- Une solution aqueuse de chlorure d'ammonium ;
- Le dosage des ions ammonium dans un médicament.

1. Étude d'une solution aqueuse de chlorure d'ammonium

Données :

- Toutes les mesures sont effectuées à 25°C,
- Les conductivités molaires ioniques à 25°C :
 - $\lambda_1 = \lambda_{\text{H}_3\text{O}_{(\text{aq})}^+} = 34,9 \times 10^{-3} \text{ S.m}^2.\text{mol}^{-1}$,
 - $\lambda_2 = \lambda_{\text{NH}_{4(\text{aq})}^+} = 7,34 \times 10^{-3} \text{ S.m}^2.\text{mol}^{-1}$,
 - $\lambda_3 = \lambda_{\text{Cl}_{(\text{aq})}^-} = 7,63 \times 10^{-3} \text{ S.m}^2.\text{mol}^{-1}$,
- Masse molaire : $M(\text{NH}_4\text{Cl}) = 53,5 \text{ g.mol}^{-1}$

On rappelle l'expression de la conductivité σ d'une solution aqueuse ionique en fonction des concentrations molaires effectives des espèces ioniques X_i présentes en solution et les conductivités molaires ioniques λ_i : $\sigma = \sum \lambda_i \cdot [X_i]$.

On prépare une solution aqueuse (S) de chlorure d'ammonium $\text{NH}_{4(\text{aq})}^+ + \text{Cl}_{(\text{aq})}^-$ de concentration molaire $C = 5,0 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$.

La mesure de la conductivité de la solution (S) donne $\sigma = 74,898 \text{ mS.m}^{-1}$.

- 1.1. Écrire l'équation chimique modélisant la réaction de l'ion ammonium $\text{NH}_{4(\text{aq})}^+$ avec l'eau.
- 1.2. En négligeant la participation des ions hydroxyde HO^- à la conductivité de la solution, exprimer le taux d'avancement final τ de la réaction en fonction de σ , C , λ_1 , λ_2 , λ_3 . Calculer sa valeur.
- 1.3. Trouver l'expression de la constante d'acidité K_A du couple $\text{NH}_{4(\text{aq})}^+/\text{NH}_{3(\text{aq})}$ en fonction de C et τ . vérifier que $pK_A(\text{NH}_{4(\text{aq})}^+/\text{NH}_{3(\text{aq})}) = 9,2$.
- 1.4. Dresser le diagramme de prédominance et déduire l'espèce prédominante du couple $\text{NH}_{4(\text{aq})}^+/\text{NH}_{3(\text{aq})}$.
- 1.5. On dilue la solution (S) de chlorure d'ammonium.
 - a. Le taux d'avancement final de la réaction augmente.

- b. Le quotient de réaction à l'équilibre $Q_{r,eq}$ de la réaction reste constant.
- c. L'avancement à l'équilibre x_{eq} ne varie pas.
- d. Le $pK_A(\text{NH}_4^{+}_{(aq)}/\text{NH}_3_{(aq)})$ diminue.

2. Dosage des ions ammonium dans un médicament :

Le chlorure d'ammonium est utilisée dans les complément alimentaire pour le bétail ou comme médicament pour traiter les calculs urinaires chez l'agneau. On le rencontre aussi dans des solutions médicamenteuses contre la toux.

Le laboratoire pharmaceutique vire à ce que la concentration massique en chlorure d'ammonium $C_0 = 1,51 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$.

On se propose de doser un échantillon d'une solution (S_1) de chlorure d'ammonium pris d'un flacon, vendu par un laboratoire pharmaceutique, portant l'indication $C_0 = 1,51 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$. La solution (S_1) est dosée par une solution aqueuse (S_B) d'hydroxyde de sodium $\text{Na}_{(aq)}^+ + \text{HO}_{(aq)}^-$ de concentration molaire $C_B = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

On prend un volume $V_A = 20 \text{ mL}$ de la solution (S_1) auquel on ajoute progressivement un volume V_B de la solution (S_B). Le volume (S_B) versé à l'équivalence est $V_{BE} = 28,3 \text{ mL}$.

2.1. Écrire l'équation chimique modélisant la réaction du dosage.

2.2. Calculer la constante d'équilibre associée à l'équation de la réaction de la dosage.

2.3. L'indication portée par le flacon est-elle vérifiée ? Justifier.

Exercice 22 : Dosage d'une solution aqueuse d méthylamine (SM 2019 R)

On dispose d'une solution aqueuse (S) de méthylamine CH_3NH_3 de concentration C. On prélève un volume $V=10 \text{ mL}$ de la solution (S) que l'on dose par une solution aqueuse d'acide chlorhydrique $\text{H}_3\text{O}_{(aq)}^+ + \text{Cl}_{(aq)}^-$ de concentration $C_A = 2 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. La courbe de la figure 1 représente la variation du pH du mélange réactionnel en fonction du volume V_A d'acide versée.

Données : - Toutes les mesures sont effectuées à 25°C ;

- Le produit ionique de l'eau $K_e = 10^{-14}$.

- Déterminer graphiquement les coordonnées V_E et pH_E du point d'équivalence.

- Déterminer la concentration C.

- Parmi les indicateurs colorés cités dans le tableau ci-dessous, indiquer celui qui convient le mieux pour un dosage colorimétrique de la solution(S).

Justifier votre réponse.

Indicateur coloré	Zone de virage
Vert de bromocrésol	3,8 - 5,4
Bleu de bromothymol	6,0 - 7,6
Phénolphthaleïne	8,2 - 10,0

- Ecrire l'équation chimique modélisant la réaction du dosage.

- En s'aidant du tableau d'avancement de la réaction du dosage de la solution (S), montrer que pour $V_A < V_E$:

$$pH = pK_{A1} + \log \left(\frac{1}{y} - 1 \right) \text{ avec } y = \frac{V_A}{V_E} \text{ et } pK_{A1} = pK_A(\text{CH}_3\text{NH}_3^{+}_{(aq)}/\text{CH}_3\text{NH}_2_{(aq)})$$

- Déterminer la valeur de y pour avoir $pH = pK_{A1}$. Déduire la valeur du pK_{A1} .

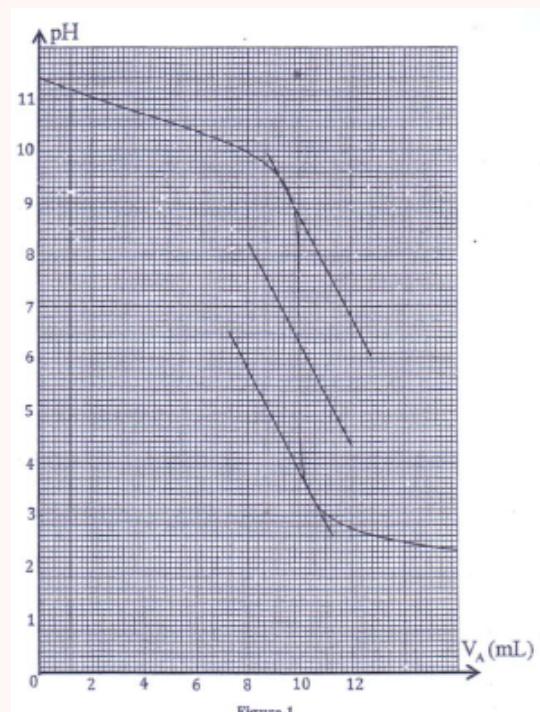


Figure 1

7. Pour la solution (S) précédemment dosée :

7.1. Écrire l'équation chimique modélisant la réaction de la méthylène avec l'eau.

7.2. Déterminer le taux d'avancement final de cette réaction. Que peut-on déduire ?

Exercice 23 : Dosage d'une solution aqueuse d'ammoniac (SM 2019 N)

On se propose d'étudier dans l'exercice, le dosage d'une solution aqueuse d'ammoniac NH_3 , contenue dans un détergent, par une solution aqueuse d'acide chlorhydrique. Le détergent est concentré pour être titré. Pour cel, on prend un volume de ce détergent et on le dilue 100 fois, on obtient ainsi une solution notée S_1 .

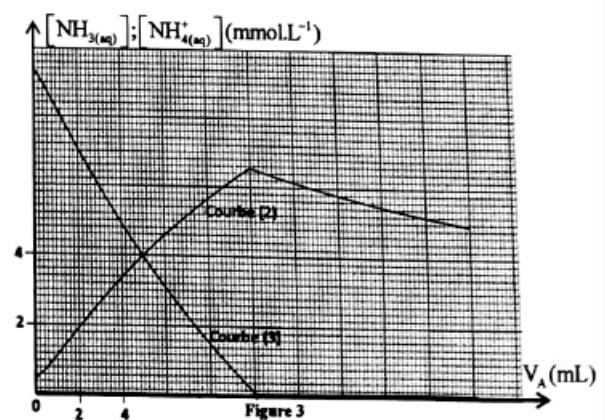
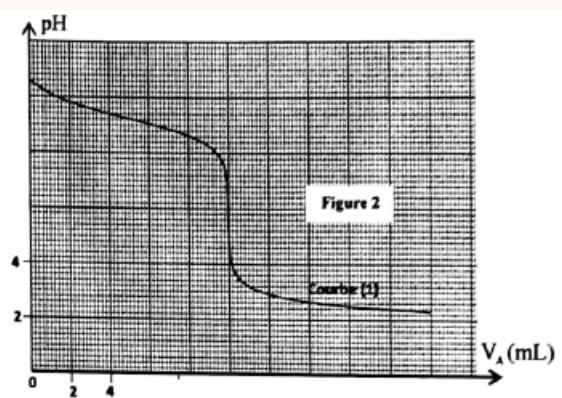
Données : - Toutes les mesures sont effectuées à $25^\circ C$;

- Le produit ionique de l'eau $K_e = 10^{-14}$.

On dose un volume $V_B = 20mL$ de la solution S_1 , en suivant les variations du pH du mélange réactionnel en fonction du volume V_A d'une solution aqueuse d'acide chlorhydrique $H_3O_{(aq)}^+ + Cl_{(aq)}^-$ de concentration molaire $C_A = 2 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$

Le suivi pH-métrique de la transformation a permis d'obtenir la courbe (1) de la figure 2. Par ailleurs, un logiciel adapté a permis d'obtenir les courbes (2) et (3) représentant les variations de la concentration de l'espèce acide et celle de l'espèce basique du couple $NH_{4(aq)}^+/NH_{3(aq)}$ en fonction du volume V_A versé (fig 3)

1. Écrire l'équation chimique modélisant la réaction du dosage.
2. Déterminer graphiquement le volume V_{AE} de la solution d'acide chloridrique versé à l'équivalence.
3. Montrer que la concentration molaire C_D en ammoniac apporté du détergent concentré est $C_D = 1 mol.L^{-1}$.
4. Pour la solution (S_1) dosé précédemment :
 - 4.1. Ecrire l'équation de la réaction de l'ammoniac avec l'eau.
 - 4.2. Déterminer, en s'aidant de la courbe (1), le pH de la solution S_1 .
 - 4.3. Déterminer, par calcul, les concentrations molaires $[NH_3]$ et $[NH_4^+]$ dans la solution (S_1).
 - 4.4. Déduire la valeur du $pK_A(NH_{4(aq)}^+/NH_{3(aq)})$.
5. Retrouver, en utilisant les 3 courbes, la valeur du $pK_A(NH_{4(aq)}^+/NH_{3(aq)})$ déduite précédemment.
6. 6.1. Indiquer la courbe qui correspond à l'évolution de $[NH_3]$ avec le volume V_A versé.
- 6.2. Trouver, en utilisant la courbe (1) et l'une des deux courbe (2) ou (3), la concentration molaire $[NH_3]$ lorsque le pH du mélange réactionnel est $pH = 8,8$.



Septième partie

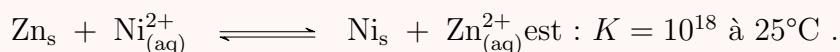
Sens d'évolution d'un système chimique

Transformations spontanées dans les piles et récupération de l'énergie

Exercice 1 : Pile Nickel- Zinc (SM 2008 R)

On réalise une pile Nickel-Zinc des couples $\text{Ni}_{(\text{aq})}^{2+}/\text{Ni}_s$ et $\text{Zn}_{(\text{aq})}^{2+}/\text{Zn}_s$, en immergeant l'électrode de nickel dans le volume $V = 100 \text{ mL}$ de la solution de sulfate de nickel $\text{Ni}_{(\text{aq})}^{2+} + \text{SO}_{4(\text{aq})}^{2-}$, de concentration initiale $[\text{Ni}^{2+}]_i = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ et l'électrode de zinc dans le volume $V = 100 \text{ mL}$ de la solution de sulfate de zinc $\text{Zn}_{(\text{aq})}^{2+} + \text{SO}_{4(\text{aq})}^{2-}$ de concentration initiale $[\text{Ni}^{2+}]_i = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$
données :

- Masse molaire atomique : $M(\text{Zn}) = 65,4 \text{ g.mol}^{-1}$ et $M(\text{Ni}) = 58,7 \text{ g.mol}^{-1}$
- Constante de Faraday : $F = 9,65 \cdot 10^4 \text{ C.mol}^{-1}$
- la constante d'équilibre K associée à la réaction



Quand on branche entre l'électrode de nickel Ni et l'électrode de zinc Zn un conducteur Ohmique (D), un courant électrique d'intensité constante $I = 0,1 \text{ A}$ circule dans le circuit.

1. Calculer le quotient de réaction $Q_{r,i}$, dans le cas initial, et montrer que le système chimique constituant la pile évolue spontanément dans le sens directe.
2. Identifier, en justifiant votre réponse, le sens du courant passant dans le conducteur Ohmique (D).
3. On considérer que la masse des électrodes est abondante et que la réaction chimique qui se produit pendant le fonctionnement de la pile est totale.
 - 3.1. Déterminer la durée maximale Δt_{max} du fonctionnement de cette pile.
 - 3.2. Déduire la variation Δm de la masse de l'électrode de nickel Ni .

Exercice 2 : Pile de concentration (SM 2011 N)

Les piles électriques sont des dispositifs électrochimiques qui transforment l'énergie de la réaction chimique en énergie électrique .on cite parmi elles les piles de concentration dont l'énergie provient de la différence des concentrations des ions de deux solutions . Ce type de pile électrique est utilisé essentiellement dans l'industrie au niveau de la galvanisation et l'étude de la corrosion .

L'objectif de cet exercice est l'étude d'une pile de concentration cuivre-cuivre .

La pile représentée dans la figure (2) est constituée de :

- Un bêcher ① contenant un volume $V_1 = 50 \text{ mL}$ de solution (S_1) de sulfate de cuivre $(\text{Cu}_{(\text{aq})}^{2+} + \text{SO}_{4(\text{aq})}^{2-})$ de concentration C_1 dans laquelle est plongée une partie d'une lame de cuivre (L_1).
- Un bêcher ② contenant un volume $V_2 = V_1$ de solution (S_2) de sulfate de cuivre $(\text{Cu}_{(\text{aq})}^{2+} + \text{SO}_{4(\text{aq})}^{2-})$ de concentration C_2 dans laquelle est plongée une partie d'une lame de

cuivre (L_2).

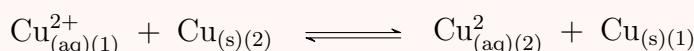
- Un pont ionique qui relie les deux solutions (S_1) et (S_2).

On relie les deux lames de cuivre (L_1) et (L_2) par un conducteur Ohmique de résistance R , un ampèremètre et un interrupteur K .

On représente par $\text{Cu}_{(1)}^{2+}$ les ions $\text{Cu}_{(\text{aq})}^{2+}$ dans le bêcher

① et par $\text{Cu}_{(2)}^{2+}$ les ions $\text{Cu}_{(\text{aq})}^{2+}$ dans le bêcher ②.

Lorsqu'on ferme l'interrupteur K , il se produit dans la pile une réaction d'oxydo-réduction d'équation :



On réalise deux expériences (a) et (b) en utilisant les valeurs des concentrations indiquées dans le tableau ci-dessous.

On mesure l'intensité du courant I qui passe dans le conducteur ohmique lorsqu'on ferme l'interrupteur dans chacune des expériences et on note le résultat obtenu dans le même tableau :

	Expérience (a)		Expérience (b)	
Concentration en mol.L^{-1}	$C_1 = 0,010$	$C_2 = 0,10$	$C_1 = 0,10$	$C_2 = 0,10$
Intensité I de courant (en mA)	$I_1 = 14$		$I_2 = 0$	

Donnée : constante de Faraday : $F = 9,65 \times 10^4 \text{ C.mol}^{-1}$.

1. Déduire à partir des résultats expérimentaux indiqués dans le tableau ci-dessus la valeur de la constante d'équilibre associée à l'équation de la réaction.

2. On s'intéresse à l'expérience (a) et on prend pour origine des dates ($t=0$) l'instant où l'on ferme l'interrupteur.

(a) Indiquer le pôle positif de la pile en justifiant la réponse.

(b) Établir l'expression de l'avancement x de la réaction qui a eu lieu en fonction du temps t en considérant que l'intensité du courant I_1 reste constante au cours du fonctionnement de la pile.

Calculer le taux d'avancement de la réaction à l'instant $t=30\text{min}$.

(c) Calculer les concentrations $[\text{Cu}_{(1)\text{(aq)}}^{2+}]_{eq}$ et $[\text{Cu}_{(2)\text{(aq)}}^{2+}]_{eq}$ dans les bêcher ① et ② lorsque la pile est consommée.

Exercice 3 : Étude de la pile Cuivre-Aluminium (SM 2012 N)

On avait découvert la pile qui met en œuvre les couples de type "Ion métal/Métal" à une époque où l'évolution du télégraphe nécessitait un besoin de sources de courant électrique continu.

L'objectif de cette partie est l'étude de la pile Cuivre-Aluminium.

— Masse molaire atomique de l'élément aluminium : $M(A\ell) = 27 \text{ g.mol}^{-1}$

— Constante de Faraday : $F = 9,65 \cdot 10^4 \text{ C.mol}^{-1}$

— Constante d'équilibre associée à l'équation de la réaction entre le métal cuivre et les ions aluminium :

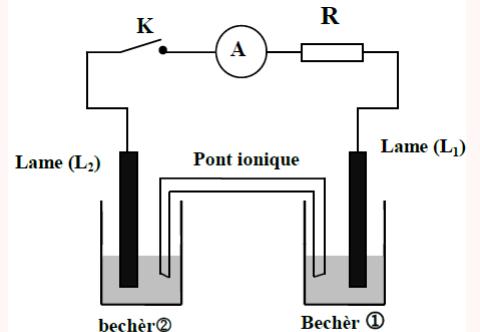


Figure2

On réalise la pile Cuivre – Aluminium en reliant deux demi-piles par un pont salin de chlorure d'ammonium ($\text{NH}_4^+ + \text{Cl}^-$).

La première demi-pile est constituée d'une lame de cuivre partiellement immergée dans une solution aqueuse de sulfate de cuivre II ($\text{Cu}^{2+} + \text{SO}_4^{2-}$) de concentration C_0 et de volume $V = 50 \text{ mL}$.

La deuxième demi-pile est constituée d'une lame d'aluminium partiellement immergée dans une solution aqueuse de chlorure d'aluminium ($\text{Al}^{3+} + 3\text{Cl}^-$) de même concentration C_0 et de même volume V .

On branche entre les pôles de la pile un conducteur ohmique (D), un ampèremètre et un interrupteur K (figure 1).

A l'instant $t=0$ on ferme le circuit, un courant électrique d'intensité constante I circule alors dans le circuit. La courbe de la figure 2 représente la variation de la concentration $[\text{Cu}^{2+}]$ des ions cuivre II existant dans la première demi-pile en fonction du temps.

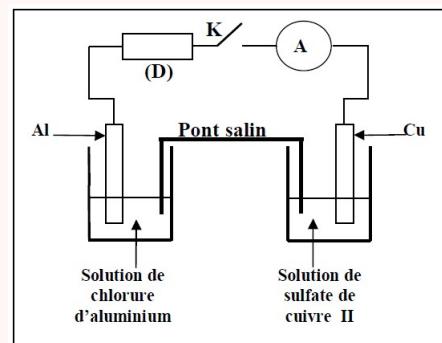


Figure 1

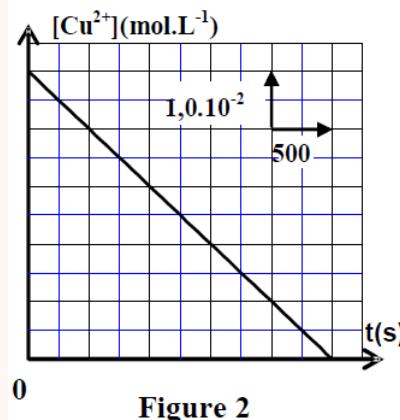


Figure 2

1. 1.1. En utilisant le critère d'évolution spontanée, déterminer le sens d'évolution du système chimique constituant la pile.
- 1.2. Donner la représentation conventionnelle de la pile étudiée.
2. 2.1. Exprimer la concentration $[\text{Cu}^{2+}]$ à un instant t en fonction de t , C_0 , I , V et F .
2. 2.2. En déduire la valeur de l'intensité I du courant électrique qui passe dans le circuit.
3. La pile est entièrement usée à une date t_c . Déterminer, en fonction de t_c , F , I et M , la variation Δm de la masse de la lame d'aluminium lorsque la pile est entièrement usée. Calculer Δm .

Exercice 4 : La pile nickel-cobalt (SM 2015 N)

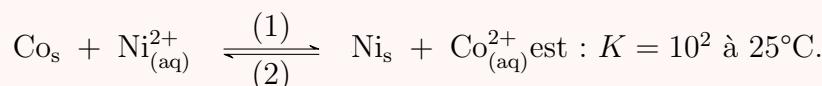
Le fonctionnement d'une pile chimique est basé sur la transformation d'une partie de l'énergie chimique, résultant des transformations chimiques, en énergie électrique.

On étudie dans cette partie la pile nickel-cobalt.

Données :

- Masse molaire du Nickel : $M(\text{Ni}) = 58,7 \text{ g.mol}^{-1}$.
- Constante de Faraday : $1F = 9,65 \cdot 10^4 \text{ C.mol}^{-1}$.

La constante d'équilibre associée à l'équation de la réaction :



On réalise une pile, en plongeant une plaque de nickel dans un bêcher contenant un volume $V = 100 \text{ mL}$ d'une solution aqueuse de sulfate de nickel II : $(\text{Ni}^{2+}_{(aq)} + \text{SO}_4^{2-}_{(aq)})$ de concentration molaire initiale $C_1 = [\text{Ni}^{2+}]_i = 3 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$, et une plaque de cobalt dans un autre bêcher contenant un volume $V = 100 \text{ mL}$ d'une solution aqueuse de sulfate de cobalt II : $\text{Co}^{2+}_{(aq)} + \text{SO}_4^{2-}_{(aq)}$ de concentration molaire initiale $C_2 = [\text{Co}^{2+}]_i = 0,3 \text{ mol.L}^{-1}$. Les deux solutions sont reliées par un pont salin.

On monte en série avec cette pile un conducteur ohmique, un ampèremètre et un interrupteur. On ferme le circuit ainsi formé à un instant de date $t=0$. Un courant d'intensité I , considérée constante, circule dans le circuit.

1. Choisir, parmi les propositions suivantes, la réponse juste :
 - a) Le sens d'évolution spontanée du système chimique constituant la pile est le sens (2) de l'équation de la réaction.
 - b) L'électrode de cobalt est la cathode.
 - c) Les électrons circulent à travers le pont salin pour maintenir l'électroneutralité des solutions.
 - d) Le sens du courant électrique à l'extérieur de la pile est de l'électrode de nickel vers l'électrode de cobalt.
 - e) L'oxydation se produit à la cathode.
2. Trouver, en fonction de K , F , C_1 , C_1 , V et I , l'expression de la date t_e à laquelle l'équilibre du système chimique est atteint. Calculer la valeur de t_e sachant que $I = 100\text{mA}$.
3. Calculer la variation Δm de la masse de l'électrode de nickel entre les instants de date $t=0$ et $t=t_e$.

Exercice 5 : Étude de la pile Aluminium - Zinc (SM 2016 R)

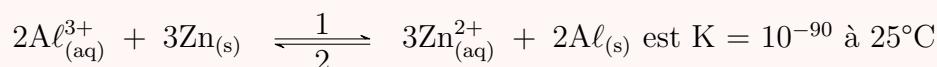
Les piles électrochimiques sont l'une des applications des réactions d'oxydoréduction. Au cours de leur fonctionnement, une partie de l'énergie chimique produite par ces réactions est transformée en énergie électrique.

On réalise la pile Aluminium – Zinc en plongeant une plaque d'aluminium dans un bêcher contenant un volume $V = 100 \text{ mL}$ d'une solution aqueuse de chlorure d'aluminium ($\text{Al}^{3+}_{\text{aq}} + 3\text{Cl}^{2-}_{\text{aq}}$) de concentration molaire initiale $C_1 = [\text{Al}^{3+}]_i = 4.5 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ et une plaque de zinc dans un autre bêcher contenant un volume $V = 100 \text{ mL}$ d'une solution aqueuse de sulfate de zinc ($\text{Zn}^{2+}_{\text{aq}} + \text{SO}_4^{2-}_{\text{(aq)}}$) de concentration molaire initiale $C_2 = [\text{Zn}^{2+}]_i = 4.5 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$.

On relie les deux solutions par un pont salin. On monte entre les pôles de la pile, un conducteur ohmique (D), un ampèremètre et un interrupteur K (figure 1).

Données :

- La masse de la partie de la plaque d'aluminium immergée dans la solution de chlorure d'aluminium, à l'instant de la fermeture du circuit, est $m_0 = 1,35\text{g}$,
- La masse molaire de l'aluminium $M(\text{Al}) = 27\text{g.mol}^{-1}$,
- La constante de Faraday : $1\text{F} = 9,65 \times 10^4 \text{ C.mol}^{-1}$.
- La constante d'équilibre associée à la réaction :



On ferme l'interrupteur K à l'instant $t = 0$; un courant d'intensité considérée constante : $I = 10 \text{ mA}$ circule dans le circuit.

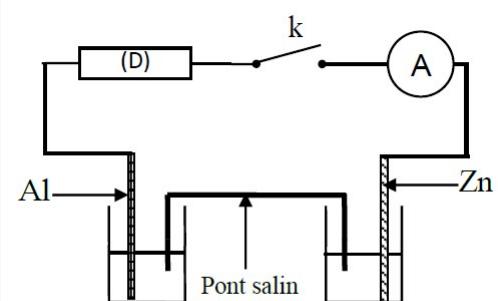


Figure 1

1. Calculer le quotient de réaction Q_{ri} à l'état initial et en déduire le sens d'évolution spontanée du système chimique.
2. Représenter le schéma conventionnel de la pile étudiée en justifiant sa polarité.
3. Trouver, lorsque la pile est totalement épuisée :
4. La concentration des ions aluminium dans la solution de chlorure d'aluminium.
5. la durée Δt du fonctionnement de la pile.

Exercice 6 : Étude de la pile Cadmium – Argent (SM 2017 R)

On étudie la pile Cadmium – Argent qui fait intervenir les deux couples ox/red : $\text{Ag}_{\text{aq}}^+/\text{Ag}_s$ et $\text{Cd}_{\text{aq}}^{2+}/\text{Cd}_s$

Données :

- Constante de Faraday : $1F = 9,65 \times 10^4 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$
- La constante d'équilibre K associée à la réaction :



- La masse molaire du Cadmium : $M(\text{Cd}) = 112,4 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

- La partie immergée de l'électrode consommable est en excès.

On réalise cette pile, en plongeant une lame d'argent dans un bêcher contenant un volume $V = 250 \text{ mL}$ d'une solution aqueuse de nitrate d'argent ($\text{Ag}_{\text{aq}}^+ + \text{NO}_{3(\text{aq})}^-$) de concentration molaire initiale $C_1 = [\text{Ag}^+]_i = 0.400 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, et une lame de cadmium dans un autre bêcher contenant un volume $V = 250 \text{ mL}$ d'une solution aqueuse de nitrate de cadmium ($\text{Cd}_{\text{aq}}^{2+} + 2.\text{NO}_{3(\text{aq})}^-$) de concentration molaire initiale $C_2 = [\text{Cd}^{2+}]_i = 0.200 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. On relie ensuite les deux solutions par un pont salin. On branche entre les électrodes de la pile un conducteur ohmique monté en série avec un ampèremètre et un interrupteur.

1– Choisir la proposition juste parmi les affirmations suivantes :

a– Les transformations se produisant dans les piles sont forcées.

b– Les transformations se produisant dans les piles sont forcées.

c– Le sens spontané d'évolution du système chimique constituant la pile est le sens inverse de l'équation de la réaction.

d– L'oxydation se produit au niveau de la cathode.

2– On ferme le circuit à un instant choisi comme origine des dates ($t = 0$). Un courant, d'intensité $I = 215 \text{ mA}$ considérée constante, circule alors dans le circuit.

2.1– Exprimer, à un instant t , le quotient de réaction Q_r en fonction de l'avancement x de la réaction.

2.2– Calculer Q_r à l'instant $t = 10 \text{ h}$.

2.3– Calculer Δm , la variation de la masse de l'électrode de cadmium entre l'instant $t = 0$ et l'instant où la pile est usée.

Exercice 7 : Accumulateur Argent / Fer (SM 2018 R)

Les accumulateurs sont des convertisseurs d'énergie. Contrairement aux piles, dont les réactifs se détruisent de manière irréversible au cours du fonctionnement, les réactifs des accumulateurs peuvent être régénérés par une opération de recharge.

Dans cet exercice on étudiera, d'une façon simplifiée, la décharge de l'accumulateur Argent/Fer. On réalise l'accumulateur schématisé dans la figure 3 :

- S_1 est une solution aqueuse de sulfate de fer(II) $\text{Fe}_{(\text{aq})}^{2+} + \text{SO}_{4(\text{aq})}^{2-}$ de concentration molaire initiale $C_1 = 0,2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ et de volume $V_1 = 100 \text{ mL}$.

- S_2 est une solution aqueuse de nitrate d'argent $\text{Ag}_{(\text{aq})}^+ + \text{NO}_{3(\text{aq})}^-$ de concentration molaire initiale $C_2 = C_1$ et de volume $V_1 = V_2$.

Données : - Le faraday : $1F = 9,65 \cdot 10^4 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$,

- Les couples Ox/Red : Ag^+/Ag ; Fe^{2+}/Fe .

L'accumulateur est branché aux bornes d'une lampe à l'instant $t = 0$. L'intensité du courant dans le circuit est considérée constante : $I = 150 \text{ mA}$.

1. La réaction spontanée est la réduction des ions argent et l'oxydation du fer. Écrire l'équation bilan lors du fonctionnement de l'accumulateur.
2. Montrer que la concentration $[\text{Ag}^+]$ à un instant t de fonctionnement est : $[\text{Ag}^+]_t = 0,2 - 1,55 \times 10^{-5} \cdot t$ avec t en seconde et la concentration en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (on considérera que les espèces métalliques sont en excès).

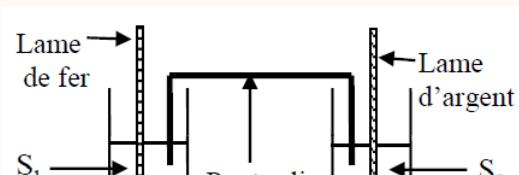


Figure 3

3. Déterminer la durée t_d de fonctionnement de l'accumulateur et la concentration finale des ions fer(II) : $[Fe^{2+}]$

Exercice 8 : Pile chrome-argent. (SM 2020 N)

La pile chrome-argent est composée de deux compartiments liés par un pont salin. Le compartiment(1) est constitué d'une lame de chrome plongée dans un volume $V=100$ mL d'une solution aqueuse de nitrate de chrome (III) $Cr_{(aq)}^{3+} + 3NO_{3(aq)}^-$ de concentration molaire initiale $[Cr_{(aq)}^{3+}] = C_1 = 0,100 mol \cdot L^{-1}$. Le compartiment(2) est constitué d'une lame d'argent plongée dans le volume V d'une solution aqueuse de nitrate d'argent $Ag_{(aq)}^+ + NO_{3(aq)}^-$ de concentration molaire initiale $[Ag_{(aq)}^+] = C_1$

Données :

- Couples intervenant dans la réaction : $Ag_{(aq)}^+/Ag(S)$; $Cr_{(aq)}^{3+}/Cr(S)$
- Constante de Faraday : $1F = 9,65 \cdot 10^4 C \cdot mol^{-1}$;
- Masse molaire : $M(Cr) = 52 g \cdot mol^{-1}$.

On monte en série avec la pile un conducteur ohmique (D), un ampèremètre (A) et un interrupteur K.

A un instant de date $t_0 = 0$ on ferme le circuit, l'ampèremètre indique alors le passage d'un courant électrique d'intensité positive constante I_0 lorsque sa borne COM est reliée à l'électrode de chrome. Au cours du fonctionnement de la pile, la masse de l'une des électrodes diminue de 52 mg après une durée $\Delta t = t_1 - t_0$ de fonctionnement.

1. Écrire l'équation bilan lors du fonctionnement de la pile.
2. Déterminer l'avancement de la réaction du fonctionnement de la pile à l'instant t_1 .
3. Déduire à l'instant t_1 la concentration molaire des ions chrome Cr^{3+} .
4. Sachant que l'intensité du courant est $I_0 = 50 mA$, trouver la valeur de l'instant t_1 .

Exercice 9 : Pile diiode-zinc (SM 2020 R)

On étudie la pile diiode-zinc qui fait intervenir les deux couples ox/red : $Zn_{(aq)}^{2+}/Zn_{(S)}$ et $I_{2(aq)}/I_{(S)}^-$. On la constitue de deux compartiments liés par un pont salin (papier filtre imbibé d'une solution de chlorure de potassium $K_{(aq)}^+ + Cl_{(S)}^-$).

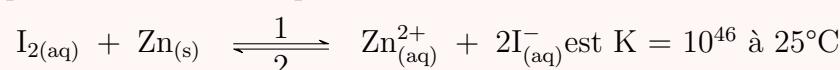
Le premier compartiment est constitué d'une lame de zinc plongée dans un volume $V = 100$ mL d'une solution aqueuse de sulfate de zinc $Zn_{(aq)}^{2+} + SO_{4(aq)}^{2-}$ de concentration molaire initiale $[Zn_{(aq)}^{2+}]_i = C_0 = 0,10 mol \cdot L^{-1}$. Le deuxième compartiment est constitué d'une lame de platine (Pt) plongée dans un volume $V=100$ mL d'un mélange (S) contenant une solution aqueuse du diiode $I_{2(aq)}$ et une solution d'iodure de potassium $K_{(aq)}^+ + I_{(aq)}^-$ dont les concentrations molaires initiales dans (S) sont :

$$[I_{2(aq)}]_i = C_1 = 0,10 mol \cdot L^{-1} \text{ et } [I_{(aq)}^-]_i = C_2 = 5 \times 10^{-2} mol \cdot L^{-1}.$$

La partie immergée de la lame de zinc est en excès et lorsque la pile fonctionne l'électrode de platine ne subit aucune réaction.

Données :

- Le faraday : $1F = 9,65 \cdot 10^4 C \cdot mol^{-1}$;
- La constante d'équilibre associée à l'équation de la réaction :



. On monte en série avec la pile un conducteur ohmique (D), un ampèremètre (A) et un interrupteur K.

A un instant de date $t_0 = 0$, on ferme le circuit, l'ampèremètre indique alors le passage d'un courant électrique d'intensité considérée constante $I_0 = 70 mA$.

1. Indiquer en justifiant le sens d'évolution spontanée du système chimique.
2. Ecrire l'équation de la réaction qui se produit au niveau de la cathode.
3. On laisse fonctionner la pile pendant la durée $\Delta t = t_1 - t_0$. Pour déterminer la quantité de matière de diiode consommée pendant cette durée, on dose le diiode restant dans le deuxième compartiment de la pile avec une solution incolore de thiosulfate de sodium $2.\text{Na}_{(\text{aq})}^+ + \text{S}_2\text{O}_{3(\text{aq})}^{2-}$ de concentration molaire en soluté apporté $C_1 = 0,30\text{ mol.L}^{-1}$. Le volume de la solution de thiosulfate de sodium versé à l'équivalence est $V_E = 20,0\text{ mL}$.
L'équation modélisant la réaction du dosage s'écrit : $\text{I}_{2(\text{aq})} + 2.\text{S}_2\text{O}_{4(\text{aq})}^{2-} \rightarrow \text{S}_4\text{O}_{6(\text{aq})}^{2-} + 2\text{I}_{(\text{aq})}^-$
Montrer que la quantité de matière $n_C(I_2)$ de diiode consommé lors du fonctionnement de la pile est : $n_C(I_2) = 7\text{ mmol}$.
4. Trouver l'expression de la durée $\Delta t = t - t_0$ de fonctionnement de la pile en fonction de I_0 , F et $n_C(I_2)$. Calculer sa valeur.
5. Calculer la concentration molaire des ions zinc dans le premier compartiment juste après la durée $\Delta t = t - t_0$ de fonctionnement de la pile.

Exercice 10 : Etude de la pile plomb- fer (SM 2021 N)

On étudie la pile plomb-fer qui fait intervenir les deux couples ox/red : Pb^{2+}/Pb et Fe^{2+}/Fe .

On la constitue de deux compartiments liés par un pont salin.

Le premier compartiment est constitué d'une lame de plomb plongée dans un volume $V=100\text{ mL}$ d'une solution aqueuse de nitrate de plomb $\text{Pb}_{(\text{aq})}^{2+} + 2.\text{NO}_{3(\text{aq})}^-$ de concentration molaire initiale $[\text{Pb}^{2+}]_i = 1,0 \times 10^{-3}\text{ mol.L}^{-1}$. Le deuxième compartiment est constitué d'une lame de fer plongée dans un volume $V=100\text{ mL}$ d'une solution aqueuse de chlorure de fer (II) : $\text{Fe}_{(\text{aq})}^{2+} + 2.\text{Cl}_{(\text{aq})}^-$ de concentration molaire initiale $[\text{Fe}^{2+}]_i = 4,0 \times 10^{-2}\text{ mol.L}^{-1}$.

La partie immergée de la lame de fer dans la solution est en excès.

Données :

- Le faraday : $1F = 9,65 \cdot 10^4 \text{ C.mol}^{-1}$;
- Masse molaire M(Pb) = 207 g/mol

On monte en série avec la pile un conducteur ohmique (D), un ampèremètre (A) et un interrupteur K.

A un instant de date $t_0 = 0$, on ferme le circuit, l'ampèremètre indique alors le passage d'un courant électrique d'intensité I_0 considérée constante. On négligera l'oxydation des ions $\text{Fe}_{(\text{aq})}^{2+}$ par le dioxygène dissous dans l'eau.

Au cours du fonctionnement de la pile, la masse de la lame de plomb a augmenté de 2,07mg après une durée de fonctionnement $\Delta t = t_1 - t_0$.

1. Donner le nombre d'affirmations fausses parmi les affirmations suivantes :
 - a) La réduction se produit au niveau de l'électrode de fer.
 - b) L'oxydation se produit au niveau de l'électrode de plomb.
 - c) La lame de fer représente la cathode et c'est le pôle négatif de la pile.
 - d) La lame de plomb représente l'anode et c'est le pôle négatif de la pile.
2. Ecrire l'équation bilan lors du fonctionnement de la pile.
3. Déterminer à l'instant t_1 le quotient de réaction lors du fonctionnement de la pile .
4. Sachant que l'intensité du courant est $I_0 = 2\text{ mA}$, trouver la valeur de l'instant t_1 .

Exercice 11 : Etude de la pile nickel - argent (SM 2021 R)

On étudie une pile électrochimique faisant intervenir les deux couples ox/red suivants : $\text{Ni}_{(\text{aq})}^{2+}/\text{Ni}_{(\text{s})}$ et $\text{Ag}_{(\text{aq})}^{+}/\text{Ag}_{(\text{s})}$. On la constitue de deux compartiments liés par un pont salin.

Le premier compartiment est constitué d'une lame nickel de masse $m_1 = 1,5\text{g}$ plongée entièrement dans un volume $V = 100\text{mL}$ d'une solution aqueuse contenat des ions nickel de concentration molaire initiale $[\text{Ni}^{2+}]_i = 0,1\text{mol.L}^{-1}$. Le deuxième compartiment est constitué d'une lame d'argent plongée dans un volume $V = 100\text{mL}$ d'une solution aqueuse contenat des ions d'argent de concentration molaire initiale $[\text{Ag}^+]_i = 0,1\text{mol.L}^{-1}$

Données :

- Le faraday : $1F = 9,65 \cdot 10^4 \text{C.mol}^{-1}$;
- Masse molaire $M(\text{Ni}) = 58,7 \text{ g/mol}$

Au cours du fonctionnement de la pile il y a réduction des ions Ag^+ .

1. Écrire l'équation bilan de la réaction lors du fonctionnement de la pile.
2. Déterminer la capacité de la pile (charge Q_{max} que celle-ci peut débiter).
3. Reliée à un circuit électrique, cette pile débite un courant d'intensité constante $I = 200\text{mA}$ pendant 30 min. Trouver la nouvelle concentration des ions Ni^{2+}

Exemples de transformations forcées

Exercice 1 : Recouvrement d'une pièce d'acier par une couche d'étain. (SM 2008 N)

Le fer blanc, c'est l'acier recouvert d'une couche mince d'étain, il est utilisé en particulier dans la fabrication des boîtes de conserve grâce à ses propriétés physiques diverses.

L'objectif de cette partie est de déterminer la masse d'étain nécessaire au recouvrement d'une plaque d'acier par électrolyse.

On donne :

- Les couples (Ox/Red) intervenants dans cette électrolyse sont : O_{2g}/H_2O_ℓ et Sn_{aq}^{2+}/Sn_s
- Le Faraday : $1 F = 9,65 \times 10^4 C.mol^{-1}$.
- La masse molaire de l'étain : $M(Sn) = 118,7 g.mol^{-1}$.

On plonge entièrement la plaque d'acier dans une solution de sulfate d'étain ($Sn_{aq}^{2+} + SO_{4(aq)}^{2-}$) puis on réalise l'électrolyse de cette solution entre une électrode constituée de la plaque d'acier et une électrode de graphite.

1. La plaque d'acier doit-elle être anode ou cathode ? Justifier.
2. On constate un dégagement gazeux de dioxygène au voisinage de l'électrode en graphite. Écrire l'équation modélisant la réaction d'électrolyse.
3. L'électrolyse dure $\Delta t = 10$ min avec un courant d'intensité $I = 5 A$. En déduire la masse d'étain qui s'est déposée sur la plaque d'acier.

Exercice 2 : Synthèse du zinc par électrolyse. (SM 2009 R)

Plus de la moitié de la production mondiale en Zinc se réalise par électrolyse de solution de sulfate de Zinc acidifiée. L'électrolyse est réalisée par utilisation de deux électrodes en graphite. Les deux couples intervenant dans cette électrolyse sont : $Zn_{(aq)}^{2+}/Zn_{(aq)}$ et $O_{2(g)}/H_2O_{(aq)}$. Sur l'un des électrodes se dépose du Zinc métallique, et au voisinage de l'autre électrode se dégage du dioxygène gazeux.

On donne :

- Le Faraday : $1 F = 9,65 \times 10^4 C.mol^{-1}$.
 - La masse molaire de l'étain : $M(Zn) = 65 g.mol^{-1}$.
1. Écrire l'équation modélisant la réaction ayant lieu au voisinage de la cathode et celle ayant lieu au voisinage de l'anode.
 2. En déduire l'équation globale modélisant la réaction de l'électrolyse.
 3. On réalise industriellement cette électrolyse avec un courant d'intensité $I = 8.10^4 A$.
 - 3.1. Calculer la masse m du métal Zinc résultante au bout de la durée de fonctionnement $\Delta t = 24$ h.
 - 3.2. On considère une solution aqueuse de volume $V = 1,0.10^3 L$, contenant des ions $Zn_{(aq)}^{2+}$ de concentration molaire initiale $[Zn_{(aq)}^{2+}]_i = 2,0 mol.L^{-1}$. Calculer la durée $\Delta t'$ nécessaire pour que la concentration molaire effective des ions $Zn_{(aq)}^{2+}$ devienne $[Zn_{(aq)}^{2+}] =$

$0,70 \text{ mol.L}^{-1}$, sachant que l'intensité du courant électrique reste la même $I = 8.10^4 \text{ A}$. On suppose que le volume de la solution reste constant au cours de l'électrolyse.

Exercice 3 : Argenture par électrolyse (SM 2010 R)

L'électrolyse est utilisé pour recouvrir les métaux avec une couche mince d'un autre métal, comme le zingage ou l'argenture... , pour les protéger de la corrosion ou pour améliorer son aspect.

Données :

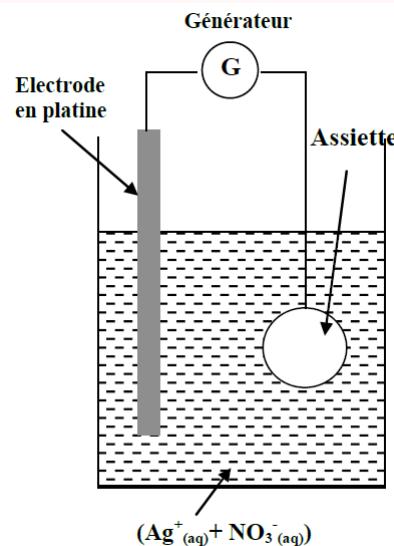
- La masse volumique de l'argent : $\rho = 10,5 \text{ g.cm}^{-3}$;
- La masse molaire de l'argent $M(\text{Ag}) = 108 \text{ g.mol}^{-1}$;
- Le volume molaire dans les conditions de l'expérience $V_M = 25 \text{ L.mol}^{-1}$;
- $1F = 9,65 \cdot 10^4 \text{ C.mol}^{-1}$.

On veut argenter une assiette métallique de surface totale $S = 190,5 \text{ cm}^2$ en couvrant sa surface avec une couche mince d'argent de masse m et d'épaisseur $e = 20 \mu\text{m}$.

Pour atteindre cet objectif, on réalise une électrolyse dont l'assiette constitue l'une des électrodes. Le deuxième électrode est une tige en platine inattaquable dans les conditions de l'expérience.

L'électrolyte utilisé est une solution aqueuse de nitrate d'argent $(\text{Ag}_{(\text{aq})}^+ + \text{NO}_3^-)_{(\text{aq})}$ de volume $V = 200 \text{ mL}$ (voir figure). Seuls les couples $\text{Ag}_{(\text{aq})}^+/\text{Ag}_{(\text{s})}$ et $\text{O}_{2(\text{g})}/\text{H}_2\text{O}_{(\ell)}$ interviennent dans cet électrolyse

1. L'assiette doit être l'anode ou la cathode ?
2. Écrire l'équation bilan de l'électrolyse .
3. Calculer la masse m de la couche d'épaisseur e déposée sur la surface de l'assiette.
4. Quelle est la concentration molaire initiale minimale nécessaire de la solution de nitrate d'argent ?
5. L'électrolyse a lieu pendant une durée $\Delta t = 30,0 \text{ min}$ avec un courant d'intensité constante .
 - 5.1. Dresser le tableau d'avancement de la transformation qui a lieu au niveau de la cathode, et déduire l'expression de l'intensité du courant I en fonction de m , $M(\text{Ag})$, F et Δt . Calculer la valeur de I .
 - 5.2. Calculer le volume $V(O_2)$ du dioxygène formé pendant Δt .



Exercice 4 : Préparation du zinc par électrolyse (SM 2011 R)

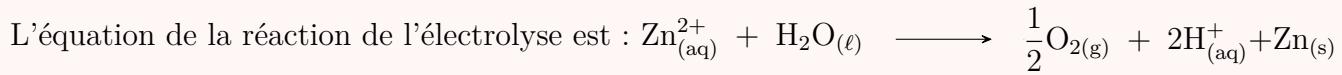
La préparation de certains métaux se fait par l'électrolyse de solution aqueuses qui contiennent les cations de ces métaux.

Plus de 50% de la production mondiale du zinc est obtenue par électrolyse de la solution de sulfate de zinc acidifiée par l'acide sulfurique. Données :

- Masse molaire du zinc : $M(\text{Zn}) = 65,4 \text{ mol.L}^{-1}$;
- Constante de Faraday : $F = 9,65 \times 10^4 \text{ C.mol}^{-1}$
- Volume molaire dans les conditions de l'expérience : $V_m = 24,0 \text{ L.mol}^{-1}$.

La cellule de l'électrolyseur est constituée de deux électrodes et d'une solution de sulfate de zinc acidifiée.

Un générateur électrique appliquant entre les deux électrodes une tension constante permet d'obtenir un courant d'intensité $I = 8,0 \times 10^4 \text{ A}$.



1. Écrire la demie-équation électronique correspondant à la formation du zinc et celle correspondante à la formation du dioxygène.
2. Déterminer, en justifiant la réponse, le pôle du générateur qui est lié à l'électrode au niveau de laquelle se dégage le dioxygène .
3. L'électrolyse commence à l'instant $t_0 = 0$.
A un instant t la charge électrique qui a été transportée dans le circuit est $Q = I.\Delta t$ avec $\Delta t = t - t_0$. On désigne par x l'avancement de la réaction à l'instant t . Montrer que $I = \frac{2.F.x}{\Delta t}$
4. Calculer la masse du zinc formée pendant $\Delta t = 12h$ de fonctionnement de l'électrolyse.

Exercice 5 : Le nickelage d'une lame de fer (SM 2012 R)

On fait déposer une couche métallique sur des métaux tels que le fer , le cuivre, l'acier... pour les protéger contre les corrosions ou les rendre plus résistant ou améliorer leur aspect . L'objectif de cette partie consiste à étudier le recouvrement d'une lame de fer par une couche de nickel à l'aide de l'électrolyse .

Données :

- Masse molaire : $M(Ni) = 58,7\text{mol.L}^{-1}$; $M(O) = 16\text{mol.L}^{-1}$; $M(S) = 32\text{mol.L}^{-1}$
- Constante de Faraday : $F = 9,65 \times 10^4 \text{C.mol}^{-1}$
- Masse volumique : $\mu = 8,9 \times 10^3 \text{kg.m}^{-3}$

On réalise une électrolyse pour recouvrir une lame rectangulaire mince de fer dont l'épaisseur est négligeable, de longueur $L = 10\text{cm}$ et de largeur $l = 5\text{cm}$ par une couche de nickel d'épaisseur e sur chacune des deux faces de la lame.

Pour cela, on immerge totalement la lame de fer et une tige en platine dans un récipient contenant une solution de sulfate de nickel II $(\text{Ni}_{(\text{aq})}^{2+} + \text{SO}_{4(\text{aq})}^{2-})$ de concentration massique $C_m = 11\text{g.L}^{-1}$ et de volume $V = 1,0 \text{ L}$.

On relie le pôle négatif d'un générateur à la lame de fer et son pôle positif à la tige de platine. Un courant électrique d'intensité constante $I=8,0\text{A}$ passe alors dans le circuit. Cet électrolyse dure 25 min.

1. Écrire l'équation de la réaction qui a eu lieu au niveau de la cathode .
2. Calculer la quantité de matière du nickel nécessaire pour ce recouvrement. En déduire la valeur de l'épaisseur e .
3. Quelle est la concentration molaire effective des ions nickel II dans la solution à la fin de ce recouvrement ?

Exercice 6 : Des transformations spontanées aux transformations forcées (SM 2013 N)

Au cours des transformations spontanées , le système chimique évolue vers l'état d'équilibre en produisant de l'énergie électrique ; alors qu'au cours des transformations forcées le système chimique s'éloigne de l'état d'équilibre en consommant de l'énergie qu'il reçoit du milieu extérieur .

Données : $F = 9,65 \times 10^4 \text{C.mol}^{-1}$

Ahmed et Myriam ont réalisé la pile électrique de schémas conventionnel suivant $\ominus\text{Zn}_{(\text{s})}/\text{Zn}_{(\text{aq})}^{2+}//\text{Cu}_{(\text{aq})}^{2+}/\text{Cu}_{(\text{s})}\oplus$ et l'ont montée dans le circuit représenté dans la figure 2 qui comprend un panneau solaire, deux ampèremètres et un interrupteur K.

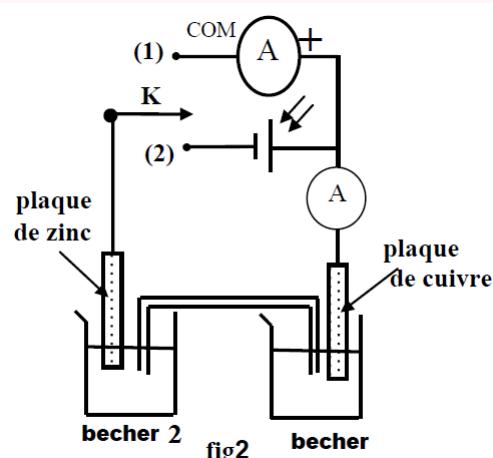
- Le bêcher 1 contient 150 mL d'une solution de sulfate de cuivre $(\text{Cu}_{(\text{aq})}^{2+} + \text{SO}_{4(\text{aq})}^{2-})$ de concen-

tration en ions $\text{Cu}_{(\text{aq})}^{2+}$: $[\text{Cu}_{(\text{aq})}^{2+}]_i = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$.

- Le bêcher 2 contient 150 mL d'une solution de sulfate de zinc ($\text{Zn}_{(\text{aq})}^{2+} + \text{SO}_{4(\text{aq})}^{2-}$) de concentration en ions $\text{Zn}_{(\text{aq})}^{2+}$: $[\text{Zn}_{(\text{aq})}^{2+}]_i = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$.

- La transformation spontanée** A l'instant $t = 0$, Myriam a basculé l'interrupteur K dans la position 1 ; L'ampèremètre indique alors le passage d'un courant d'intensité constante.

- Préciser l'électrode qui joue le rôle de la cathode.
- Calculer la quantité d'électricité Q qui passe dans le circuit pour que la concentration des ions $\text{Cu}_{(\text{aq})}^{2+}$ dans le bêcher 1 soit $[\text{Cu}_{(\text{aq})}^{2+}] = 2,5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$



- La transformation forcée**

Lorsque la concentration des ions $\text{Cu}_{(\text{aq})}^{2+}$ est devenue $[\text{Cu}_{(\text{aq})}^{2+}] = 2,5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$, Ahmed a basculé à l'instant $t = 0$ l'interrupteur K dans la position 2 pour recharger la pile ;

Il constate que le panneau solaire fait passer dans le circuit un courant électrique continu d'intensité constante $I = 15,0 \text{ mA}$.

- Indiquer l'électrode qui joue le rôle de la cathode.
- Écrire l'équation bilan de la réaction qui a lieu.
- Calculer la durée Δt nécessaire pour que la concentration des ions $\text{Zn}_{(\text{aq})}^{2+}$ devienne : $[\text{Zn}_{(\text{aq})}^{2+}]_{\Delta t} = 5,0 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$.

Exercice 7 : préparation d'un métal par électrolyse (SM 2014 N)

Certains métaux sont préparés par électrolyse d'une solution aqueuse contenant leurs cations. Plus de 50% de la production mondiale de zinc est obtenue par électrolyse d'une solution de sulfate de zinc acidifié par l'acide sulfurique.

On observe un dépôt métallique sur l'une des électrodes et le dégagement d'un gaz sur l'autre électrode.

Données :

- Masse molaire du zinc : $M(\text{Zn}) = 65,4 \text{ mol.L}^{-1}$;
- Constante de Faraday : $F = 9,65 \times 10^4 \text{ C.mol}^{-1}$
- Volume molaire dans les conditions de l'expérience : $V_m = 24,0 \text{ L.mol}^{-1}$.
- Les couples oxydant /réducteur : $\text{Zn}_{(\text{aq})}^{2+}/\text{Zn}_{(\text{s})}$; $\text{H}_{(\text{aq})}^{+}/\text{H}_{2(\text{g})}$; $\text{O}_{2(\text{g})}/\text{H}_2\text{O}_{(\ell)}$;
- Les ions sulfates ne participent pas aux réactions chimiques.

- Étude de la transformation chimique :**

- Écrire les équations des réactions susceptibles de se produire sur l'anode et sur la cathode.
- L'équation de la réaction d'électrolyse s'écrit sous la forme :



Trouver la relation entre la quantité d'électricité Q circulant dans le circuit et l'avancement x de la réaction d'électrolyse à un instant t.

- Exploitation de la transformation chimique.**

L'électrolyse a lieu sous une tension de 3,5V, avec un courant d'intensité constante $I = 80 \text{ kA}$. Après 48h de fonctionnement, on obtient dans la cellule un dépôt de zinc de masse m.

2.1. Calculer la masse m.

2.2. A l'autre électrode, on récupère un volume V de dioxygène, sachant que le rendement de la réaction qui produit le dioxygène est $r=80\%$. Calculer le volume V.

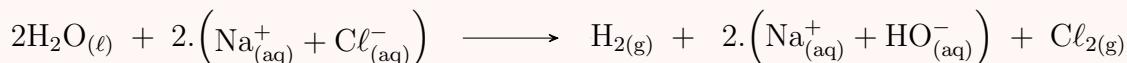
Exercice 8 : Synthèse industrielle du dichlore gazeux (SM 2015 R)

Le gaz dichlore est utilisé dans la synthèse de plusieurs substances chimiques. On peut le synthétiser industriellement par électrolyse d'une solution aqueuse concentrée de chlorure de sodium $\text{Na}_{(\text{aq})}^+ + \text{Cl}_{(\text{aq})}^-$ en utilisant deux électrodes spéciales.

Données :

- Constante de Faraday : $F = 9,65 \times 10^4 \text{ C.mol}^{-1}$
- Volume molaire dans les conditions de l'expérience : $V_m = 24,0 \text{ L.mol}^{-1}$.
- Les couples ox / red : $\text{Cl}_{(\text{aq})}^-/\text{Cl}_{(\text{g})}$; $\text{H}_2\text{O}_{(\ell)}/\text{H}_{2(\text{g})}$; $\text{O}_{2(\text{g})}/\text{H}_2\text{O}_{(\ell)}$;

L'équation globale modélisant cette transformation s'écrit comme suit :



1. Ecrire l'équation de la réaction qui se produit à la cathode. Expliquer comment varie le pH de la solution à proximité de cette électrode.
2. La cellule de cette électrolyse fonctionne pendant une durée $\Delta t = 10\text{h}$ avec un courant d'intensité $I = 50\text{kA}$. Déterminer le volume de dichlore produit pendant cette durée.

Exercice 9 : Electrolyse d'une solution aqueuse de nitrate d'argent (SM 2016 N)

On effectue l'électrolyse d'une solution aqueuse de nitrate d'argent $\left(\text{Ag}_{(\text{aq})}^+ + \text{NO}_{3(\text{aq})}^-\right)$ acidifiée par une solution aqueuse d'acide nitrique $\left(\text{H}_3\text{O}_{(\text{aq})}^+ + \text{NO}_{3(\text{aq})}^-\right)$ en utilisant deux électrodes en graphite. Le volume du mélange dans l'électrolyseur est $V = 400\text{mL}$.

Données :

- Les deux couples Ox/red intervenant dans cette réaction sont : $\text{Ag}_{(\text{aq})}^+/\text{Ag}_{(\text{s})}$; $\text{O}_{2(\text{g})}/\text{H}_2\text{O}_{(\ell)}$
- Constante de Faraday : $F = 9,65 \times 10^4 \text{ C.mol}^{-1}$

On mesure le pH du mélange avant la fermeture du circuit et on trouve $pH_0 = 3$, puis on ferme le circuit à un instant choisi comme origine des dates ($t = 0$). Un courant électrique d'intensité constante $I = 2,66 \times 10^2 \text{ mA}$ circule alors dans le circuit.

L'équation bilan de la réaction est : $4.\text{Ag}_{(\text{aq})}^+ + 6.\text{H}_2\text{O}_{(\ell)} \longrightarrow \text{O}_{2(\text{g})} + 4.\text{H}_3\text{O}_{(\text{aq})}^+ + 4.\text{Ag}_{(\text{s})}$

1. Écrire l'équation de la réaction qui se produit à l'anode.
2. A l'aide du tableau d'avancement de la réaction, montrer que l'expression de l'avancement x de la réaction à un instant t est : $x = \frac{V}{4} \cdot (10^{-pH_t} - 10^{-pH_0})$ où pH_t représente la valeur du pH du mélange à cet instant .
3. Déterminer l'instant t_1 où le pH du mélange prend la valeur $pH_1 = 1,5$.

Exercice 10 : Électrolyse de l'eau (SM 2018 N)

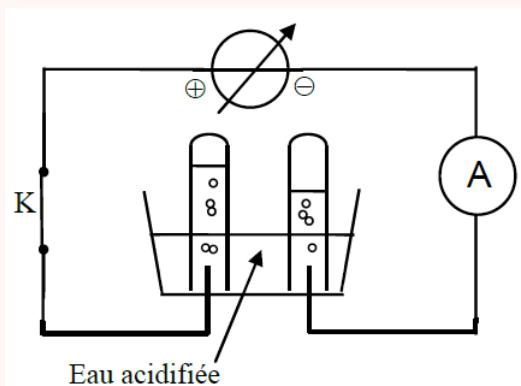
On introduit un volume d'eau acidifiée dans un électrolyseur. On surmonte chaque électrode en graphite d'un tube à essai, rempli d'eau, destiné à récupérer le gaz formé, puis on réalise le montage

représenté sur le schéma ci-dessous.

Après la fermeture de l'interrupteur K, on ajuste l'intensité du courant électrique sur la valeur $I = 0,2\text{A}$. On prend cet instant comme origine des dates ($t = 0$).

Données :

- Les couples Ox/Red qui participent à l'électrolyse sont : $\text{O}_{2(\text{g})}/\text{H}_2\text{O}_{(\ell)}$, $\text{H}_{(\text{aq})}^+/\text{H}_{2(\text{g})}$
- Volume molaire dans les conditions de l'expérience : $V_m = 24,0 \text{L}\cdot\text{mol}^{-1}$.
- $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{mol}^{-1}$; $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{C}$.



1. Parmi les affirmations suivantes combien y en a t-il d'exactes ?
 - (a) L'anode est l'électrode liée au pôle positif du générateur.
 - (b) Une transformation forcée s'effectue dans le sens inverse d'une transformation spontanée.
 - (c) Au cours du fonctionnement d'un électrolyseur, il se produit une réduction à l'anode.
 - (d) Le courant électrique sort de l'électrolyseur par la cathode.
2. Écrire l'équation de la réaction qui se produit au niveau de l'anode.
3. Trouver l'expression du volume de dioxygène formé à un instant t , en fonction de I , V_m , N_A , e et t .
Calculer sa valeur à l'instant $t = 8\text{min}$.

Exercice 11 : Électrolyse d'une solution d'acide chlorhydrique (SM 2019 N)

On réalise l'électrolyse d'une solution aqueuse d'acide chloridrique $\text{H}_3\text{O}_{(\text{aq})}^+ + \text{Cl}_{(\text{aq})}^-$ de volume $V_0 = 500\text{mL}$ et de concentration molaire $C_0 = 5 \times 10^{-2} \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$. Pour cela on utilise deux électrodes en carbone graphite reliées à un générateur de tension. On observe un dégagement de dihydrogène au niveau d'une électrode et de dichlore au niveau de l'autre électrode.

Données :

- Les couples Ox/Red intervenant dans cet électrolyse sont : $\text{Cl}_{2(\text{g})}/\text{Cl}_{(\text{aq})}^-$, $\text{H}_{(\text{aq})}^+/\text{H}_{2(\text{g})}$,
 - Constante de Faraday : $F = 9,65 \times 10^4 \text{C}\cdot\text{mol}^{-1}$
1. Écrire l'équation de la réaction qui se produit au niveau de l'anode.
 2. Écrire l'équation bilan de la réaction de cette électrolyse.
 3. A partir de l'instant $t=0$, un courant électrique d'intensité constante $I = 0,50\text{A}$ circule dans le circuit de l'électrolyse.
Trouver la valeur du pH de la solution à l'instant $t = 30\text{min}$.

Huitième partie

Méthodes de contrôle de l'évolution des systèmes chimiques

Les réactions d'estérification et d'hydrolyse

Exercice 1 : Préparation du gout d'ananas (SM 2009 N)

Plusieurs fruits contiennent des esters à gout distingué. Par exemple le gout d'ananas est dû au bu-

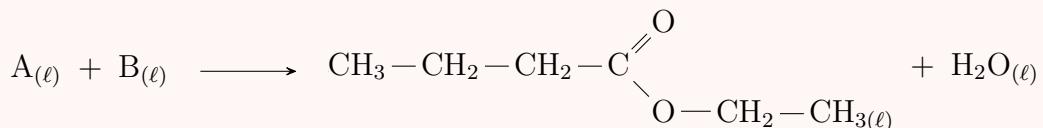
tanoate d'éthyle, qui est un ester de formule développée : $\text{CH}_3-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\overset{\text{O}}{\underset{\text{O}-\text{CH}_2-\text{CH}_{3(\ell)}}{\text{C}}}$

Pour satisfaire les besoins de l'industrie alimentaire en cet ester, on utilise un ester identique à l'ester naturel extrait de l'ananas, mais synthétisé plus facilement et moins chère.

On donne :

- Masses molaires : $M(O) = 16 \text{ g.mol}^{-1}$, $M(C) = 12 \text{ g.mol}^{-1}$, $M(H) = 1 \text{ g.mol}^{-1}$.

1. On obtient le butanoate d'éthyle par réaction entre un acide carboxylique (A) avec un alcool (B) en présence d'acide sulfurique, selon l'équation suivante :



1.1. Citer les caractéristiques de cette réaction.

1.2. Donner la formule semi-développée de l'acide carboxylique (A) et l'alcool (B).

2. On chauffe par reflux, un mélange équimolaire contenant $n_0 = 0,30 \text{ mol}$ d'acide (A) et $n_0 = 0,30 \text{ mol}$ d'alcool (B), en présence d'acide sulfurique. On obtient à l'équilibre 23,2 g de butanoate d'éthyle.

2.1. Trouver, à l'aide du tableau d'avancement :

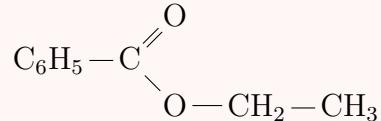
2.1.1. La constante d'équilibre K associée à la réaction étudiée.

2.1.2. La valeur du rendement r de cette réaction.

- 2.2. On réalise la même transformation, en utilisant n mol d'acide carboxylique (A), et $n_0 = 0,30 \text{ mol}$ d'alcool (B). Calculer la quantité de matière n pour obtenir un rendement $r' = 80\%$.

Exercice 2 : synthèse d'un ester (SM 2011 N)

Pour réaliser la synthèse d'un ester à partir de l'acide carboxylique RCOOH , le technicien du laboratoire a chauffé un mélange constitué de $8,2 \times 10^{-3} \text{ mol}$ de l'acide carboxylique et $1,7 \times 10^{-2} \text{ mol}$ d'éthanol $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$, alors il a obtenu un ester de formule semi-développée :



A la fin de la réaction, il a refroidit le mélange réactionnel, et puis il a dosé l'acide carboxylique RCOOH restant et il a trouvé $n_r = 2,4 \times 10^{-3} \text{ mol}$.

1. Déterminer la formule semi-développée de l'acide carboxylique RCOOH .

2. Déterminer la quantité de matière de l'ester formé à la fin de la réaction.
3. Calculer le rendement de cette synthèse.

Exercice 3 : Étude de l'hydrolyse d'un ester (SM 2010 N)

Deux composés organiques (A) éthanoate 3-méthylbutyl et (B) butanoate de propyl ont la même formule brute $C_7H_{14}O_2$ et possèdent le même groupe caractéristique, mais ils n'ont pas la même formule semi-développée.

Formule semi-développée du composé (A)	Formule semi-développée du composé (B)
$ \begin{array}{c} \text{O} \\ \\ \text{C} \\ \backslash \quad / \\ \text{CH}_3 \quad \text{O} \\ \backslash \quad / \\ \text{CH}_2 \quad \text{CH}_2 \\ \backslash \quad / \\ \text{CH}_3 \quad \text{CH} \\ \backslash \quad / \\ \text{CH}_3 \quad \text{CH}_3 \end{array} $	$ \begin{array}{c} \text{O} \\ \\ \text{C} \\ \backslash \quad / \\ \text{CH}_2 \quad \text{O} \\ \backslash \quad / \\ \text{CH}_3 \quad \text{CH}_2 \\ \backslash \quad / \\ \text{CH}_3 \quad \text{CH}_3 \end{array} $

Le composé (A) possède un goût et une odeur de banane, il est utilisé comme composé additif dans l'industrie alimentaire, le composé (B) est utilisé dans l'industrie des parfums.

Données :

- Masses molaires moléculaires : $M(A) = M(B) = 130 \text{ g.mol}^{-1}$; $M(H_2O) = 18,0 \text{ g.mol}^{-1}$,
- Masse volumique de l'eau : $\rho(H_2O) = 1,00 \text{ g.mL}^{-1}$
- Masse volumique du composé A : $\rho(A) = 0,87 \text{ g.mL}^{-1}$
- Constante d'acidité du couple CH_3COOH/CH_3COO^- à 25°C : $K_A = 1,80 \times 10^{-5}$.
- Produit ionique de l'eau à 25°C : $K_e = 10^{-14}$.

I. Groupement fonctionnel

1. Donner le groupe caractéristique commun aux deux composés (A) et (B).
2. Donner la formule semi-développée de l'acide et de l'alcool qui donnent par réaction chimique le composé (A).

II. Étude de l'hydrolyse du composé (A)

On dissout 30 mL de l'éthanoate 3-méthylbutyle dans un volume d'eau pour obtenir un mélange réactionnel de volume 100 mL.

On répartit 50 mL de ce mélange dans 10 bêchers de telle sorte que chaque bêcher contient 5 mL du mélange réactionnel et on garde 50 mL de ce mélange dans un ballon.

A l'instant $t = 0$ on place les dix bêchers et le ballon dans un bain marie de température constante θ .

A un instant t , on fait sortir un bêcher du bain marie et on le place dans de l'eau glacée, et on dose la quantité de matière n de l'acide formé par une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium de concentration C_B .

On réalise ce dosage en présence d'un indicateur coloré convenable.

On répète la même opération pour les autres bêchers à des instants différents.

On désigne par V_{BE} le volume de la solution d'hydroxyde de sodium correspondant à l'équivalence.

Les résultats de ce dosage permettent d'obtenir la courbe de l'évolution de la quantité de matière n_T de l'acide formé dans le ballon en fonction du temps $n_T = f(t)$, figure(1).

II.1. Réaction du dosage

- II.1.1. Écrire l'équation de la réaction du dosage.
- II.1.2. Exprimer la constante d'équilibre K associé à l'équation du dosage en fonction de la constante d'acidité K_A du couple CH_3COOH/CH_3COO^- et la constante K_e . Calculer la valeur de K.

II.1.3. On considère que la réaction du dosage est totale.

Exprimer la quantité de matière n de l'acide contenu dans le bêcher à un instant t en fonction de C_B et V_{BE} .

En déduire en fonction de C_B et V_{BE} la quantité de matière n_T de l'acide formé dans le ballon au même instant t et à la même température θ .

II.2. Réaction d'hydrolyse

II.2.1. Donner les caractéristiques de la réaction d'hydrolyse.

II.2.2. Calculer les quantités de matière $n_i(A)$ du composé (A) et $n_i(H_2O)$ de l'eau contenues dans le ballon avant le début de la réaction.

II.2.3. En déduire, à l'équilibre, la valeur du taux d'avancement final τ de la réaction hydrolyse.

II.2.4. La droite (T) représente la tangente à la courbe $n_T = f(t)$ à l'instant $t = 0$, figure (1).

Déterminer la valeur de la vitesse volumique de la réaction qui a lieu dans le ballon à $t = 0$.

II.2.5. Expliquer comment évolue la vitesse volumique de la réaction au cours du temps.

Quel est le facteur cinétique responsable de cette évolution ?

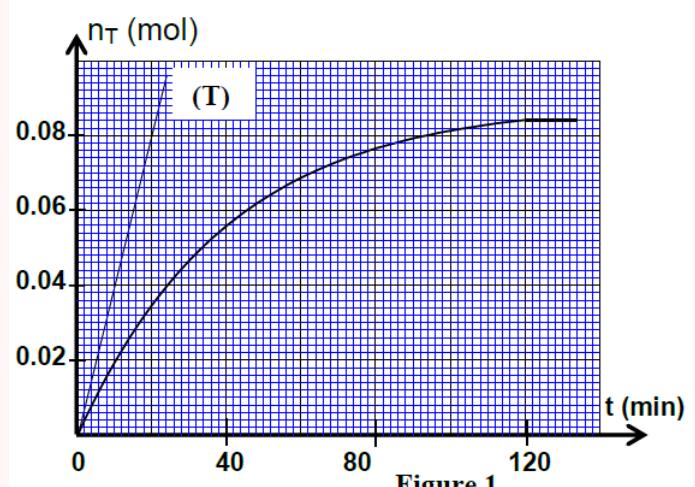


Figure 1

Exercice 4 : Réaction d'estérification (SM 2011 R)

La formule semi-développée d'un ester est $R-C(=O)-O-R'$: dont le groupement R peut être une chaîne carbonée ou un atome d'hydrogène, par contre le groupement R' est forcément une chaîne carbonée.

Pour étudier la réaction d'estérification, on réalise dans une fiole jaugée un mélange formé de 0,50 mol d'acide éthanoïque CH_3COOH et 0,50 mol de butane-2-ol et quelques gouttes d'acide sulfurique. Le volume total du mélange est $V = 100 \text{ mL}$.

Après avoir agité le mélange on le partage en quantités égales dans 10 tubes à essais numérotés de 1 à 10 et on les scelle puis on les met à $t=0$ dans un bain marie de température constante 60°C .

Données :

- Densité de l'alcool utilisé : $d = 0,79$;
- La masse volumique de l'eau : $\rho_e = 1,0 \text{ g.cm}^{-3}$;
- La masse molaire de l'alcool : $M(al) = 74,0 \text{ g.mol}^{-1}$;
- La masse molaire de l'acide : $M(ac) = 60,0 \text{ g.mol}^{-1}$;
- La constante pK_A du couple CH_3COOH/CH_3COO^- à 25°C : $pK_A = 4,8$;
- Le produit ionique de l'eau à 25°C : $pK_e = 14$.

1. Réaction d'estérification

- 1.1. En utilisant les formules semi-développées, écrire l'équation de la réaction d'estérification qui se produit dans un tube à essai et donner le nom de l'ester formé.
- 1.2. Calculer le volume de l'alcool et la masse de l'acide qui ont été mélangés dans la fiole jaugée.

- 1.3. Dresser le tableau d'avancement de la réaction qui a lieu dans chaque tube à essai et exprimer la quantité de matière de l'ester formé $n(\text{ester})_t$ à un instant donné t en fonction de la quantité de matière d'acide restant $n(ac)_r$

2. Dosage de l'acide restant

Pour doser l'acide restant à un instant t , dans le tube à essai numéro 1 on le verse dans un erlenmeyer jaugé puis on le dilue en ajoutant de l'eau distillée froide jusqu'à obtenir un mélange (S) de volume 100mL.

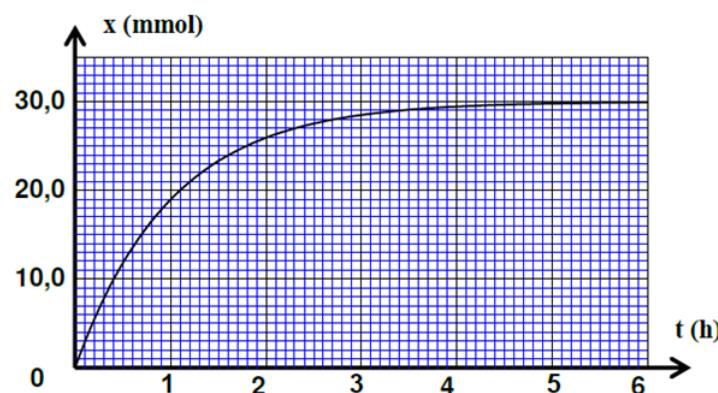
On prend 10mL du mélange (S) et on le verse dans un bêcher et on le dose avec une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $C_b = 1,0 \text{ mol.L}^{-1}$. (on ne tient pas compte, lors du dosage, des ions H_3O^+ provenant de l'acide sulfurique)

- 2.1. Ecrire l'équation de la réaction du dosage .
- 2.2. Donner l'expression de la constante d'acidité K_A du couple $\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{COO}^-$ en fonction des concentrations .
- 2.3. Déduire la constante d'équilibre K associée à l'équation de la réaction du dosage et calculer sa valeur à 25°C .
- 2.4. Le volume de la solution d'hydroxyde de sodium nécessaire pour obtenir l'équivalence est $V_b = 4,0 \text{ mL}$.

Déduire la quantité de matière d'ester formé dans le tube à essais numéro 1.

3. Sens d'évolution du système chimique

Le dosage de l'acide restant dans les tubes précédents à différents instant a permis de tracer la courbe $x = f(t)$ dont x est l'avancement de la réaction d'estéification , à un instant t , dans un tube à essai . (figure 1)



- 3.1. calculer la constante d'équilibre K' associée à la réaction d'estéification.
- 3.2. calculer la quantité de matière d'acide éthanoïque na qu'il faut ajouter à un tube à essai dans les mêmes conditions expérimentales précédentes pour que le rendement final de la synthèse de l'ester à la fin de la réaction soit $r = 90\%$.

Exercice 5 : (SM 2012 R)

Les fruits contiennent des espèces chimiques organiques ayant un arôme caractéristique des esters . On peut préparer un ester de formule brute $C_nH_{2n}O_2$ à partir d'un acide carboxylique $C_xH_{2x}O_2$ et d'un alcool $C_yH_{(2y+2)}O$. Dans des conditions précises on peut regénérer ces deux composés par l'hydrolyse de l'ester.

L'objectif de cette partie est la détermination de la formule semi développée d'un ester E à partir de l'étude de l'hydrolyse de l'ester.

Données :

- Le produit ionique de l'eau à 25°C : $K_e = 1,0 \times 10^{-14}$.
- La masse molaire de l'eau : $M(H_2O) = 18 \text{ g.mol}^{-1}$.
- La densité de l'ester E par rapport à l'eau : $d = 0,9$.
- La masse volumique de l'eau : $\rho_e = 1 \text{ g.mL}^{-1}$.

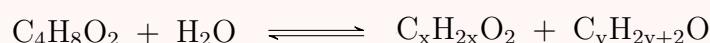
— les masses molaires atomiques : $M(H)=1 \text{ g.mol}^{-1}$; $M(C)=12 \text{ g.mol}^{-1}$; $M(O)=16 \text{ g.mol}^{-1}$;

Pour étudier l'hydrolyse d'un ester E à l'état liquide, de formule brute $C_4H_8O_2$, on réalise l'expérience suivante :

On répartit à égalité la quantité de matière $n_1 = 0,05 \text{ mol}$ de l'ester E dans dix tubes à essai et on ajoute dans chaque tube à essai une quantité d'eau froide et une goutte d'acide sulfurique concentré de telle façon que chaque tube à essai contient $V_1 = 5 \text{ mL}$ du mélange.

On met dans un bêcher $n_2 = n_1 = 0,05 \text{ mol}$ de l'ester E et une quantité d'eau froide et quelques gouttes d'acide sulfurique concentré pour avoir dans le bêcher le volume $V_2 = 50 \text{ mL}$ du mélange. A l'instant $t = 0$, on place les tubes à essai et le bêcher dans un bain marie maintenu à une température constante $\theta = 80^\circ\text{C}$

On modélise la transformation de l'hydrolyse de l'ester E par une réaction chimique dont l'équation est :



1. On fait sortir un des tubes à essai à une date t et on le met dans de l'eau glacée, puis on dose l'acide formé dans le tube à essai à l'aide d'une solution S d'hydroxyde de sodium de concentration molaire $C_B = 5,0 \times 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$ en présence d'un indicateur coloré convenable. La constante d'équilibre associée à l'équation de la réaction du dosage de l'acide produit par l'hydrolyse de l'ester E vaut $K = 1,6 \times 10^9$ à 25°C .

- 1.1. - Écrire l'équation de la réaction du dosage.
- 1.2. Calculer la constante d'acidité K_A du couple $C_xH_{2x}O_2/C_xH_{2x-1}O_2^-$ à 25°C .
- 1.3. Préciser parmi les indicateurs colorés suivants l'indicateur coloré convenable à ce dosage. Justifier la réponse.

Indicateur coloré	Zone de virage
Héliantine	4,4 - 3,1
Rouge de méthyle	6,2 - 4,4
Phénolphthaleïne	10 - 8,2

2. Les résultats obtenus à l'aide du dosage permettent de tracer la courbe représentée dans la figure ci-contre traduisant la variation de la quantité de matière n_E de l'ester restant dans un tube à essai en fonction du temps.

La droite (T) représente la tangente à la courbe à l'instant $t = 50 \text{ min}$.

- 2.1. Calculer la constante d'équilibre K' associée à l'équation de la réaction de l'hydrolyse de l'ester E.

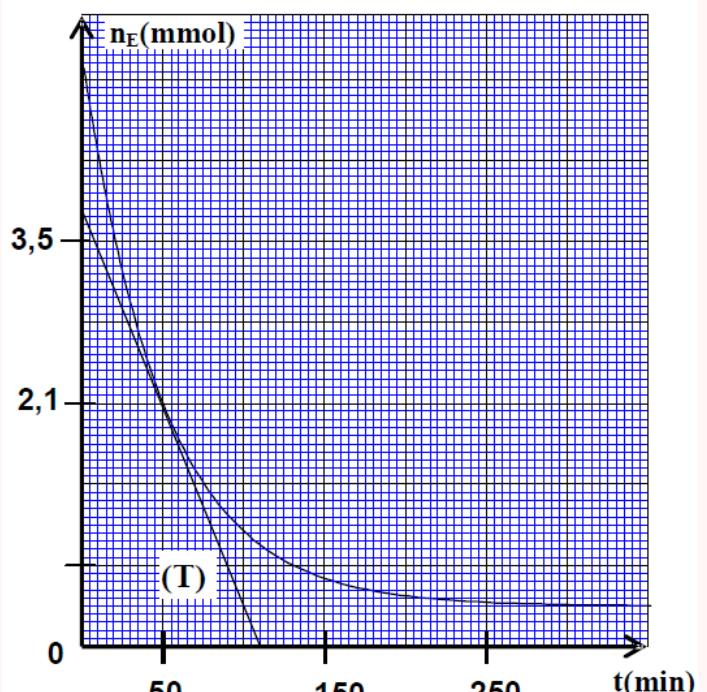
- 2.2. Calculer le rendement de la réaction de l'hydrolyse de l'ester E.

- 2.3. Exprimer la vitesse volumique v de la réaction d'hydrolyse dans le

tube à essai en fonction de V_1 et $\frac{dn_E}{dt}$ calculer la vitesse de réaction pour $t = 50 \text{ min}$ et $t = 300 \text{ min}$.

- 2.4. Choisir la bonne réponse et justifier :

La vitesse volumique de la réaction d'hydrolyse de l'ester dans le bêcher à la date $t = 50 \text{ min}$ est :



- a– Supérieure à la vitesse volumique v de la réaction de l'hydrolyse de l'ester E dans le tube à essai à la date 50min ;
- b– inférieure à la vitesse volumique v de la réaction de l'hydrolyse de l'ester E dans le tube à essai à la date 50min ;
- c– égale à la vitesse volumique v de la réaction de l'hydrolyse de l'ester E dans le tube à essai à la date 50min ;
- 2.5. A la fin de la réaction de l'hydrolyse de l'ester E, et après avoir refroidit le mélange obtenu dans le bêcher, on extrait l'alcool formé dont la masse est $m=2,139$ g.
Déterminer la formule semi développée de l'ester E .

Exercice 6 : De la tran. chimique non totale à la tr. totale (SM 2013 N)

Les transformations chimiques peuvent être totales ou non totales .Les chimistes utilisent plusieurs méthodes pour suivre quantitativement les transformations chimiques au cours du temps et les contrôler pour augmenter leur rendement ou diminuer leur vitesse pour limiter leurs effets.

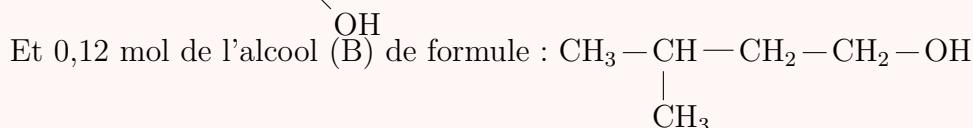
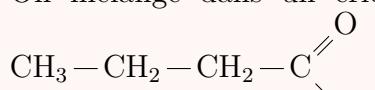
Parfois le chimiste change l'un des réactifs pour obtenir le même produit avec plus d'efficacité.

Données

Le composé organique	Masse molaire ($g.mol^{-1}$)	Masse volumique ($g.mL^{-1}$)
L'acide (A)	$M(A) = 88,0$	$\rho(A) = 0,956$
L'alcool (B)	$M(B) = 88,0$	$\rho(B) = 0,810$
Anhydride butanoïque (AN)	$M(AN) = 158,0$	$\rho(AN) = 0,966$

1. suivi temporel d'une transformation chimique

On mélange dans un erlenmeyer un volume $V_A = 11$ mL de l'acide (A) de formule :



On ajoute au mélange quelques gouttes d'acide sulfurique concentré et quelques pierres ponces. Après chauffage, il se forme un composé (E) de masse molaire $M(E) = 158g.mol^{-1}$

Le graphe $x = f(t)$ donne l'évolution de l'avancement x de la réaction en fonction du temps t , (fig 1).

La droite (Δ) représente la tangente à la courbe $x = f(t)$ à l'instant $t = 0$

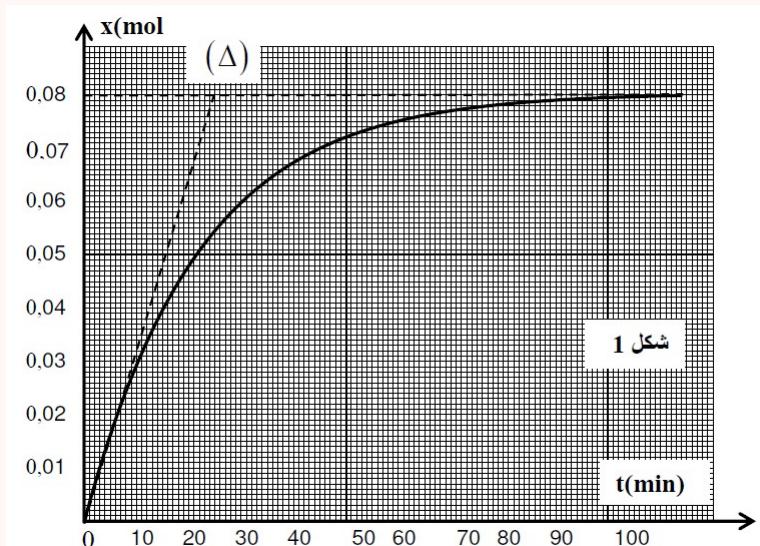
1.1. Déterminer l'avancement final de la réaction,

1.2. Donner la définition du temps de demi-réaction et déterminer sa valeur.

1.3. Calculer graphiquement la valeur de la vitesse volumique $v(0)$ à l'instant $t = 0$.

2. Rendement de la réaction

2.1. Écrire, en utilisant les formules semi-développées, l'équation de la synthèse du composé (E) à partir de l'acide (A) et l'alcool (B) et donner le nom du composé (E) suivant la nomenclature officielle.



- 2.2. Calculer la quantité de matière initiale de l'acide (A) .
- 2.3. Calculer la valeur de la constante d'équilibre K associée à l'équation de synthèse du composé (E).
- 2.4. On mélange 0,12mol de l'acide (A) et 0,24mol de l'alcool (B) :
 - a- calculer l'avancement finale de la réaction qui a lieu.
 - b- calculer le rendement de la réaction.

3. Contrôle de l'évolution du système chimique

On peut améliorer également le rendement de la réaction précédente en remplaçant l'acide (A) par l'anhydride butanoïque (AN).

On mélange un volume $V_B = 13mL$ de l'alcool(B) et un volume $V_{AN} = 14mL$ de l'anhydride butanoïque, On obtient une masse m(E) du composé (E).

- 3.1. Écrire l'équation de la réaction dans ce cas en utilisant les formules semi-développées.
- 3.2. Calculer la masse m(E) .

Exercice 7 : Synthèse d'un ester (SM 2015 N)

L'acide éthanoïque est utilisé dans la synthèse de plusieurs substances organiques, telle que l'huile de jasmin (l'éthanoate de benzyle) qui est utilisée dans la synthèse des parfums ; cet ester peut être préparé au laboratoire à partir de la réaction entre l'acide éthanoïque $\text{CH}_3 - \text{COOH}$ et l'alcool benzylique $\text{C}_6\text{H}_5 - \text{CH}_2 - \text{OH}$.

On se propose d'étudier dans cette première partie le dosage d'une solution aqueuse d'acide éthanoïque par une solution basique et la réaction de cet acide avec l'alcool benzylique.

Données :

-Toutes les mesures sont effectuées à 25°C.

Composé organique	Masse molaire en ($\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)
L'acide éthanoïque	60
L'alcool benzylique	108
L'éthanoate de benzyle	150

On prépare un mélange constitué d'une quantité d'acide éthanoïque de masse ac $m = 6\text{g}$ et d'une quantité d'alcool benzylique $\text{C}_6\text{H}_5 - \text{CH}_2 - \text{OH}$ de masse $m_{al} = 10,80\text{g}$.

Après avoir ajouté quelques gouttes d'acide sulfurique concentré et quelques grains de pierre ponce, on chauffe à reflux le mélange. On obtient à la fin de la réaction une quantité d'éthanoate de benzyle de masse $m = 9,75\text{g}$.

1. Écrire l'équation chimique modélisant la réaction d'estéification.
2. Calculer le rendement r_1 de la réaction d'estéification.
3. On refait l'expérience, dans les mêmes conditions expérimentales précédentes, en utilisant ac $n_{ac} = 0,10\text{mol}$ d'acide éthanoïque et $n_{al} = 0,20\text{mol}$ d'alcool benzylique . Trouver dans ce cas le rendement r_2 de la réaction d'estéification.
4. Que pouvez-vous déduire en comparant r_1 et r_2 ?

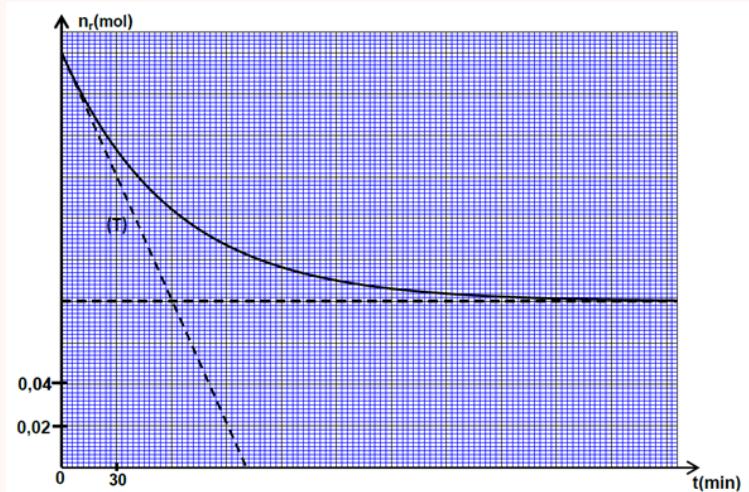
Exercice 8 : Synthèse d'un ester (SM 2015 R)

On introduit dans un erlenmeyer, maintenu dans la glace, $n_1 = 0,2\text{mol}$ d'acide éthanoïque et $n_2 = 0,2\text{mol}$ de menthol et quelques gouttes d'acide sulfurique concentré. Le mélange ainsi obtenu a un volume $V = 46\text{mL}$.

On répartit à volumes égaux le mélange dans des tubes à essais, qu'on scelle hermétiquement. On plonge simultanément les tubes dans un bain marie à la température θ et on déclenche le chronomètre.

A intervalles de temps réguliers, on ressort un tube à essai du bain marie et on le place dans de l'eau glacée puis on dose l'acide restant par une solution d'hydroxyde de sodium $\text{Na}_{(\text{aq})}^+ + \text{HO}_{(\text{aq})}^-$. Les résultats obtenus permettent de tracer la courbe d'évolution de la quantité de matière de l'acide éthanoïque restant dans l'rlenmeyer en fonction du temps : $n_r = f(t)$. La droite (T) représente la tangente à la courbe à $t = 0$. (figure).

1. Quel est le rôle de l'acide sulfurique et de l'eau glacée dans cette réaction ?
2. Ecrire l'équation chimique modélisant la réaction de l'acide éthanoïque restant avec la solution d'hydroxyde de sodium.
3. Choisir la réponse juste parmi les propositions suivantes :
 - (a) L'élévation de la température conduit à l'augmentation du rendement de la réaction d'estérification.
 - (b) Sous une température donnée, la vitesse volumique de la réaction d'estérification diminue avec le temps.
 - (c) La constante d'équilibre dépend de la composition initiale du mélange réactionnel.
 - (d) L'estérification est une réaction rapide et totale.
4. Ecrire l'équation chimique modélisant la réaction d'estérification (On symbolise le menthol par R-OH).
5. Déterminer en $\text{mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$ la valeur de la vitesse volumique de la réaction à l'instant $t=0$.
6. Déterminer la valeur de $t_{1/2}$ le temps de demi-réaction.
7. Calculer le rendement de la réaction d'estérification.
8. On refait l'expérience précédente, dans les mêmes conditions expérimentales, en utilisant un mélange contenant $n_{ac} = 0,3\text{ mol}$ d'acide éthanoïque et $n_{al} = 0,2\text{ mol}$ de menthol. Déterminer, à l'équilibre, les quantités de matière de l'ester formé et de l'acide éthanoïque restant dans le mélange.



Exercice 9 :Synthèse d'un ester (SM 2016 R)

Données :

- La masse volumique du méthanol : $\rho = 0,8\text{ g.mL}^{-1}$,
- La masse molaire du méthanol : $M(\text{CH}_3\text{OH}) = 32\text{ g.mol}^{-1}$,
- La masse molaire de l'acide benzoïque : $M(\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}) = 122\text{ g.mol}^{-1}$.

Pour synthétiser un ester, on mélange dans un erlenmeyer une quantité d'acide benzoïque $\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}$ de masse $m = 12,2\text{ g}$ et un volume $V = 8\text{ mL}$ de méthanol CH_3OH .

On ajoute au mélange quelques gouttes d'acide sulfurique concentré et quelques grains de pierre ponce. On chauffe le mélange à reflux à une température θ .

1. Justifier le choix du chauffage à reflux .
2. Ecrire l'équation modélisant la réaction qui se produit .
3. La courbe de la figure 2 représente l'évolution de la quantité de matière d'ester formé Au cours du temps.

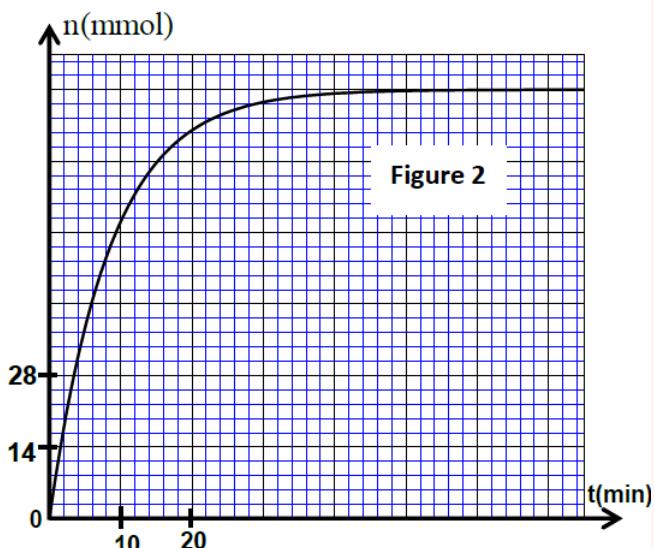
3.1. Choisir la proposition juste parmi les propositions suivantes :

La vitesse volumique de la réaction d'estérification :

- a) Est nulle au début de la réaction.
- b) Est maximale à l'équilibre.
- c) Est maximale au début de la réaction.
- d) Diminue si la concentration de l'un des réactifs augmente.
- e) Diminue si on ajoute un catalyseur au mélange réactionnel.

3.2. Définir le temps de demi-réaction et déterminer sa valeur.

4. Déterminer le rendement de cette réaction.



Exercice 10 : Préparation d'un ester (SM 2017 N)

Les esters sont des substances organiques, caractérisés par des arômes spécifiques. Ils sont utilisés dans l'industrie agroalimentaire, pharmaceutique... Ils peuvent être extraits de certaines substances naturelles comme ils peuvent être synthétisés aux laboratoires.

On étudie dans cette partie la réaction de l'acide méthanoïque avec le propan -1-ol $\text{C}_3\text{H}_7\text{OH}$.

On donne la masse molaire : $M(\text{HCOOH}) = 46 \text{ g.mol}^{-1}$.

En chauffant, à reflux, à une température constante, un mélange (S) contenant $n = 0,2 \text{ mol}$ d'acide méthanoïque et $n = 0,2 \text{ mol}$ de propan-1-ol , on obtient un composé organique et de l'eau. On choisit l'instant du début de la réaction comme origine des dates ($t = 0$).

1. Choisir la proposition juste parmi les affirmations suivantes :

Au cours d'une réaction d'estérification :

- (a) la quantité de matière de l'ester formé diminue en éliminant l'eau.
- (b) le temps de demi-réaction diminue si on utilise un catalyseur.
- (c) le quotient de réaction diminue .
- (d) la vitesse volumique de la réaction augmente au cours de l'évolution temporelle du système.

2. Ecrire, en utilisant les formules semi-développées, l'équation chimique modélisant la réaction qui a lieu. Donner le nom du composé organique formé.

3. A un instant de date 1 t , la masse de l'acide restant est $m = 6,9 \text{ g}$. Sachant que le rendement de cette réaction est $r = 67\%$, montrer que l'état d'équilibre n'est pas encore atteint à cet instant.

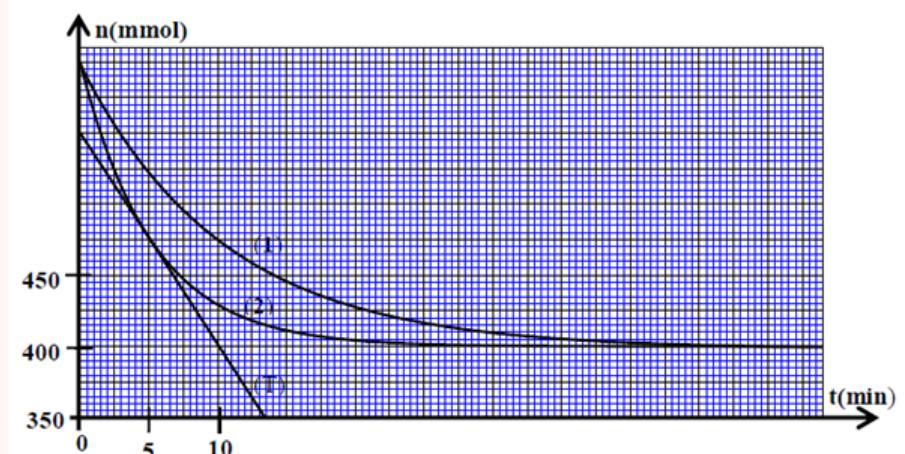
Exercice 11 : Hydrolyse d'un ester : (SM 2018 N)

Le 2-méthylpropanoate d'éthyle de formule semi-développée est $\text{CH}_3-\text{CH}-\overset{\text{O}}{\underset{\text{CH}_3}{\text{C}}}-\text{O}-\text{CH}_2-\text{CH}_3$

un ester à odeur de fraise. L'hydrolyse de cet ester ,noté E, conduit à la formation d'un acide et d'un alcool.

On réalise deux mélanges équimolaires de l'ester E et d'eau. Le volume de chaque mélange est V_0 .

Les courbes (1) et (2) de la figure ci-contre représentent l'évolution au cours du temps, de la quantité de matière de l'ester E à une même-température θ . L'une des deux courbes est obtenue en réalisant cette hydrolyse sans catalyseur.



- Écrire, en utilisant les formules semi-développées, l'équation modélisant la réaction qui se produit.
- Déterminer graphiquement le temps de demi-réaction dans le cas de la transformation correspondant à la courbe (1).
- Indiquer, en justifiant la réponse, la courbe correspondant à la réaction d'hydrolyse sans catalyseur.
- En utilisant la courbe (2), déterminer en $mol.L^{-1}.min^{-1}$ la vitesse volumique de réaction à l'instant $t_1 = 5\text{min}$
 ((T) représente la tangente à la courbe (2) au point d'abscisse t_1). On prend le volume du mélange réactionnel $V_0 = 71mL$.

Contrôle de l'évolution de systèmes chimiques

Exercice 1 : Synthèse d'un ester (SM 2010 N)

Afin de comparer les actions de l'acide butanoïque et de l'anhydride butanoïque sur le propan-1-ol, on réalise deux synthèses en utilisant le dispositif de la figure (2) :

- 1ère synthèse : on introduit dans le ballon une quantité de matière n_i de propan-1-ol et de l'acide butanoïque en excès.

- 2ème synthèse : on introduit dans le ballon la même quantité de matière ni de propan-1-ol et de l'anhydride butanoïque en excès.

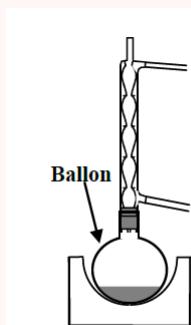


Figure 2

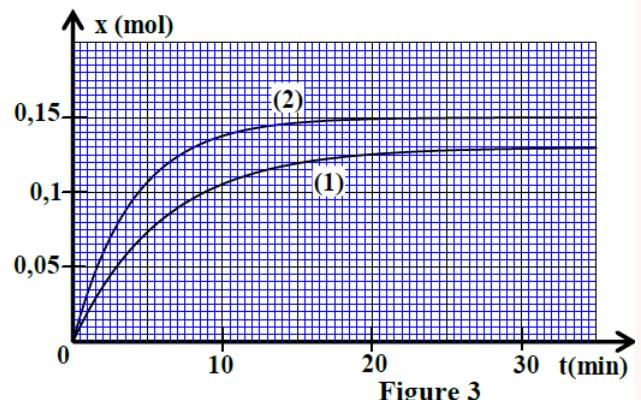


Figure 3

Les courbes (1) et (2) représentent respectivement l'avancement de la 1ère et de la 2ème synthèse en fonction du temps t , figure (3).

1. Donner le nom du dispositif utilisé pour cette synthèse, justifier son choix.
2. En utilisant les formules semi-développées, écrire l'équation chimique de la 2ème synthèse .
3. A partir des deux courbes expérimentales (1) et (2), déterminer le rendement de la première synthèse.

Exercice 2 : Etude de la réaction de saponification (SM 2014 R)

L'oléine est un corps gras constituant majoritaire de l'huile d'olive, c'est un triglycéride qui peut être obtenu par la réaction du glycérol avec l'acide oléique.

Pour préparer le savon, on chauffe à reflux, une fiole contenant une masse $m = 10,0\text{g}$ d'huile d'olive(oléine) et un volume $V = 20\text{mL}$ d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $C = 7,5\text{mol.L}^{-1}$ et un volume $V' = 10\text{mL}$ de l'éthanol et des pierres ponce. On chauffe le mélange réactionnel pendant 30min puis on le verse dans une solution saturée de chlorure de sodium. Après agitation et refroidissement du mélange, on sèche le solide obtenu et on mesure sa masse, on trouve alors $m' = 8,0\text{g}$.

Données : Glycérol : $\text{CH}_2\text{OH}-\text{CHOH}-\text{CH}_2\text{OH}$; Acide oléique : $\text{C}_{17}\text{H}_{33}-\text{COOH}$

Masses molaires en g.mol^{-1} :

Composé	oléine	savon
Masse molaire en g.mol^{-1} :	$M(\text{O})=884$	$M(\text{S})=304$

1. Expliquer pourquoi on verse le mélange réactionnel dans une solution saturée de chlorure de sodium.
2. Ecrire l'équation de la réaction du glycerol avec l'acide oléique .Préciser la formule semidéveloppée de l'oléine .

3. Ecrire l'équation de la réaction de saponification et déterminer la formule chimique du savon en précisant la partie hydrophile de ce produit.
4. On suppose que l'huile d'olive n'est constitué que d'oléine. Montrer que l'expression du rendement de la réaction du saponification s'écrit sous la forme : $r = \frac{m'}{3m} \cdot \frac{M(O)}{M(S)}$. Calculer r.

Exercice 3 : (SM 2017 R)

Données : Les masses molaires :

$$M(C_2H_5COOH) = 74\text{g.mol}^{-1}, M(C_2H_5OH) = 46\text{g.mol}^{-1}, M(E) = 102\text{g.mol}^{-1}.$$

Étude de l'hydrolyse d'un ester :

1. Dans des conditions expérimentales déterminées, on fait réagir $n_1 = 0,1\text{mol}$ d'un ester E avec $n_2 = 0,1\text{mol}$ d'eau. Il se forme l'acide propanoïque et l'éthanol C_2H_5OH .
 - (a) Ecrire la formule semi-développée de l'ester E et donner son nom.
 - (b) Déterminer la masse de l'acide carboxylique formé à l'équilibre sachant que la constante d'équilibre associée à l'équation modélisant cette transformation est $K = 0,25$.
2. On réalise l'hydrolyse basique d'une quantité de l'ester E de masse $m_0 = 10,2\text{g}$ en utilisant une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium $Na_{(aq)}^+ + HO_{(aq)}^-$ en excès. On obtient une masse $m_{exp} = 4,2\text{g}$ de l'alcool.
 - (a) Ecrire l'équation modélisant la réaction qui se produit.
 - (b) Déterminer le rendement r de cette réaction.

Exercice 4 : Hydrolyse basique d'un ester (SM 2019 R)

L'éthanoate de propyle est un ester, que l'on note E, caractérisé par son odeur de poire. Il est utilisé dans l'industrie de la parfumerie, des arômes, des peintures, des lubrifiants ...

1. Ecrire la formule semi développée de l'ester E.
2. On réalise, à l'instant de date $t = 0$, deux mélanges équimolaires de l'ester E et d'une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium. chaque mélange est constitué d'un volume V_E d'une solution de l'ester E de concentration molaire $C_1 = 10^{-2}\text{mol.L}^{-1}$ et d'un volume $V_B = V_E$ d'une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium de même concentration. Dans des conditions expérimentales déterminées chaque mélange réactionnel est le siège d'une réaction modélisée par l'équation :



Pour l'un des mélanges l'expérience est réalisée à la température θ_1 , pour l'autre, elle est réalisée à la température θ_2 avec $\theta_2 > \theta_1$.

Les courbes (C) et (C') de la figure 2 représentent l'évolution de la concentration $[CH_3COO_{(aq)}^-]$ au cours du temps à la température θ_1 et à la température θ_2 .

- (a) Déterminer $t_{1/2}$ le temps de demi réaction de l'hydrolyse basique de l'ester E correspondant à la courbe (C)

- (b) Déduire, en comparant les temps de demi réaction, la courbe correspondant à la température θ_2 .
- (c) Déterminer en unité $mmol.L^{-1}.min^{-1}$ la vitesse volumique de réaction à l'instant $t = 0$ correspondant à la courbe (C). (T) étant la tangente à la courbe au point d'abscisse $t = 0$.

