page		
1 / 4	امتحان وطني تجريبي للبكالوريا 02 الدورة العادية 2025 - الموضوع -	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
***E		Prof_Mustapha_math
γ	EA-02	SSSSSSSSSSSSSSSSS

3h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية و مسلك علوم الحياة و الأرض ومسلك العلوم الزراعية	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Étude d'une fonction numérique	11 points

Exercice : 1 (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{J},\vec{k})$, On considère les points :

$$A(1;1;0); B(0;2;0) \text{ et } C(0;0;3)$$

0.25 1-a- Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=3\vec{i}+3\vec{j}+2\vec{k}$.

0.25 b- Calculer l'aire du triangle ABC.

0.25 c- Calculer la distance du point B à la droite (AC).

0.25 d- Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC).

0.25 2- Soit (D) la droite passant par C et de vecteur directeur $\vec{u}(1;1;-3)$

Montrer que : (D) et (ABC) sont parallèles.

3- Soient (P) d'équation cartésienne : $2x+y-2z+1=0$, et (S_α) la sphère d'équation cartésienne : $x^2+y^2+z^2-x-2y+\frac{5}{4}-\alpha=0$ avec $\alpha\in\mathbb{R}^*$.

0.5 a- Déterminer en fonction de α, le centre Ω et le rayon $\mathcal{R}$ de la sphère $(\mathcal{S}_\alpha)$.

0.75 b- Déterminer la valeur de α pour la quelle le plan (P) est tangente à la sphère (S_α), puis déterminer les coordonnées du point de contact.

0.5 c- Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) l'intersection du (ABC) et (P).

Exercice : 2 (3 points)

I- On considère dans $\mathbb{C}$ équation (E) : $z^2+(2+\sqrt{2})z+3+2\sqrt{2}=0$

0.25 1-a- Vérifier que le discriminant de (E) est : $\Delta=-(2+\sqrt{2})^2$

0.5 b- En déduire les solutions de (E)

II- Dans le plan muni rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$ on considère les points A, B et C d'affixes respectives $a=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$; $b=\sqrt{2}+1+i$ et $c=\bar{b}$

0.25 1- Déterminer la forme trigonométrique de a

0.25 2- Déterminer le nombre complexe d sachant que : $ad=2\left(\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)\right)$

3- Soient R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{4}$, et z' l'affixe du point M' l'image de M d'affixe z par R.

0.5 a- Montrer que $z'=az$

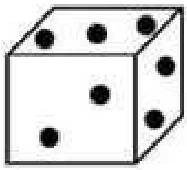
0.25 b- Montrer que B est l'image de C par R

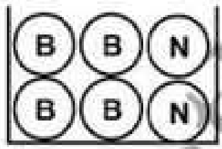
0.5 c- Montrer que $\arg(b)\equiv\frac{\pi}{8}[2\pi]$

0.5 4- On pose $h=\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$. Montrer que $h^4+a^8+\sqrt{2}=b$

Exercice : 3 (3 points)

Une urne contient 4 boules blanches et 2 boules noires indiscernables au toucher
Un dé non truqué porte les numéros 2-2-2-2-3-3





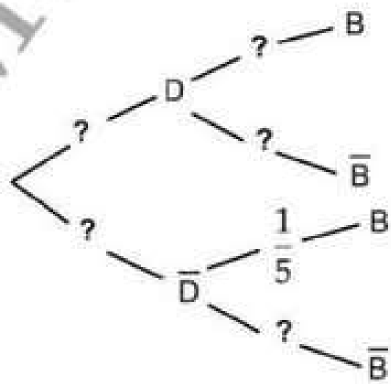
I- On considère l'expérience suivante : On jette une seule fois le dé, Si on obtient 2 On tire 2 boules successivement avec remise , Si on obtient 3 On tire simultanément 3 boules de l'urne.

Soient les évènements B :"les boules tirés sont blanches"
et D :" obtenir 2 lorsqu'on jette le dé"

0.25 1- Calculer la probabilité de D

0.5 2- Calculer la probabilité de B sachant qu'On a obtenu 2 en jetant le dé

0.75 3- Recopier et compléter l'arbre pondéré suivante



0.5 4- Calculer la probabilité de B

0.5 5- les événements D et B sont-ils indépendants ? justifier

II- On considère l'expérience suivante : On tire tous les boules successivement sans remise.

Soit X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de boules noires tirées avant le tirage de la première boule blanche

0.5 Montrer que $P(X = 1) = \frac{4}{15}$

Problème : (11 points)

I- On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^{-x} + x$

0.75 1-a- Calculer $g'(x)$ puis en déduire que g est décroissante sur $]-\infty; 0]$ et croissante sur $[0; +\infty[$.

0.5 b- En déduire que $g(x) > 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

II- Soit f la fonction définie par : $f(x) = \ln\left(e^{-x} + x\right)$.

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.(unité : 1cm)

0.5 1-a- Vérifier que $D_f = \mathbb{R}$, puis montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

0.5 b- Vérifier que $f(x) = \ln\left(\dfrac{1}{xe^x} + 1\right) + \ln(x)$ pour tout x de $]0; +\infty[$

0.5 c- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$, et interpréter géométriquement le résultat.

0.25 2-a- Vérifier que $f(x) = \ln(1 + xe^x) - x$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

0.25 b- En déduire que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

0.5 c- Montrer que la droite $(D) : y = -x$ est une asymptote oblique à (C) au voisinage de $-\infty$.

0.75 d- Montrer que $f(x) + x \leq 0$ pour tout x de $]-\infty; 0]$ |et en déduire la position relative de (C) et (D) sur cette intervalle.

0.5 3-a- Montrer que $f'(x) = \dfrac{e^x - 1}{g(x)e^x}$ pour tout x de R.

0.75 b- En déduire que f est décroissante sur $]-\infty; 0]$ et croissante sur $[0; +\infty[$ puis dresser le tableau de variation sur $\mathbb{R}$.

0.25 4- Construire (D) et (C) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (On admet que (C) a deux points d'inflexion)

0.25 5- Utiliser la courbe pour résoudre l'équation : $e^x - 1 - xe^x = 0$ où $x \in \mathbb{R}$

6- Soit h une fonction définie sur $]-\infty; 0]$ par : $h(x) = f(x)$

0.25 a- Montrer que la fonction h admet une fonction réciproque h^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera

0.25 b- Tracer la courbe de h^{-1} dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. En justifiant votre réponse.

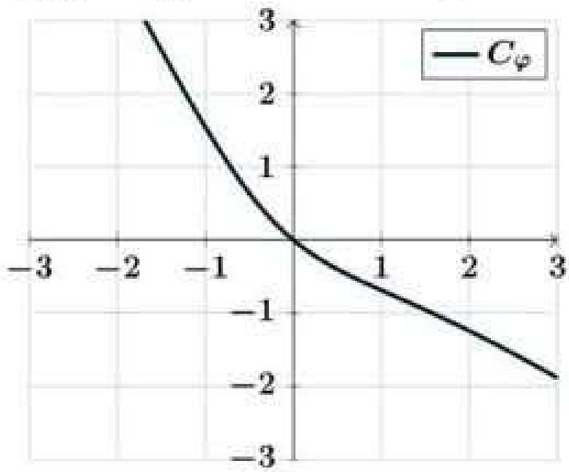
7- Soit φ une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\varphi(x) = f(x) - x$$

0.5 a- A partir de la courbe ci-contre de la fonction φ, montrer que :

$$\forall x \in [0; +\infty[; f(x) \leq x$$

0.5 b- Montrer que 0 est la seule solution de $f(x) = x$ sur $\mathbb{R}$



III- On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = f(u_n), \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$

0.5 1- Montrer par récurrence que $\forall n \in N$: $0 \leq u_n \leq 1$

0.5 2- Montrer que (u_n) est décroissante.

1 3- En déduire que (u_n) est convergente et déterminer sa limite